Tabla de contenidos

Resolución de sistemas de ecuaciones usando Ms. Excel 2
Introducción
Ecuación de una incógnita3
Método gráfico3
Herramienta "Buscar objetivo" 4
Herramienta "Solver"8
Ejemplo 3.1
Sistema de ecuaciones
Método de la matriz inversa13
Operaciones matriciales en Excel13
Ejemplo 3.216
Resolución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de la matriz inversa18
Ejemplo 3.3
Resolución de sistemas de ecuaciones lineales y NO lineales utilizando SOLVER 22
Ejemplo 3.4
Resultados de error

Introducción

A continuación se brinda una breve síntesis acerca de la clasificación de sistemas de ecuaciones para introducir a su resolución utilizando las herramientas que brinda Ms. Excel para cada caso.

Una <u>ecuación</u> se dice <u>lineal</u> si es posible reordenarla de modo que la variable aparezca solo a la primera potencia.

Ej:
$$2x + \frac{x}{3} = 14$$

Las ecuaciones lineales, de una sola variable, tienen una sola raíz, siempre perteneciente al conjunto de números reales.

$$2x + \frac{x}{3} = 14$$
$$\frac{6}{3}x + \frac{x}{3} = 14$$
$$\frac{7}{3}x = 14$$
$$x = 14 * \frac{3}{7}$$
$$x = 6$$

Una ecuación se dice **no lineal** si **no** es posible reordenarla de modo que la variable aparezca solo a la primera potencia.

Ej:
$$2x^{2} + \frac{x}{3} = 74$$

 $\sqrt{x} + \frac{3x}{2} = 28$
 $Ln(x) - 5 = -4$

Las ecuaciones no lineales **pueden** tener múltiples raíces y las mismas **podrían** ser reales o complejas, dependiendo del caso. Las ecuaciones no lineales suelen ser complicadas de resolver en forma analítica y por ello, para hallar las raíces, se utilizan métodos numéricos o gráficos.

Además de la posibilidad de tener múltiples incógnitas debe considerarse el incremento de tamaño del sistema a resolver. Es decir, que al tener solo una incógnita tendremos que resolver una ecuación. Pero aumentando el número de incógnitas se presenta la necesidad de resolver un sistema de ecuaciones, con todas las variantes que esto puede presentar.

Los sistemas de ecuaciones se pueden clasificar según las diversas propiedades de cada uno.

Por ejemplo, se pueden clasificar según el grado de las ecuaciones:

- Sistema lineal: si todas las ecuaciones son lineales.
- Sistema no lineal: si no todas las ecuaciones son lineales.

Por otro lado, también se pueden clasificar los sistemas según el número de ecuaciones o de incógnitas que presentan, es decir:

- Sistemas de dos ecuaciones.
- Sistemas de tres ecuaciones.
- Sistemas de "*n*" ecuaciones.

O bien de:

- Sistemas de una incógnita.
- Sistemas de dos incógnitas.
- Sistemas de tres incógnitas.
- Sistemas de "*n*" incógnitas.

Además, cada caso puede presentarse como:

• Sistema compatible: es el que tiene solución.

Dependiendo del número de soluciones puede ser:

- Sistema compatible determinado si tiene una única solución.
- o Sistema compatible indeterminado si tiene múltiples soluciones.
- Sistema incompatible: es el que no tiene solución.

Ecuación de una incógnita

En el caso básico de presentarse una ecuación de una incógnita, Ms. Excel provee al menos tres alternativas para resolverla.

Método gráfico

Un método elemental es el **Método gráfico**. Para hacer uso de este método se propone la generación de una tabla x-y en cierto rango de valores para la variable x y luego utilizar un gráfico de dispersión con línea para hallar visualmente la raíz. Este método presenta como ventaja que rápidamente se puede *aproximar* un valor para la misma. La principal desventaja radica justamente en que la exactitud del resultado depende del criterio del observador y en la edición del gráfico y su formato. Por ello este método solo se recomienda para hallar un valor **inicial** o **semilla** al momento de resolver una ecuación de una incógnita con uno de los restantes métodos propuestos en este apunte.

Como ejemplo se presenta la siguiente ecuación:

 $2x^5 - 3x^2 = 5$

La metodología, como se mencionó en los párrafos precedentes es generar una tabla x-y en el rango que se encuentran las raíces de la ecuación y representar los resultados en una gráfica de dispersión. En este caso, para generar la tabla, se requiere una ecuación implícita por lo que la función a utilizar será:

$2x^5$	$-3x^{2}$	-5
		_

	B3 -	fx =2	2*A3^5-3*A3^2-5
	А	В	
1			Asistente para gráficos - paso 2 de 4: datos de origen
2	x	ecuación	Danae de datea - Serie -
3	-30	-48602705	
4	-25	-19533130	ecuación
5	-20	-6401205	\$000000
6	-15	-1519430	*
7	-10	-200305	4000000
8	-5	-6330	20000000
9	0	-5	
10	5	6170	
11	10	199695	40000000
12	15	1518070	+ -60000000
13	20	6398795	
14	25	19529370	
15	30	48597295	Serie
16			ecuación / Nombre: =Hoja3!\$8\$2
17			Valores de X ¹ -Hoja2léAé2;éAé15
18			
19			▼ Valores de Y: =Hoja3!\$8\$3:\$8\$15
20			Agregar Ouitar
21			
22			
23			
24			
25			Cancelar CAtrán Siguiente > Einsliger
26			
27			
28			

Observando la gráfica que resulta, se verifica lo mencionado en las desventajas del método. A pesar que se edite la gráfica buscando reducir el rango visualizado de modo de hacer algo equivalente a un zoom sobre la zona en que se encuentra el punto buscado, siempre se está utilizando un gran componente personal lo que hará variar el resultado según el usuario.

El gráfico x-y de la figura no es muy útil porque el rango de los valores "y " es demasiado grande.

Si se muestra la función sobre el intervalo $1 \le x \le 2$ se logra observar la raíz con más exactitud.

Herramienta "Buscar objetivo"

En el caso que se conozca el resultado deseado de una fórmula sencilla, pero no la variable que determina el resultado, puede utilizarse la función **Buscar objetivo** haciendo clic en **Buscar objetivo** en el menú **Herramientas**.

Esta herramienta utiliza en forma predeterminada el método de Newton para hallar la solución. Esto puede modificarse desde el botón **"Opciones"** que se encuentra en la herramienta Solver, que se describirá en breve.

En el próximo ejemplo se desea hallar la variable que cumple la siguiente condición:

$$2x - sen\left(\frac{x}{3}\right) = 1,085 \qquad (Ecuación 1)$$

Para ello, primeramente se presentan los datos sobre la hoja de cálculo.

En una celda se escribirá un valor tentativo para la variable (que en este caso se denomina "x") y en una celda cercana se escribirá la ecuación, haciendo referencia a la mencionada celda "x".

Note que el valor que se utiliza se encuentra en las celdas B3 (incógnita) y B5 (ecuación) y que los datos consignados en las celdas A3 y A5 solo se utilizan para dar un entorno de trabajo ordenado.



Una vez que se escribió la ecuación, debe seleccionarse la opción **"Buscar objetivo"**, del menú **"Herramientas"** tal como se mencionó recientemente.

Microsoft Excel - apunte_excel											
Archivo Edición Ve	er <u>I</u> nsertar <u>F</u> ormato	Herramientas Datos Aspen Ventana ?									
0 💕 🖬 👌 🚳 📖	🖺 • 🛷 🔊 - (°	Ortografía F7									
Enable 🔏 Organizer	n 1 (k v a	🔣 Referencia Alt+Click									
		🍲 Compro <u>b</u> ación de errores									
B5	€ =2*B3-SENO(B3/3)	Área <u>d</u> e trabajo compartida									
A	B C	Compartir <u>l</u> ibro									
1		Proteger									
2 3 x =	2	Colaboración en línea									
4	-	Sol <u>v</u> er									
5 Ecuación 1=	3,382	Buscar objetivo									
7		Auditoría de fórmulas									
8		Complementos									
9		Personalizar									
11		Opciones									
12		Análisis de datos									
13		8									
14											

Una vez seleccionada esa opción, se visualizará el siguiente formulario:



Este ícono le permite cerrar temporalmente el formulario en el que se encuentra facilitando la selección de la celda (o el rango de celdas) que se requieren en el casillero contiguo al cual figura dicho ícono. Puede encontrarlo en la herramienta Buscar objetivo, Solver y durante la creación de gráficos entre otros.

En el recuadro **"Definir la celda"** debe ingresarse la celda en la que se encuentre cargada la Ecuación a resolver. En el ejemplo es la celda **B5**.

En el recuadro **"Con el valor"** debe ingresarse el **resultado** que se desea obtener. Es decir, puede ser 0 en el caso de una ecuación implícita o el término independiente. Según lo planteado en el ejemplo, este valor es 1.085 y el mismo se encuentra en la celda B3. Note que en este caso puede ingresarse directamente el valor buscado (1.085) o la referencia a la celda en la que se encuentra este valor.

En el casillero **"Para cambiar la celda"** debe ingresar la referencia a la celda en la que se encuentra el valor tentativo que soluciona la ecuación. Este valor es el que Ms. Excel modifica hasta hallar la solución al problema, o hasta que concluye su búsqueda. En el ejemplo, la celda a modificar es aquella en la que se encuentra el valor de **"x**", es decir **B3**.



Se presiona la tecla "Aceptar" y comenzarán las iteraciones en búsqueda del resultado.

Cuando las iteraciones concluyen, ya sea porque se ha superado el número predeterminado o porque se ha hallado una solución, se visualiza una pantalla. En el segundo caso (Excel ha hallado una solución) la pantalla es similar a la siguiente:

	Α	В	С	D	E	F	G	Н					
1													
2													
3	X=	0,65006285											
4								~)					
5	Ecuación 1=	1,085		Estado	de la búsqued	a de objetivo		<u> </u>					
6				Labúr	La búsqueda con la colda BE								
7				ba one	queua coma celo optrado una celo		Acepta	ar 🔤					
8				na enc	ontrado una solu	cion.	Control						
9				Valor d	el objetivo: 1	,085	Cancel	ar					
10				Valor a	ctual: 1	.085	Paso a p	aso					
11					_	,							
12							Pausa	a					
13													
14				_									
15													

Al leer el mensaje que brinda el utilitario se concluye que:

La ecuación se hallaba cargada en la celda B5, que se intentaba que dicha celda llegue a tener un valor igual a 1,085 y que con el valor encontrado por Ms. Excel (**B3**=0,65006285), la mencionada celda **alcanza** el valor objetivo.

Es importante LEER los mensajes de salida que Ms. Excel provee.

Observe este resultado. Si la ecuación a solucionar es:

$$\frac{Ln(x)}{\sqrt[5]{x}} = 2000 \qquad (Ecuación 2)$$

Como valor semilla, en la celda B3 se colocó 2000. El resultado obtenido luego de aplicar el procedimiento antes mencionado es el siguiente:

: Þ-	🔀 🕑 💂 🖂		= ,¤, %	Ľ			- 3 - 2	ባጭድኛ
	B5 👻	f _∗ =LN(B3)/(B3^(1/5))						
	A	В	С		D	E	F	G
1								
2			(1.1.1.2	1 1 12 12		X
3	x=	130	Est	ado	o de la busqu	eda de objetivo	le l	
4			La	bús	queda con la o	elda B5	r	
5	Ecuación 2=	1,839	ou	ede	no haber enco	ontrado una soluc	ión.	tar
6							Canc	elar
			Va	lor d	del objetivo:	2000		
8			Va	lor a	actual:	1,839	Paso a	paso
9								
10							Pau	.sa
11				_		_		
12								

El resultado indica que Excel **NO** ha hallado la solución al problema. En el mensaje se destaca que se debía hallar un valor que haga la ecuación igual a 2000 y con las iteraciones permitidas llegó a un valor igual a 1,839.

CONCLUSIÓN 1: Es muy importante LEER los mensajes al finalizar las búsquedas.

Ahora inserte la siguiente ecuación:

$$2x^5 - 3x^2 = 5 \qquad (Ecuación 3)$$

Como valor inicial se sugiere utilizar un x=0,4. Busque el valor de x que resuelva la ecuación anterior.

	B3	-	f _x	=2*B3^5-3*B3^2							
	A B				C	;	D	E	F		
1											
2						(Busca	r objetivo		×	
3		x=			0,4		Dusca	robjetivo			
4							Defini	ir la celda:	D.C.		
5	Ecuaci	ón 3=		-	0,460						
6							Cone	el <u>v</u> alor:	5		
7							Para	cambiar la celda:	\$B\$3		
8											
9					Aceptar Cancelar						
10											
11							_		_	_	

El resultado que se obtiene es el siguiente:

Estado de la búsqueda de objetivo										
La búsqueda con la o puede no haber enco	celda B5 ontrado una solución.	Aceptar								
Valor del objetivo: Valor actual:	5 -36185027886662000	Paso a paso								
		Pausa								

Ahora bien, si cambia el valor inicial a un valor cualquiera, diferente de 0,4 la herramienta resuelve la ecuación sin dificultades. El siguiente resultado se obtuvo con un valor inicial de x = -10.

	B5	•	fx	=2*B3^5-3*B	33^2							
	A B			С	D		E	F	G			
1							Catala da	In Indonesi		bistics		
2							Estado de	la busqu	ieda de	e objetivo		
3	x= 1,40408659						La búsque	da con la	celda B	5		
4							ha encont	rado una :	Aceptar			
5	Ecuaci	ón 3=			5,000	<u> </u>					Cancelar	
6							Valor del d	bjetivo:	5		Contector	
7							Valor actu	al:	5,00	0	Paso a paso	
8												-
9											Pausa	
10									_			
11												

CONCLUSIÓN 1: Es muy importante LEER los mensajes al finalizar las búsquedas.

CONCLUSIÓN 2: Si Excel no halla una solución se recomienda modificar el valor inicial de la variable e intentar resolver nuevamente la ecuación.

Herramienta "Solver"

La herramienta "Solver" también permite hallar la solución a una ecuación, entre otros resultados que puede brindar. Esto, al momento de utilizar el solver, se traducirá como "Valor de la celda objetivo: <u>hallar valores de</u>" (ver metodología de uso de **solver**).

Con Solver, puede buscarse el valor que resuelve una fórmula de celda, (denominada celda objetivo), en una hoja de cálculo. Solver funciona en un grupo de celdas que estén relacionadas, directa o indirectamente, con la fórmula de la celda objetivo. Excel modifica los valores en las celdas de contenido variable que se especifiquen, denominadas celdas ajustables, para generar el resultado especificado en la fórmula de la celda objetivo.

Esta herramienta también permite aplicar restricciones para restringir los valores que se consideran como solución al problema. Las restricciones pueden hacer referencia a otras celdas a las que afecte la fórmula de la celda objetivo.

Otra opción, es utilizar el Solver para determinar el valor máximo o mínimo de una celda (función, variable dependiente) cambiando otras celdas (variables independientes). Para ellos se hará uso de las opciones *"Valor de la celda objetivo: <u>Máximo</u>"* o *"Valor de la celda objetivo: <u>Mínimo</u>"*.

Como primer ejemplo de esta herramienta se resolverá la ecuación:

$$2x - sen\left(\frac{x}{3}\right) = 1,085 \qquad (Ecuación 1)$$

Debe ingresarse en una celda el *valor* de la variable independiente, que en este caso es "x" y en otra deberá ingresarse la ecuación en forma **implícita**.

	А	В	С	D
1				
2				
3	X=	-10		
4				
5	Ecuación 1=	=2*B3-S	ENO(B3/3)-1,	085
6				

Luego hay que dirigirse al menú *Herramientas*, y seleccionar *Solver*.

🕱 N	Microsoft Excel - apunte_excel											
	<u>A</u> rchivo	<u>E</u> dición	<u>V</u> er	<u>I</u> nsertar	<u>F</u> orm	ato	<u>H</u> er	ramientas	Da <u>t</u> os	<u>A</u> spen	Ve <u>n</u> tan	a <u>3</u>
: 🗅	🖻 🖬 I	14	1 🕰 1	1 - 🛷	10 -	сı .	ABC	Ortografía	ı		F7	
🜔 Enable 🚚 Organizer 🎰 🦨 👫 🕅 🛔								Re <u>f</u> erencia	a	Alt+0	Click	
: 🛼	17 N			ि ा अंध	<u>ا</u> ت	1	Compro <u>b</u>	ación de	errores			
SUMA =2*B3-SENO(B3/3								Área <u>d</u> e tr	abajo co	mpartida.		
	A		В	C				Comparti	r <u>l</u> ibro			G
1								<u>P</u> roteger			•	
2		x=	-10	7				C <u>o</u> laborad	ión en lí	nea	•	-
4								Sol <u>v</u> er				
5	Ecuac	ión 1=	=2*B3-\$	SENO(B3	8/3)-1,0	85		B <u>u</u> scar ob	jetivo			
7								Au <u>d</u> itoría	de fórmu	ılas	•	_
8								Complem	entos			
9								Personaliz	ar			_
10								Onciones				
12								Análisis d	a datos			-
13								Analisis u	8			
14												

Se abrirá un nuevo formulario, en el que, al igual que en la herramienta **"Buscar objetivo"** debe completarse con los datos solicitados para obtener el resultado que se está buscando.

En el lugar donde dice *"celda objetivo"* debe completarse con la referencia a la celda en la que se encuentra la ecuación a resolver.

Luego hay que hacer clic en la opción "valor de la celda objetivo: *valores de*" y completar este casillero con "**0**". (*En este punto, para el caso en lo que se tiene solo <u>una</u> ecuación, también puede completarse con el valor del <u>término independiente</u>, solo si la ecuación fue escrita en forma explícita en la celda en la que se hace referencia en "celda objetivo").*

En el lugar en que se indica *"cambiando las celdas"* debe hacerse referencia a la celda en la cual se encuentra el valor de la variable independiente.

Para finalizar el procedimiento hay que hacer clic en el botón "Resolver".

	А	В	С	D	E	F	G	Н
1			Darámetr	os de Solver				x
2			Farametr	2				
3	x=	-10	Celda ob	vietivo: \$B\$. 🛋		6	
4								Resolver
5	Ecuación 1=	-21,276	Valor de	la celda objetivo	· 2			Cerrar
6			🔘 Má	ximo 🦳 Míni	imo 🔍 🔘 Valore	es de: 0		Cerrai
7			Cambia	ndo las celdas		u del o		
8					- 4			
9			\$8\$3			Estin	nar 🛛 👘	
10			Sujetas	a las siguientes r	estricciones:			pciones
11								
12						Agrega	ar	
13								
14						Cambia	ar <u>R</u> es	tablecer todo
15						- Elimin	har	Avuda
16								,
17								
18								

La síntesis de la metodología es la siguiente:

- 1. Ir a Herramientas/Solver
- 2. Seleccionar la celda que tiene la fórmula (Celda objetivo)
- 3. Ingresar el valor de la celda objetivo (valores de 0)
- 4. Seleccionar la celda que tiene el valor inicial (Cambiando la celda)
- 5. Agregar restricciones si fuera necesario (se verá en otro ejemplo)
- 6. Resolver

Como resultado del procedimiento, Solver devuelve un mensaje, en el cual indica los resultados obtenidos.



Antes de **"Aceptar"** debe seleccionarse la opción **"Utilizar solución de Solver"** en caso que el usuario esté conforme con el resultado obtenido o **"Restaurar valores originales"** si se desea que no se realice ningún cambio sobre los datos originales.

La herramienta también brinda la opción de tres tipos de informes adicionales:

- Informe de Respuestas
- Informe de Sensibilidad
- Informe de Límites

Solo basta con hacer clic en el deseado para seleccionarlo y luego hacer en "**Aceptar**", cerrando así el proceso de utilización del Solver. Estos tres informes se generan en sendas hojas de cálculo.

Como se mencionó anteriormente, una de las ventajas de usar la herramienta "Solver" es que pueden agregarse restricciones a la/s variable/s independiente/s.

Analice el siguiente caso ejemplo.

Ejemplo 3.1



Deben generarse 3 círculos de diámetro (R) y 2 cuadrados de lado (R) de modo que la suma de la superficie ambos sea igual 120 m^2 .

Resolución

La ecuación que representa la problemática es la siguiente:

$$3 \times \pi \times \left(\frac{R}{2}\right)^2 + 2 \times R^2 = 120$$

	B4 🗸	fx =3*PI()*(B	3/2)^2+2*B3^2	2				
	Α	В	С	D	E	F	G	Н
1			Darámetrez	de Selver				x
2			Parametros	de solver				
3	R=	-2,69	Celda obje	tivo: \$8\$4				
4	superficie total=	32		4041			R	e <u>s</u> olver
5			Valor de la	celda objetivo:				Perrar
6			📃 🔘 Máxir	no 🔘 Mínim	o 💿 Valores	de: 120		
7			Cambiand	o las celdas	-			
8			-		(
9			\$8\$3			Estimar		iones
10			Sujetas a	las siguientes res	stricciones:			lones
11								
12						 <u>Agregar</u>. 		
13						Combior	Resta	blocor todo
14								
15						- Eliminar	r 🛛 🖊	Ay <u>u</u> da
16			_					
1/								
17								

Note que se obtiene una ecuación de una incógnita de 2º grado. Por ello, las soluciones al problema son dos. Sin embargo, dado que el dato representado por R es una longitud, solo interesan los resultados que sean mayores o iguales a cero (positivos).

Para volcar esa restricción debe hacerse clic en la opción **"Agregar"**. Se abrirá un formulario con opciones desplegables en la que se vuelcan, una a una, cada una de las restricciones requeridas por cada situación.

	B4	+	fx.	=3*PI()*(E	3/2	2)^2+2*B3^2	2				
	A	λ		В		С	D	E		F	G
1					r				_		
2						Agregar res	tricción				×
3		R=		-2,69							
4	superfi	cie total=		32		<u>R</u> eferencia	de la celda:		R	estri <u>c</u> ción:	
5						\$B\$3		. >= 💌	0		
6						-					
7						Acepta	r Cance	elar	Ag	regar	Ayuda
8									_		
9											

Una vez volcadas todas las restricciones, se hace clic en **"Aceptar"** y se vuelve al formulario general de Solver en el cual puede verificarse que los datos cargados sean correctos.

Notar que al tratarse de una sola ecuación, se eliminó el término independiente de la ecuación (ver barra de fórmulas) y el mismo está representado en la casilla *"valor de la celda objetivo: valores de 120"*.

	B4 👻	<i>f</i> x =3*PI()*(B	3/2)^2+2*B3^	2				
	А	В	С	D	E	F	G	H
1								
2			Parámetro	s de Solver				×
3	R=	-2,69						
4	superficie total=	32	Cel <u>d</u> a obj	etivo: \$B\$4	1			esolver
5			- Nalas da la	and the state state of the				
6			valor de la	a ceida objetivo:			(Cerrar
7			○ <u>M</u> áx	imo 💿 Mí <u>n</u> im	no 💿 <u>V</u> alores	de: 120		
8			Cambian	do las celdas				
9			\$8\$3			Estima	r	
10								ciones
11			Sujetas a	jas siguientes re	stricciones:			
12			\$8\$3 >=	= 0		A Agregar		
13						Agregar		
14						Cambiar	<u>R</u> esta	blecer todo
15								
10			_			Elimina	r /	Ayuda
1/								
10								
19								

El resultado obtenido es:



Observe que si la variable R no representara una magnitud perteneciente a los números positivos, el resultado (-5.25) también podría ser resultado de la ecuación.

Sistema de ecuaciones

Método de la matriz inversa

Cuando se tiene un sistema de ecuaciones no es posible utilizar la herramienta "Buscar objetivo". Sin embargo es posible buscar las soluciones con dos alternativas: una es utilizar la herramienta **solver** y la segunda es aplicar el **método de la matriz inversa**. Este último se explicará en este apartado.

Como se recordará, este método solo puede aplicarse a sistemas de ecuaciones lineales.

Operaciones matriciales en Excel

Una matriz es un arreglo bidimensional de números, es decir filas y columnas. Cada elemento de una matriz está caracterizado por el número de fila y de columna. En Excel, cada celda está caracterizada por una letra que identifica a las columnas y por un número que identifica las filas. Por ello, es muy sencillo representar matrices en Excel, utilizando una celda para cada elemento de la misma.

Las líneas verticales de las matrices se agregan con la herramienta de edición de "bordes".

	A	В	С	D	
1		6	0	-3	
2	A=	-1	4	9	
З		8	-5	2	
4					
5		-5	-5	-7	
6	B=	0	9	2	
7		4	-1	0	

Para realizar la <u>suma de matrices</u>, debe seleccionarse el rango de celdas en el que se desea obtener la matriz resultante. Tener en cuenta que es indispensable que el rango seleccionado sea consistente con el tipo de operación. Para realizar suma de matrices hay que seleccionar todo el rango de la matriz aplicar el operador "+" y luego seleccionar el rango de la segunda matriz. Pueden sumarse tantas matrices como se desee. Una vez cargadas las matrices a sumar deben aplicarse simultáneamente las teclas **CTRL+SHIFT+ENTER.** Observe la barra de fórmulas en la siguiente captura de pantalla:

	G2		•		<i>f</i> * {	=B2:D4	D8}			
	Α	В	С	D	<u>د</u>	F	8		1	
1										
2		6	0	-3			11	-5	-10	
3	A=	-1	4	9		A+B=	-1	13	11	
4		8	-5	2			12	-6	2	
5										
6		5	-5	-7						
7	B=	0	9	2						
8		4	-1	0						
<u>^</u>										

Cada matriz se indica separando por dos puntos la celda en la que se encuentra el elemento 1 de la referencia de la celda en la que se encuentre el último elemento. En este caso, para la matriz A, el primer elemento se ubica en la celda B2 y el último elemento se ubica en la celda D4. Por lo tanto, para indicar la matriz A deberá escribir (B2:D4).

La sustracción de matrices ser realiza de forma análoga a la suma.

Para realizar el **producto de matrices**, siempre que las mismas sean consistentes para poder realizar esta operación, el comando a utilizar es **"MMULT(matriz 1; matriz 2)"**.

MMULT(matriz 1; matriz 2)

Primeramente se selecciona el **rango** de celdas en el que se ubicará el resultado del producto, se escribe antes mencionado, y luego, simultáneamente debe aplicar la combinación de teclas característica para trabajar con matrices en Excel: **CTRL+SHIFT+ENTER**.



Luego de resuelta la operación, Excel no permitirá eliminar el resultado en forma parcial. Observar que en la barra de fórmula, al seleccionar la matriz A*B se delimita entre corchetes todo el resultado.

		_								
	G6		•	f {=MMULT(B2:D4;B6:D8)}						
	Α	В	С	D	E	F	G	Η	1	
1										
2		6	0	-3			11	-5	-10	
3	A=	-1	4	9		A+B=	-1	13	11	
4		8	-5	2			12	-6	2	
5										
6		5	-5	-7			18	-27	-42	
7	B=	0	9	2		A*B=	31	32	15	
8		4	-1	0			48	-87	-66	
9										

Si el usuario se posiciona sobre una celda de la matriz e intenta eliminar o modificar un valor, Excel no le permitirá hacerlo mostrándole el siguiente mensaje:

Microsoft	Excel		×
	No se puede	cambiar parte	de una matriz.
	A	ceptar	

Para eliminar la matriz completa debe seleccionarse la misma en forma completa y luego aplicar el botón "Eliminar" (**Supr**).

Para calcular la <u>inversa</u> de una matriz, como en los casos anteriores, debe seleccionarse el rango en el cual se ubicará el resultado, y posteriormente utilizar el comando **MINVERSA(matriz).**

En la siguiente imagen se ha calculado la inversa de la matriz A. Por ello, se seleccionaron las celdas desde L2 hasta N4, luego se escribió en la barra de fórmulas **=MINVERSA(B2:D4)**, se aplicaron simultáneamente las teclas **"CTRL+SHIFT+ENTER"** y se obtuvo el resultado que figura en la imagen.

		SUMA		-		=	=MINVE	RSA	(B2	:D4)						
Γ		Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	M	N	
	1															
	2		6	0	-3			11	-5	-10			0,133	0,038	0,030	
	3	A=	-1	4	9		A+B=	-1	13	11		A ⁻¹ =	0,185	0,090	-0,128	
	4		8	-5	2			12	-6	2			-0,068	0,075	2:D4)	
	5															ſ
	6		5	-5	-7			18	-27	-42						
	7	B=	0	9	2		A*B=	31	32	15						
	8		4	-1	0			48	-87	-66						
	-															

Se recuerda que una matriz puede invertirse solo si su determinante es distinto de cero.

Para calcular esta propiedad de una matriz se utiliza el comando **"MDETERM(matriz)".** En este caso, dado que el resultado obtenido será un escalar, no es necesario aplicar la combinación de teclas **"CTRL+SHIFT+ENTER"**, sin embargo, si lo utiliza, no se modificaran los resultados obtenidos.

A continuación se sintetizan los comandos propios de operaciones con matrices de Excel.

Operacione	s con matrices
Adición	= (matriz 1) + (matriz 2)
Sustracción	= (matriz 1) - (matriz 2)
Producto	= MMULT(matriz 1;matriz 2)
Cálculo de inversa	=MINVERSA(matriz 1;matriz 2)
Cálculo de determinante	=DETERMINANTE(matriz)
Transposición	=TRANSPONER(matriz)

Ejemplo 3.2

Considerando las siguientes matrices cuadradas:

	6	0	-3		5	-5	-7]
A =	-1	4	9	B =	0	9	2
	8	-5	2		4	-1	0

Representar cada matriz como un arreglo y resolver las siguientes operaciones matriciales: A+B=C₁; B+A=C₂; A-B=C₃; AxB=C₄ y 2A=C₅.

Resolución

En primer lugar se vuelcan los datos a la hoja de cálculo para luego realizar las operaciones solicitadas.

	Α	В	С	D	
1					
2		6	0	-3	
3	A =	-1	4	9	
4		8	-5	2	
5					
6		5	-5	-7	
7	B=	0	9	2	
8		4	-1	0	
9					

Para realizar la suma de dos matrices, en primer lugar deben seleccionarse las celdas en las que se ubicará el resultado obtenido. Observe que en este caso se selecciona un arreglo cuadrado de tres por tres.

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н	I	
1										
2		6	0	-3						
3	A=	-1	4	9						
4		8	-5	2						
5						C ₁ =				
6		5	-5	-7						
7	B=	0	9	2						
8		4	-1	0						
q										

El paso siguiente es indicar la operación a realizar. Observe con atención como se indican las matrices a sumar. El primer grupo, indicado en color azul corresponde a la matriz A y el segundo grupo (verde) referencia a la matriz B.

IDETER	RM		•		=[32:D4+B6:D8			
Α	В	С	D	Е	F	G	Н	I	
	6	0	-3						
A =	-1	4	9						
	8	-5	2			=B2:D4+B6:D	08		
					C ₁ =				
	5	-5	-7						
B=	0	9	2						
	4	-1	0						
	A A= B=	A B 6 A= -1 8 B= 0 4	DETERM A B C 6 0 A= -1 4 8 -5 5 -5 B= 0 9 4 -1	DETERM 6 0 -3 6 0 -3 A= -1 4 9 8 -5 2 5 -5 -7 B= 0 9 2 4 -1 0	DETERM • A B C D E 6 0 -3 A= -1 4 9 8 -5 2 5 -5 -7 B= 0 9 2 4 -1 0	DETERM	DETERM - =B2:D4+B6:D8 A B C D E F G 6 0 -3 - <td>DETERM =B2:D4+B6:D8 A B C D E F G H 6 0 -3 -4 -4 -4 -4 -4 6 0 -3 -4 -4 -4 -4 -4 7 5 -5 -7 -7 -4 -4 8 -5 2 -82:D4+B6:D8 -4 -4 8 -5 -7 -4 -4 -4 8 -5 -7 -4 -4 -4 9 -4 -1 -4 -4 -4</td> <td>DETERM • =B2:D4+B6:D8 A B C D E F G H I 6 0 -3 -</td>	DETERM =B2:D4+B6:D8 A B C D E F G H 6 0 -3 -4 -4 -4 -4 -4 6 0 -3 -4 -4 -4 -4 -4 7 5 -5 -7 -7 -4 -4 8 -5 2 -82:D4+B6:D8 -4 -4 8 -5 -7 -4 -4 -4 8 -5 -7 -4 -4 -4 9 -4 -1 -4 -4 -4	DETERM • =B2:D4+B6:D8 A B C D E F G H I 6 0 -3 -

Luego, se aplican simultáneamente las teclas "ctrl+shift+enter".

El resultado obtenido, luego de editar el ancho de columnas y bordes, es el siguiente:

¿Qué resultado obtiene si utiliza la función "suma"? El resultado obtenido NO es el deseado.

	Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	J
1										
2		6	0	-3						
3	A=	-1	4	9						
4		8	-5	2			11	-5	-10	
5						C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7			12	-6	2	
7	B=	0	9	2						
8		4	-1	0						
9							=si	ıma	(B2:	D4;B6:D8)
10					F.S	uma=				
11										
10										

	Α	В	С	D	E	F	G	Η		
1										
2		6	0	-3						
3	A=	-1	4	9						
4		8	-5	2			11	-5	-10	
5						C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7			12	-6	2	
7	B=	0	9	2						
8		4	-1	0						
9							27	27	27	
10					F.S	uma=	27	27	27	
11							27	27	27	
10										

El resultado que obtiene en este caso es el

resultado de sumar uno a uno cada uno de los elementos de las dos matrices, es decir:

6+0+(-3)+(-1)+4+9+8+(-5)+2+5+(-5)+(-7)...

El resultado de la operación es el escalar "27" y no una matriz de tamaño 3x3. Dado que el rango de resultados seleccionado era una matriz, Excel repite el valor en cada una de las celdas.

Para realizar el cálculo B+A debe repetirse el método utilizado anteriormente.

			_										
N	IDETE	RM		-		=[36:0)8+I	82:D)4			
	А	В	С	D	E F G H I								
1													
2		6	0	-3									
3	A=	-1	4	9									
4		8	-5	2			11	-5	-10				
5						C ₁ =	-1	13	11				
6		5	-5	-7			12	-6	2				
7	B=	0	9	2									
8		4	-1	0									
9							=B	6:D8	3+B2	2:D4			
10						C ₂ =							
11										Į			
12													

			_	_						
	K14			•		fx-				
	Α	В	С	D	Е	F	G	Н	1	
1										
2		6	0	-3						
3	A=	-1	4	9						
4		8	-5	2			11	-5	-10	
5						C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7			12	-6	2	
7	B=	0	9	2						
8		4	-1	0						
9							11	-5	-10	
10						C ₂ =	-1	13	11	
11							12	-6	2	
40										

Como es de esperarse, el resultado obtenido es el mismo, dado que el orden de los sumandos no altera el resultado.

Para realizarse la resta de dos matrices se utiliza el signo "-" en lugar del "+":

N	IDETE	RM		•		=[32:C)4-E	86:D	8
	Α	В	С	D	Е	F	G	Н		
1										
2		6	0	-3						
3	A =	-1	4	9						
4		8	-5	2			11	-5	-10	
5						C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7			12	-6	2	
7	B=	0	9	2						
8		4	-1	0						
9							11	-5	-10	
10						C ₂ =	-1	13	11	
11							12	-6	2	
12										
13							=B	2:D4	1-B6	:D8
14						A-B=				
15										
16										
47										

	L11			•		f*				
	Α	В	С	D	Е	F	G	Н		
1										
2		6	0	-3						
3	A =	-1	4	9						
4		8	-5	2			11	-5	-10	
5						C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7			12	-6	2	
7	B=	0	9	2						
8		4	-1	0						
9							11	-5	-10	
10						C2=	-1	13	11	
11							12	-6	2	
12										
13							1	5	4	
14						A-B=	-1	-5	7	
15							4	-4	2	

El resultado se observa en la captura de pantalla de la derecha.

El producto de matrices requiere del uso del comando "MMULT()".

Nuevamente se selecciona el rango adecuado para el resultado, se escribe el signo "=" y se escribe la fórmula deseada:



Recuerde que en el producto matricial es importante considerar el orden de los factores. EL resultado obtenido, luego de cargar la fórmula y <u>presionar simultáneamente</u> <u>"ctrl+shift+enter"</u> es el siguiente:

	Α	В	С	D	E	F	G	Н	
1									
2		6	0	-3					
3	A=	-1	4	9					
4		8	-5	2		11	-5	-10	
5					C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7		12	-6	2	
7	B=	0	9	2					
8		4	-1	0					
9						11	-5	-10	
10					C ₂ =	-1	13	11	
11						12	-6	2	
12									
13						1	- 5	4	
14					A-B=	-1	-5	7	
15						4	-4	2	
16									
17						18	-27	-42	
18					A ² =	31	32	15	
19						48	-87	-66	
20									

Para multiplicar una matriz por un escalar puede utilizarse directamente el signo habitual para realizar productos "*".

Observe la siguiente figura como se indica el producto de un escalar por una matriz y el resultado de dicha operación en figura de la derecha.

Ν	IDETERI	м	-	•		=	2*B2	2:D4	
	Α	В	С	D	Е	F	G	Н	1
1									
2		6	0	-3					
3	A=	-1	4	9					
4		8	-5	2		11	-5	-10	
5					C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7		12	-6	2	
7	B=	0	9	2					
8		4	-1	0					
9						11	-5	-10	
10					C ₂ =	-1	13	11	
11						12	-6	2	
12									
13						1	- 5	4	
14					A-B=	-1	-5	- 7	
15						4	-4	2	
16									
17						18	-27	-42	
18					A ² =	31	32	15	
19						48	-87	-66	
20									
21						=2*	B2:0)4	
22					2A=				
23									

	Α	В	С	D	Е	F	G	Н	
1									
2		6	0	-3					
3	A=	-1	4	9					
4		8	-5	2		11	-5	-10	
5					C ₁ =	-1	13	11	
6		5	-5	-7		12	-6	2	
7	B=	0	9	2					
8		4	-1	0					
9						11	-5	-10	
10					C ₂ =	-1	13	11	
11						12	-6	2	
12									
13						1	5	4	
14					A-B=	-1	-5	7	
15						4	-4	2	
16									
17						18	-27	-42	
18					A ² =	31	32	15	
19						48	-87	-66	
20									
21						12	0	-6	
22					2A=	-2	8	18	
23						16	-10	4	
24									

Resolución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de la matriz inversa

Con los operadores mencionados puede resolverse un sistema de ecuaciones utilizando el método de la matriz inversa. Dada una matriz de coeficientes A, una matriz de términos independientes B y una matriz de variables X. Sea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & x_{31} + a_{32} & x_{31} + a_{32} & x_{31} = b_{21} \\ a_{31} & x_{31} + a_{32} & x_{31} + a_{33} & x_{31} = b_{31} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \end{bmatrix}$$

Resumiendo:

- Un sistema de ecuaciones queda representado en forma matricial por AX=B
- La matriz A está formada por los coeficientes del sistema de ecuaciones.
- La matriz B está formada por los términos independientes.
- La matriz X está formada por los valores que constituyen la solución del sistema.

El procedimiento para resolver el sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$A \times X = B$$
$$A^{-1} \times A \times X = A^{-1} \times B$$
$$X = A^{-1} \times B$$

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Rosario Ingeniería Química / 20

- Calcular el producto A-1B usando la función MMULT. El resultado obtenido será el vector X.
- Verificar el resultado: el producto AX debe ser igual a B.

Ejemplo 3.3

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$2x_1 + 3x_2 = 8$$
$$4x_1 - 3x_2 = -2$$

Resolución

A continuación se sintetizan el procedimiento de resolución:

- 1. Ingresar las matrices
 - Ingresar los coeficientes de las ecuaciones en una matriz A (4x4)
 - Ingresar los términos independientes en una matriz B (1x2)

	Α	В	С	D	Е	F	G
1							
2	^ _	2	3		D _	8	
3	A=	4	-3		D=	-2	
4							
E							

- 2. Calcular la matriz inversa de A (A^{-1})
 - Seleccionar el rango de la matriz a obtener (2x2)
 - Insertar la función y seleccionar la matriz a invertir =MINVERSA(B2:C3)
 - Apretar CRTL+SHIFT+ENTER simultáneamente

	12		•	★ {=MINVERSA(B2:C3)}							
	Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	
1											
2	•	2	3		D _	8		a-1	0,17	0,17	
3	A=	4	-3		D=	-2		A '=	0,22	-0,11	
4											
Б											

3. Obtener el vector resultante X

- Seleccionar el rango de salida de la matriz X (1x2)
- Insertar la función MMULT y seleccionar las matrices a multiplicar
 =MMULT(I2:J3,F2:F3)
- Apretar CRTL+SHIFT+ENTER simultáneamente

		M2		•											
		Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	M	
1															
2	2	^ _	2	3		P _	8		A-1	0,17	0,17		A-1*D_V	1	
3	3	A=	4	-3		D=	-2		A '=	0,22	-0,11		A	2	Į
4	ŀ														

- 4. Verificar el resultado
 - Seleccionar el rango de la matriz a obtener (1x2)
 - Insertar la función y seleccionar la matriz a invertir (=MMULT(B2:C3,M2:M3))
 - Apretar CRTL+SHIFT+ENTER simultáneamente

	P2		•		<i>f</i> × {=1	имu	LT(B2	2:C3;N	12:M3))}							
	Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	M	N	0	Р	
1																	
2	۸	2	3		D_	8		a-1	0,17	0,17		A-1*D V	1		A-1∗v D	8	
3	A-	4	-3		D-	-2		A =	0,22	-0,11		A D=X=	2		A X=D=	-2	l
4																	
_																	

En la última captura de pantalla se observa que el resultado del producto de la matriz A con la matriz obtenida como solución al sistema de ecuaciones, X, es la matriz B que representa a los términos independientes del sistema.

Resolución de sistemas de ecuaciones lineales y NO lineales utilizando SOLVER

f(x, y, z) = 3x + 2y - z - 4 = 0 g(x, y, z) = 2x - y + z - 3 = 0h(x, y, z) = x + y - 2z + 3 = 0

En secciones precedentes se mostraron ejemplos y se describió la metodología de resolución de ecuaciones utilizando la herramienta Solver. En esta sección, la misma se utilizará para resolver sistemas de ecuaciones. En este caso, y a diferencia con el método matricial, no se requiere que las ecuaciones sean lineales. La técnica es la misma independientemente del tipo de ecuación involucrada.

La estrategia general usada con Solver es definir una <u>función objetivo (FO)</u> que consista en la suma de los cuadrados de los valores individuales de cada ecuación/función, y luego se determinan los valores "x", " y" y "z" que hacen que la <u>función objetivo sea igual a cero</u> evaluada en ellos.

$$FO = f^{2}_{(x,y,z)} + g^{2}_{(x,y,z)} + h^{2}_{(x,y,z)} = 0$$

Para resolver un sistema de ecuaciones, primero debe definir las celdas en las que ubicará las variables independientes o incógnitas, luego se recomienda escribir en forma individual cada una de las ecuaciones o funciones que conforman el sistema, y luego definir la celda en la que ubicará la función objetivo.

Una vez que los datos se encuentran volcados a la planilla, se ubica la herramienta Solver en la barra de herramientas. La única variante respecto a la resolución de una ecuación utilizando esta herramienta se presenta en el momento en que se define la función objetivo.

Note que como celda objetivo se define a la celda en la que se ubica la fórmula en la que se representa a la función homónima. En el caso visualizado en la captura de pantalla es la celda B9. Las celdas en las que están cargadas las ecuaciones participan **indirectamente** a través de la función objetivo. Observe que en el formulario de Solver no aparece ninguna de dichas celdas (B5, B6 y B7).

Observe también que es este caso es fundamental escribir las ecuaciones en forma implícita.

Una vez que la solución ha sido encontrada, los valores resultantes son mostrados en sus respectivas celdas dentro de la planilla, y emerge la ventana "Resultados de Solver". La síntesis del procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones es el siguiente:

- Ingresar los valores iniciales para x, y, z.
- Ingresar las funciones *f*, *g* y *h*
- Ingresar la función $FO=f^2+g^2+h^2$

	B9	★ =B5^2+B6^2+B7^2			А	В	
	A	В		1	х=	1	
1	х=	1		2	v=	1	
2	у=	1		3	, z=	1	
3	z=	1		4	_		
4	~ ~ ~ ~			5	f(z + z) =	Π	
5	f(z,y,z)=	=3^B1+2^B2-B3-4		a	a(7, 7, 7)=	-1	
5	g(z,y,z)=	=2°B1-B2+B3-3		7	g(z,y,z) = b(z,y,z) = b(z,y) = b(z,y) = b(z,y) = b(z,	-1	
/	n(z,y,z)=	=01+02-2*03+3		-	n(z,y,z)-	J	
a	EO-		1	0	F.O	40	
10	10-	-00.2+00.2+07.2		9	FU=	10	
10				10			

- Ir a Herramientas/ Solver
- Seleccionar la celda objetivo
- Marcar que la celda objetivo debe tomar el valor cero
- Seleccionar el rango de celdas que se van a ir cambiando
- Agregar restricciones si fuera necesario

E								
	A	В	С	D	E	F	G	Н
1	х=	1						
2	у=	1	Paráme	tros de Solve	r			
3	z=	1						
4			Cel <u>d</u> a ob	jetivo: \$B\$9	9 💽			Resolver
5	f(z,y,z)=	0	Valor de	la celda obietivo				
6	g(z,y,z)=	-1			· · · ·			Cerrar
7	h(z,y,z)=	3	○ <u>M</u> á	×imo 🔘 Mí <u>n</u>	imo 💿 <u>V</u> alore	es de: 0		
8			Cambiar	ndo las celdas				
9	FO=	10	\$B\$1:\$:B\$3		💽 Estir	nar	
10			Culture	- to a standard sector of	and the state of t			Opciones
11			Sujetas	a jas siguientes i	restricciones:			
12						A Carea		
13						Mied		
14						⊆ambi	iar <u>R</u> e	stablecer todo
15								
16						Elimi	nar 🛛 🔄	Ayuda
17								
18								

Resolver

	A	В	С		D	E	F	G	Н			
1	х=	1	-									
2	y=	2		Resultados de Solver 🛛 🔀								
3	z=	3										
4				Solver	ha hallado una s iopec	olución. Se han s	satistecho todas	las restricciones y	/			
5	f(z,y,z)=	-6,1E-07		condic	iones.		In	formes				
6	g(z,y,z)=	-9,5E-07										
7	h(z,y,z)=	1,5E-08		0	J <u>t</u> ilizar solución de	e Solver	Se	ensibilidad				
8				OF	estaurar valores	; originales	Lír	nites	_			
9	FO=	1,3E-12		<u> </u>		, originalos						
10				Ac	entar Ca	ocelar Gu	iardar escenario.	Avuda				
11							a. sa. soconanon					
12												

Nuevamente los resultados obtenidos son satisfactorios. Cada ecuación alcanza un valor muy cercano a cero, así como también la función objetivo. Note que según el formato de las celdas, el resultado se visualiza de una u otra forma. A continuación se aplicará un formato en el que se muestren solo 3 decimales a las celdas B5 a B9.

	A	В	С
1	х=	1	
2	у=	2	
3	z=	3	
4			
5	f(z,y,z)=	0,000	
6	g(z,y,z)=	0,000	
7	h(z,y,z)=	0,000	
8			
9	FO=	0,000	
10			
44			

Finalmente, x=1 y=2 z=3. Se observa que los valores de las funciones son prácticamente cero.

Los problemas NO LINEALES pueden tener más de una solución, y las soluciones no necesariamente serán reales. En consecuencia, es deseable restringir el rango de las variables independientes. Por ejemplo, para resolver el siguiente sistema de ecuaciones se requiere restringir el rango de las variables independientes <u>a valores positivos</u>.

Ejemplo 3.4

Dado el siguiente sistema de ecuaciones, determinar x e y.

$$f(x, y) = x^{2} + 2y^{2} - 5x + 7y = 40$$
$$g(x, y) = 3x^{2} - y^{2} + 4x + 2y = 28$$



¡Recordar que es necesario ingresar las ecuaciones en forma implícita!

Resolución

 Realice el procedimiento habitual para resolver un sistema de ecuaciones con Solver (escriba variables independientes, funciones y función objetivo, defina la celda objetivo, valor de la función objetivo y determine las celdas a modificar.

	A	В	
1	х=	1	
2	у=	1	
3			
4	f(z,y,z)=	=B1^2+2*B2^2-5*B1+7*B2-40	
5	g(z,y,z)=	=3*B1^2-B2^2+4*B1+2*B2-28	
6			
7	FO=	= <mark>B4^2+B5^2</mark>	
8			

- Seleccionar "Agregar" (Aparece una nueva ventana)
- Seleccionar la celda que contiene la variable independiente (Referencia de la celda).
- Escribir o referenciar la restricción (Restricción)

	A	В	С	D	E	F	G	Н				
1	х=	1										
2	y=	1										
3												
4	f(z,y,z)=	-35,000										
5	g(z,y,z)=	-20,000		Agregar restricción 🛛 🔀								
6				Defense de la		D a abria	-14					
7	FO=	1625,000		Referencia de la	a celoa:	Restric	cion:					
8				\$B\$4	>	= 🖌 🛛						
9												
10				Aceptar	Cancelar	<u>A</u> gregar	Ayua	da 📄				
11												

 Si desea agregar una nueva restricción seleccione "Agregar". Si ha finalizado con la definición de restricciones seleccione "Aceptar" para volver al menú principal del Solver.

AGREGAR UNA RESTRICCIÓN POR CADA VARIABLE INDEPENDIENTE

	B7 🗸 🗸	fx :	=B4^2+B5^2					
	A	В	С	D	E	F	G	Н
1	х=	1						
2	у=	1	Parámetro	os de Solver				
3			Colda objet	iuou testa				
4	f(z,y,z)=	-35,000		100: 100:			Res	olver
5	g(z,y,z)=	-20,000	Valor de la	celda objetivo:				
6			🔿 Mávin	n 🔿 Mínima	Q Valores	der 0		rrar
7	FO=	1625,000	Cambiando	ulas celdas		Je. U		
8			Cambianae					
9			\$B\$1:\$B\$	2		🔄 Es <u>t</u> imar		
10			Sujetas a l	as siquientes resl	tricciones:		Opcie	ones
11								
12			\$B\$4 >=	0		Agregar		
13			\$B\$5 >=	0			Ξ	
14							<u>R</u> establ	ecer todo
15						Eliminar		uda
16								<u>a</u> aa
17								

Repase los datos cargados, y aplique "Resolver".

	А	В	С	D	E	F	G	ł
1	х=	2,696329						
2	y=	3,365489	Resulta	dos de Solver				\mathbf{X}
3			Calvanh					
4	f(z,y,z)=	0,000	condicion	a nallado una solu nes.	ición, se nan sac	isrecno todas las	restrictiones	Y
5	g(z,y,z)=	0,000	contaiter			Infor	mes	
6						- Peco	uestas	
7	FO=	0,000	💿 Util	izar solución de S	olver	Sens	ibilidad	
8			O Re:	taurar valores or	iginales	Límite	es	
9					· · · · · · ·			
10			Acep	tar Cano	elar Guar	dar escenario	Avud	a
11								

A continuación se resume las opciones que se explicaron en este apunte al momento de resolver una ecuación o un sistema de ecuaciones utilizando las herramientas provistas por Excel.

Problema	Solución utilizando Ms. Excel					
	 Método gráfico (Ec. Lineales y no lineales) 					
Ecuación de una incógnita	 Herramienta "Buscar Objetivo" (Ec. Lineales y no lineales) 					
	 Herramienta "Solver" (Ec. Lineales y no lineales) 					
Sistema de ecuaciones	 Método de la matriz inversa (Ec. Lineales) 					
	Herramienta "Solver" (Ec. Lineales y no lineales)					

Ejemplo 3.4

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas

$$x-2y+3z = 17$$

$$3x + y - 2z = 0$$

$$2x + 3y + z = 7$$

a) Por el método de la matriz inversa. Verificar si la solución es correcta.

b) Utilizando la herramienta "Solver"

Resolución

a) El primer paso es cargar los datos de la matriz de coeficientes (A) y la matriz de términos independientes (B).



Luego se calcula la matriz inversa de A para posteriormente realizar el producto de $(A^{-1} B)$ y obtener el vector de variables **(X)**.

	A	В	С	D	E	F	
1							
2						17	Obs
3					B=	0	orv
4						7	erv
5							е
6		1	-2	3			ane
7	A=	3	1	-2			944
8		2	3	1			deb
9							ido
10		0	0	0			10.0
11	A ⁻¹ =	-0	-0	0			al
12		0	-0	0			anc
13							ho

	А	В	С	D	E	F	
1							
2						17	
3					B=	0	
4						- 7	
5							
6		1	-2	3			
7	A =	3	1	-2			
8		2	3	1			
9							
10		0,167	0,262	0,024			
11	A ⁻¹ =	-0,167	-0,119	0,262			
12		0,167	-0,167	0,167			
13							

de las columnas el resultado obtenido aparentemente es cero. Sin embargo, al ampliar las columnas pueden visualizarse los decimales correspondientes. En este caso se han seleccionado 3 decimales.

Nuevamente es necesario conocer con antelación el resultado esperado. En este caso, el producto de A con B nos dará como resultado un vector columna de tres componentes. Este será el rango que se seleccionará para realizar el cálculo.



2011

El resultado obtenido con el método de la matriz inversa es :

x= 3	
y= -1	
z= 4	

b) Para resolver el sistema utilizando la herramienta Solver se sugiere seleccionar e indicar el lugar en el cual se escribirán las variables y las ecuaciones. También la función objetivo.

Observe la figura siguiente en la cual se muestran las fórmulas ingresadas:

-			
	Α	В	C
13			
14			
15	x=		
16	y=		
17	Z=		
18			
19			
20	Ec1.	=B15-2*B16+3*B17-17	
21	Ec2.	=3*B15+B16-2*B17-0	
22	Ec3.	=2*B15+3*B16+B17-7	
23			
-			

	Α	В	С	D	E
13					
14					
15	X =				
16	y=				
17	Z=				
18					
19					
20	Ec1.	-17			
21	Ec2.	0			
22	Ec3.	-7			
23					
24	FO=	=B20^2-	+B21^2-	+B22^2	
25					

Luego, en el formulario de solver se indican las celdas correspondientes a lo solicitado en cada caso. *No olvide tildar la opción "Valores de 0"*.

	Α	В	С	D	E	F	G	Н		J	
13			C	_		-				~	
14			P	arámetr	ros de So	lver					
15	X=										
16	y=			Cel <u>d</u> a ol	bjetivo:	\$B:	\$24 💽			Re <u>s</u> olver	
17	Z=			Valor de	la celda o	bietiv	·o:		_		
18										Cerrar	
19				© <u>M</u> a	aximo	© Mi	nimo (O) <u>V</u> alo	res de: 0			
20	Ec1.	-17		Cambia	ndo las ce	Idas					
21	Ec2.	0		\$B\$15	:\$B\$17			💽 Esti	mar		
22	Ec3.	-7		0	- 1					Opciones	
23				Sujetas	s a jas sigu	lentes	restricciones:				
24	F0=	338						A Agro			
25								Adres	yai		
26								Camb	piar <u>R</u> e	stablecer todo	
27											
28								- <u>E</u> lim	iinar	Ay <u>u</u> da	
29											
30			C	_	_	_		_	_	_	
24											

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Rosario Ingeniería Química / 28 Al hacer clic en **Resolver** se muestran los siguientes resultados.



Note que los valores de las ecuaciones se hacen prácticamente cero utilizando los valores hallados para las variables x, y, z.

Ec1 = -0.0000009 Ec2 = 0.0000004 Ec3= -0.0000008 FO= -0.0000000002

El resultado obtenido con la herramienta Solver es:

Ejemplo 3.5

Determinar la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales utilizando la herramienta Solver.

$$f(x, y, z) = 3x + 2y - z - 4 = 0$$

$$g(x, y, z) = 2x - y + z - 3 = 0$$

$$h(x, y, z) = x + y - 2z + 3 = 0$$

<u>Resolución</u>

Nuevamente se cargan los datos en forma adecuada para trabajar con dicha herramienta según se muestra a continuación:

4			
	A	В	C
27			
28			
29	x=		
30	y=		
31	Z=		
32			
33			
34	f(x, y, z)=	=3*B29+2*B30-B31-4	
35	g(x, y, z)=	=2*B29-B30+B31-3	
36	h(x, y, z)=	=B29+B30-2*B31+3	
37			
38	FO=	=B34^2+B35^2+B36^2	
39			

	А	В	С	D	E	F	G	Н		J	K
27			(~	
28				Paráme	tros de So	lver					
29	x =	0		Colds.	- L.z		ntan 💷				
30	у=	0		Cel <u>d</u> a	objetivo:	ş	5\$38			Re <u>s</u> olver	
31	Z=	0		Valor d	le la celda o	bjet	ivo:		_	_	
32					lávimo		Minima 🔘 Val	laraa day		Cerrar	
33				Cambi	iando las ce	n () achle		ores de: 0			
34	f(x, y, z)=	-4		Camp		luas					
35	g(x, y, z)=	-3		\$B\$2	9:\$B\$31			1	s <u>t</u> imar		
36	h(x, y, z)=	3		Suietz	as a las sigu	iente	es restricciones:			Opciones	
37					in a jun niga						
38	FO=	34						Agr	egar		
39											
40								Car	nbiar <u>R</u>	establecer todo	
41									iminar	Aunda	
42								-		Ayuua	
43											
44			1	-	_	-					
45											

El resultado obtenido es:

	A	В	С	D	
27					
28					
29	x=	1			
30	y=	2			
31	Z=	3			
32					
33					
34	f(x, y, z)=	-6E-07			
35	g(x, y, z)=	-3E-06			
36	h(x, y, z)=	1,6E-06			
37					
38	FO=	9,8E-12			
39					

Ejemplo 3.6

Determinar la solución del siguiente sistema de ecuaciones NO lineales utilizando la herramienta Solver. Restringir el dominio de la variable x a valores mayores que cero y el dominio de la variable y a valores menores que 0.

$$f(x, y) = x^{2} + 2y^{2} - 5x + 7y = -11$$

$$f(x, y) = 3x^{2} - y^{2} + 4x + 2y = +17$$

Resolución

El proceso de carga de datos es similar al realizado en los ejemplos anteriores. En este caso el sistema de ecuaciones a resolver es no lineal de dos incógnitas.

	A	В	С
39			
40			
41			
42			
43	х=	0	
44	у=	0	
45			
46			
47	f1(x, y)=	=B43*B43+2*B44*B44-5*B43+7*B44+11	
48	f2(x, y)=	=3*B43*B43-B44*B44+4*B43+2*B44-17	
49			
50	FO=	=B47^2+B48^2	
51			

Recuerde agregar una a una las restricciones solicitadas. En la siguiente pantalla se muestra la pantalla mientras se agrega la segunda restricción.

× N	licrosoft Excel -	apunte_e	xcel				_		_	_		
	<u>A</u> rchivo <u>E</u> di	ción <u>V</u> e	r <u>I</u> nser	tar <u>F</u>	ormato	<u>H</u> err	amientas	Da <u>t</u> os	: <u>A</u> spen	Ve <u>n</u> tana	2	Ado <u>b</u> e P[
1		a (📖	2	I 🔊	<u>-</u> (°' -	Σ	- 🛍 🤇		Arial			- 10
0	Enable 👼 Org	ganizer 🛙) f	rð X	🔒 🖻	Ţ	:		•			~
2	[월 달 1월], [월 1월 01 01 최 제] 수 42 〓 其 생 신 1월 , [28]											
	B44 🗸	f:	€ =B34	^2+B3	5^2+B36/	2						
	А	В	С	D	E	F	G		Н	1		J
41												
42			-									-
43	X=	= 0		Agrega	r restricció	'n					x	
44	y⊧	= 0	ſ									
45				<u>R</u> efere	encia de la (celda	:		Restricción:			
46				\$B\$44	ł		1	•	0			
47	f1(x, y)⊧	- 11										
48	f2(x, y)= -17 Aceptar Cancelar Agregar Ayuda											
49												
50	FO:	= 410		-	-	-	_	-	_	-	-	
51												

La pantalla del formulario, una vez cargadas las dos restricciones es la siguiente:

	A	В	С	D	E	F	G	Н	I	J	K
41											
42				Paráme	tros de So	lver				X	
43	x=	0				_					
44	у=	0		Cel <u>d</u> a	objetivo:	s	8\$50 💽			Pecolver	
45										Resolver	
46				Valor	de la celda (objet	100:			Cerrar	
47	f1(x, y)=	11		0	<u>4</u> áximo	0	Mí <u>n</u> imo 💿 <u>V</u> a	lores de: 0			
48	f2(x, y)=	-17		Camb	iando las ce	eldas					
49				¢R¢4	13-¢8¢44				etimar		
50	FO=	410		404						Opciones	
51				Sujet	as a <mark>l</mark> as sigu	uient	es restricciones:				
52				éD ét	12 5 - 0						
53				\$B\$4	+3 >= 0 14 <= 0				regar		
54								Car	mbiar R	establecer todo	
55											
56								- E	liminar	Ay <u>u</u> da	
57											
58						_					
59				-	-						

Y finalmente, los resultados son:

	Α	В	С
41			
42			
43	X=	2	
44	y=	-1	
45			
46			
47	f1(x, y)=	8E-05	
48	f2(x, y)=	-4E-04	
49			
50	FO=	2E-07	
51			

Resultados de error

Según lo visto hasta ahora, crear fórmulas parece una tarea sencilla, y ciertamente lo es. Sin embargo, uno se acostumbra rápidamente a crear fórmulas y comienza a crear hojas de cálculo más y más complejas. Y entonces empiezan a aparecer los errores en las fórmulas.

Cuando se comete un error en una fórmula, Excel nos avisa mediante una serie de mensajes que aparecen en la celda en la que se ha cometido el error, de manera que podemos identificar el origen del problema. Los errores de los que nos avisa Excel son los siguientes:

- ######. Marcas de desbordamiento. La columna no es lo suficientemente ancha para mostrar el resultado de la fórmula. Aumenta el ancho de la columna, disminuye el tamaño de la fuente o cambia el formato de la celda (todo esto veremos cómo hacerlo más adelante).
- #iDIV/0! División por cero. Ten en cuenta que Excel considera que las celdas vacías tienen el valor cero.
- #N/A. No disponible. Normalmente porque la fórmula hace referencia a una función o valor no disponibles.
- #¿NOMBRE? Nombre desconocido. La fórmula hace referencia a un nombre que Excel no conoce.
- #jNUM! Número no válido. La fórmula está usando un número no válido (generalmente en una función).
- #iREF! Referencia no válida. La fórmula contiene una referencia que ya no es válida, porque se haya borrado la celda o puesto otra en su lugar.
- #jVALOR! Operando no válido. Por ejemplo, no se puede sumar un texto a un número.