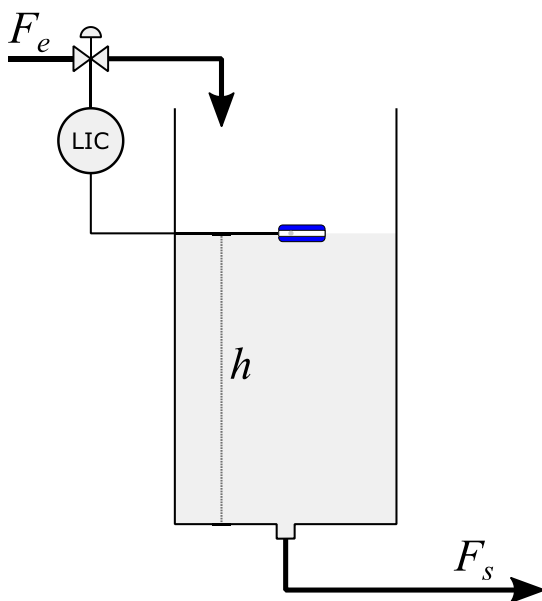


Modelado de un sistema dinámico mediante EDOs

Modelado del sistema

Un tanque de alimentación de agua cuenta con un controlador on/off por medio de un flotante. El tanque tiene un diámetro de 2 metros y cuenta con un orificio de salida de 0.0508 m. La alimentación al tanque se hace por medio de una bomba que brinda un caudal de 0.05 m³/s. El flotante controla el caudal de entrada activando la válvula de entrada de agua cuando la altura de líquido es menor a 4.5 m y cortando la entrada cuando la altura es mayor a 5.5 m para que el tanque no rebalse. El tanque tiene una altura de 6 m.



Para obtener el caudal de salida del tanque se realiza un balance de masa sobre un tanque en estado dinámico:

$$\text{Acumulación} = \text{Masa que entra} - \text{Masa que sale}$$

$$\frac{dM}{dt} = m_e - m_s$$

Donde m_e y m_s son los caudales másicos de entrada y salida del tanque respectivamente y $\frac{dM}{dt}$ es la velocidad de acumulación de masa dentro del tanque.

Reemplazando los caudales másicos por el caudal volumétrico Q por la densidad del líquido ρ se obtiene $m = Q\rho$. Reemplazando en el balance y considerando que la densidad no varía con el tiempo:

$$\frac{dV}{dt} \rho = Q_e \rho - Q_s \rho$$

Considerando que la densidad se mantiene constante puede simplificarse y se obtiene:

$$\frac{dV}{dt} = Q_e - Q_s$$

Reemplazando el volumen V por el volumen de un cilindro $V = At h$ donde At es el área transversal del tanque y h la altura del líquido en el tanque. Reemplazando en el balance:

$$At \frac{dh}{dt} = Q_e - Q_s \quad \text{Ec.1}$$

El caudal Q dependerá si proviene de una bomba o si proviene de otro tanque:

Caudal proveniente de una bomba	$Q = cte$
Caudal por salida gravitatoria de un tanque de sección transversal A_s y altura de líquido h	$Q = A_s \sqrt{2gh}$

Por lo tanto, podemos utilizar la ecuación Ec.1 para describir el comportamiento del líquido en el tanque para el caso en que se está llenando y para el caso cuando el tanque se está vaciando.

- **Llenado de tanque:** el caudal de entrada depende de una bomba, por lo que es constante. El caudal de salida es gravitatorio y depende de la altura del líquido y el área del orificio.
- **Vaciado de tanque:** el caudal de entrada es cero. El caudal de salida es gravitatorio y depende de la altura del líquido y el área del orificio.

Aplicación al problema

Considere que el tanque se encuentra vacío en el momento inicial y comienza a llenarse por la alimentación con la bomba.

- Muestre en un gráfico la evolución en el tiempo de la altura del tanque para un tiempo total de 2 horas. En otro gráfico muestre el caudal de salida vs el tiempo.
- Se desea realizar una modificación en el sistema aumentando el caudal de entrada de agua. ¿Qué valor máximo puede tener el caudal de entrada sin que el tanque rebalse?
- Con el valor de alimentación original (0.05 m³/s) se conecta otra salida del tanque con otro orificio igual al anterior. Muestre en un gráfico la evolución en el tiempo de la altura del tanque para un tiempo total de 2 horas con esta nueva salida adicional del tanque.