Sustitución hacia atrás y hacia delante

Profesor: Dr. Juan Ignacio Manassaldi

JTP: Ing. Amalia Rueda

Sustitución hacia atrás

A =

16.0000	12.0000	19.0000	19.0000
0	-12.5000	-2.3750	-12.3750
0	0	-0.0400	10.1600
0	0	0	-450.2500

b =

4.0000
4.5000
7.7600
-328.5000

					x_1
					x_2
					x_3
					x_4
16.0000	12.0000	19.0000	19.0000		4.0000
0	-12.5000	-2.3750	-12.3750		4.5000
0	0	-0.0400	10.1600		7.7600
0	0	0	-450.2500		-328.5000

Sustitución hacia atrás

¡Matriz de coeficientes triangular superior!

				x_1
				x_2
				x_3
				x_4
16.0000	12.0000	19.0000	19.0000	4.0000
0	-12.5000	-2.3750	-12.3750	4.5000
0	0	-0.0400	10.1600	7.7600
0	0	0	-450.2500	-328.5000

$$A_{1,1}x_1 + A_{1,2}x_2 + A_{1,3}x_3 + A_{1,4}x_4 = b_1$$

$$A_{2,2}x_2 + A_{2,3}x_3 + A_{2,4}x_4 = b_2$$

$$A_{3,3}x_3 + A_{3,4}x_4 = b_3$$

$$A_{4,4}x_4 = b_4$$

Sustitución hacia atrás

$$A_{1,1}x_1 + A_{1,2}x_2 + A_{1,3}x_3 + A_{1,4}x_4 = b_1$$

$$A_{2,2}x_2 + A_{2,3}x_3 + A_{2,4}x_4 = b_2$$

$$A_{3,3}x_3 + A_{3,4}x_4 = b_3$$

$$A_{4,4}x_4 = b_4$$

$$x_4 = \frac{b_4}{A_{4,4}}$$

$$x_3 = \frac{b_3 - A_{3,4}x_4}{A_{3,3}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - (A_{2,3}x_3 + A_{2,4}x_4)}{A_{2,2}}$$

$$x_1 = \frac{b_1 - (A_{1,2}x_2 + A_{1,3}x_3 + A_{1,4}x_4)}{A_{1,1}}$$

Sustitución hacia atrás

$$x_4 = \frac{b_4}{A_{4,4}}$$

$$x_n = \frac{b_n}{A_{n,n}}$$

Sustitución hacia atrás

$$x_3 = \frac{b_3 - A_{3,4} x_4}{A_{3,3}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - \left(A_{2,3} x_3 + A_{2,4} x_4 \right)}{A_{2,2}}$$

$$x_1 = \frac{b_1 - \left(A_{1,2} x_2 + A_{1,3} x_3 + A_{1,4} x_4 \right)}{A_{1,1}}$$

Sustitución hacia atrás

$$x_3 = \frac{b_3 - A_{3,4}x_4}{A_{3,3}}$$

	x_4
$A_{3,4}$	$A_{3,4}x_4$

Sustitución hacia atrás

$$x_2 = \frac{b_2 - \left(A_{2,3}x_3 + A_{2,4}x_4 \right)}{A_{2,2}}$$

	x_3
	x_4
$A_{2,3}$ $A_{2,4}$	$A_{2,3}x_3 + A_{2,4}x_4$

Sustitución hacia atrás

$$x_1 = \frac{b_1 - \left(A_{1,2}x_2 + A_{1,3}x_3 + A_{1,4}x_4 \right)}{A_{1,1}}$$

			x_2
			x_3
			x_4
$A_{1,2}$	$A_{1,3}$	$A_{1,4}$	$A_{1,2}x_2 + A_{1,3}x_3 + A_{1,4}x_4$

Sustitución hacia atrás

$$x_1 = \frac{b_1 - \left(A_{1,2} x_2 + A_{1,3} x_3 + A_{1,4} x_4 \right)}{A_{1,1}}$$

$$x_i = \frac{b_i - A_{i,i+1:n} \times x_{i+1:n}}{A_{i,i}}$$

¿Cómo se genera cada vector en Scilab?

$$A_{i,i+1:n} \times x_{i+1:n}$$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} x_{i+1} \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} A_{i,i+1} & \cdots & A_{i,n-1} & A_{i,n} \end{matrix} & A_{i,i+1}x_{i+1} + \cdots + A_{i,n-1}x_{n-1} + A_{i,n}x_n \end{array}$$

Sustitución hacia atrás

$$\left[A_{i,i+1} \ \cdots \ A_{i,n-1} \ A_{i,n}\right]$$

¿En Scilab?

```
A(i,[i+1:n])
```

Sustitución hacia atrás

¿En Scilab?

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$$

```
x([i+1:n],1)
```

Sustitución hacia atrás

$$A_{i,i+1}x_{i+1}+\cdots+A_{i,n-1}x_{n-1}+A_{i,n}x_n$$

¿En Scilab?

A(i,[i+1:n])*x([i+1:n],1)

Sustitución hacia atrás

$$x_i = \frac{b_i - A_{i,i+1:n} \times x_{i+1:n}}{A_{i,i}}$$

¿En Scilab?

```
x(i,1)=(b(i) - A(i,[i+1:n])*x([i+1:n],1))/A(i,i);
```

Sustitución hacia atrás

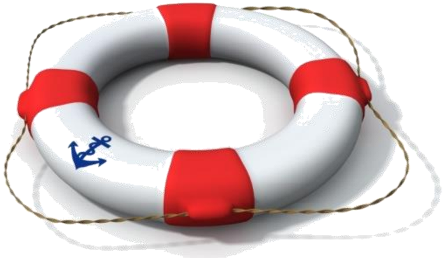
```
x(i,1)=(b(i) - A(i,[i+1:n])*x([i+1:n],1))/A(i,i);
```

¿Cómo varia *i* ?

$$x_4 = \frac{b_4}{A_{4,4}} \Rightarrow x_3 = \frac{b_3 - A_{3,4}x_4}{A_{3,3}} \Rightarrow x_2 = \frac{b_2 - (A_{2,3}x_3 + A_{2,4}x_4)}{A_{2,2}}$$

$$\Downarrow$$

$$x_1 = \frac{b_1 - (A_{1,2}x_2 + A_{1,3}x_3 + A_{1,4}x_4)}{A_{1,1}}$$



Sustitución hacia atrás


```
function x=SA(A, b)
[n c]=size(A);
x(n,1)=b(n)/A(n,n);
for i=n-1:-1:1
 x(i,1)=(b(i) - A(i,[i+1:n])*x([i+1:n],1))/A(i,i);
end
endfunction
```

Sustitución hacia atrás

```
A =[16    12    19    19
    18     1    19     9
     2     5     3    16
    18    10    19     2];
b =[4    9    7    9]';

[A b]=gaussiana(A,b)

x=SA(A,b)
```

```
A  =

   16.    12.      19.       19.
   0.    -12.5   -2.375   -12.375
   0.     0.     -0.04     10.16
   0.     0.      0.      -450.25
b  =

   4.
   4.5
   7.76
  -328.50000
```

```
x  =

   9.2690172
   0.5674625
  -8.6829539
   0.7295947
```

Sustitución hacia atrás

```
A =[16    12    19    19
    18     1    19     9
     2     5     3    16
    18    10    19     2];
b =[4    9    7    9]';

[A,b]=gaussianaPP(A,b)

x=SA(A,b)
```

```
A  =

   18.    1.           19.          9.
   0.     11.111111    2.1111111    11.
   0.     0.          -1.71        -15.91
   0.     0.           0.           10.532164
b  =

   9.
  -4.
   3.24
   7.6842105

 x  =

   9.2690172
   0.5674625
  -8.6829539
   0.7295947
```

Sustitución hacia atrás

```
A =[16    12    19    19
    18     1    19     9
     2     5     3    16
    18    10    19     2];
b =[4    9    7    9]';

[A,b,P]=gaussianaPT(A,b)

xn=SA(A,b)

x= P*xn
```

```
A  =

  19.    19.    12.            16.
  0.    -17.   -2.             2.
  0.     0.    -9.8235294      0.8235294
  0.     0.     0.             1.1352033
b  =

  4.
  5.
  2.0588235
  10.522219
P  =

  0.    0.    0.    1.
  0.    0.    1.    0.
  1.    0.    0.    0.
  0.    1.    0.    0.
xn  =

 -8.6829539
  0.7295947
  0.5674625
  9.2690172
```

```
x  =

  9.2690172
  0.5674625
 -8.6829539
  0.7295947
```

Sustitución hacia delante

¡Matriz de coeficientes triangular inferior!

$$A_{1,1}x_1 = b_1$$

$$A_{2,1}x_1 + A_{2,2}x_2 = b_2$$

$$A_{3,1}x_1 + A_{3,2}x_2 + A_{3,3}x_3 = b_3$$

$$A_{4,1}x_1 + A_{4,2}x_2 + A_{4,3}x_3 + A_{4,4}x_4 = b_4$$

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ A_{2,1} & A_{2,2} & 0 & 0 \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} & 0 \\ A_{4,1} & A_{4,2} & A_{4,3} & A_{4,4} \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{b_1}{A_{1,1}} \qquad x_2 = \frac{b_2 - A_{2,1}x_1}{A_{2,2}} \qquad x_3 = \frac{b_3 - \left(A_{3,1}x_1 + A_{3,2}x_2\right)}{A_{3,3}}$$

$$x_4 = \frac{b_4 - \left(A_{4,1}x_1 + A_{4,2}x_2 + A_{4,3}x_3\right)}{A_{4,4}} \quad \Rightarrow x_i = \frac{b_i - A_{i,1:i-1} \times x_{1:i-1}}{A_{i,i}}$$

Sustitución hacia delante


```
function x=SD(A, b)
[n c]=size(A);
x(1,1)=b(1)/A(1,1);
for i=2:n
 x(i,1)=(b(i) - A(i,[1:i-1])*x([1:i-1],1))/A(i,i);
end
endfunction
```