Modelado dinámico.

Tanque con nivel controlado.

Sea el tanque de la figura. Se desea plantear el modelo dinámico que lo represente. El nivel esté controlado por la salida (acción directa).

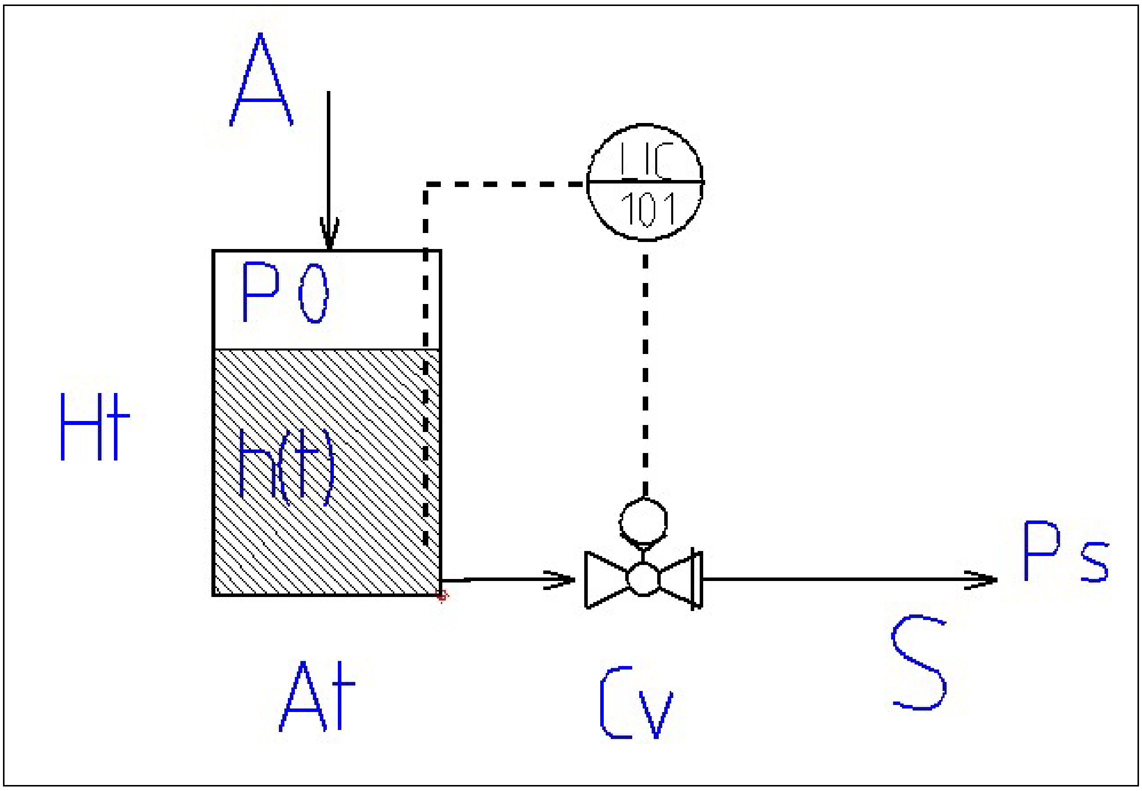

Figura 1

Hipótesis:

- Las presiones P0 y Ps son conocidas y constantes.
- Sin reacción química
- Evolución isotérmica
- Densidad constante
- Controlador PID

Unidades:

- A en flujo másico
- HT, altura del tanque
- AT, área del tanque
- Conductividad de la válvula
- K_P, K_I y K_D, constantes proporcionales, integrales y diferenciales del controlador
- S expresado en flujo másico

- Donde α es una característica de la válvula
- h_{SP} es el set point de la altura, esto es el valor deseado de las misma
- Donde ε_T es un criterio de convergencia

Sistema de ecuaciones:

Balance de materia:

$$\frac{dM}{dt} = A - S$$

$$\rho \frac{dV}{dt} = A - S$$

$$\rho \; A_T \; \frac{dh(t)}{dt} = A - S$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{(A - S)}{\rho \, A_T}$$

Válvula:

$$S = Cv \, \alpha^{AC} \sqrt{\frac{P_F - P_S}{\rho}}$$

$$\varepsilon = \left(h(t) - h_{SP}\right)$$

$$P_F = P_0 + \rho \, g \, h(t)$$

$$AC = A_P + A_I + A_D$$

$$A_P = K_P \varepsilon = K_P \left(h(t) - h_{SP}\right)$$

$$A_I = K_I \int_0^t \varepsilon \, dt \qquad \frac{dA_I}{dt} = K_I \, \varepsilon = K_I \left(h(t) - h_{SP}\right)$$

$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \left(h(t) - h_{SP}\right)$$

$$A_D = K_D \frac{d\varepsilon}{dt} = K_D \frac{dh(t)}{dt}$$

Con lo que queda un sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dA_I(t)}{dt} = K_I\left[h(t) - h_{SP}\right]$$
$$\frac{dh(t)}{dt} = \left[A - Cv\,\alpha^{AC} \sqrt{\frac{P_0 + \rho\, g\, h(t) - P_S}{\rho}} \right] \Big/ \left(A_T\, \rho\right)$$

Algoritmo de resolución

Supondremos que el tanque inicia con las condiciones iniciales conocidas. A efectos de simplicidad adoptamos la condición de arranque, es decir vacío. En este caso se adoptan las siguientes condiciones iniciales:

i=0 , t_0= 0, h_0= 0, AI_0=0, $(dh/dt)_0$= 0, t_F: tiempo final de simulación

Paso de integración, k

El algoritmo simplificado de la figura 2 no contempla la posibilidad de que el tanque pueda ser inundado. Se empleará el método de Euler para simplicidad.

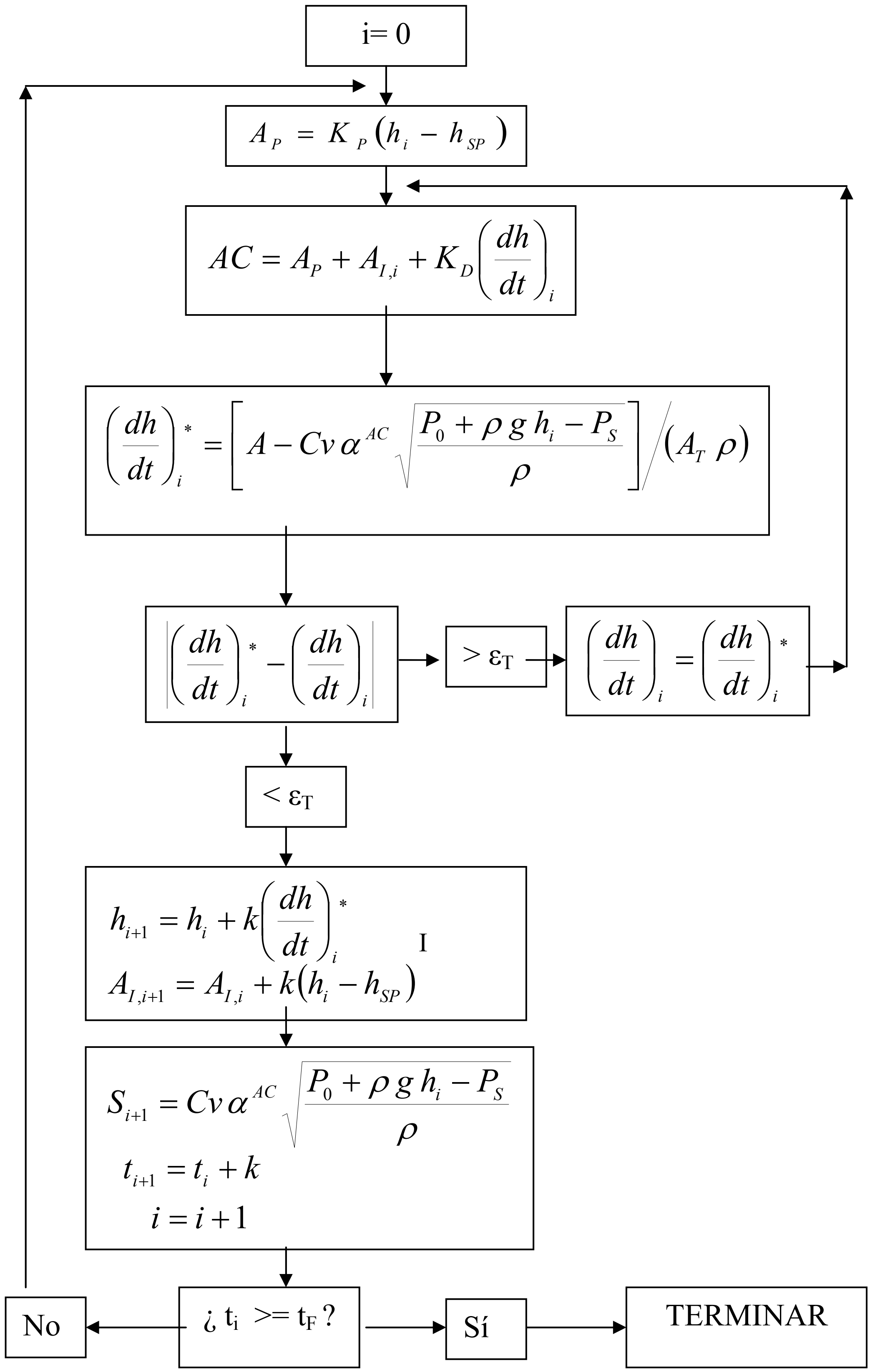
i= 0
$A_P = K_P (h_i - h_{SP})$
$AC = A_P + A_{I,i} + K_D \left(\frac{dh}{dt}\right)_i$
$\left(\frac{dh}{dt}\right)_i^* = \left[A - Cv\, \alpha^{AC} \sqrt{\frac{P_0 + \rho\, g\, h_i - P_S}{\rho}} \right] \Big/ (A_T\, \rho)$
$\left| \left(\frac{dh}{dt}\right)_i^* - \left(\frac{dh}{dt}\right)_i \right|$
$> \varepsilon_T$
$\left(\frac{dh}{dt}\right)_i = \left(\frac{dh}{dt}\right)_i^*$
$< \varepsilon_T$
$h_{i+1} = h_i + k \left(\frac{dh}{dt}\right)_i^*$
I
$A_{I,i+1} = A_{I,i} + k (h_i - h_{SP})$
$S_{i+1} = Cv\, \alpha^{AC} \sqrt{\frac{P_0 + \rho\, g\, h_i - P_S}{\rho}}$
$t_{i+1} = t_i + k$
$i = i + 1$
No
¿ $t_i >= t_F$?
Sí
TERMINAR

Figura 2