Integración IV

Modelado individual de equipos en estado estacionario (I).

2022

Profesor: Dr. Nicolás J. Scenna
JTP: Dr. Néstor H. Rodríguez
Aux. 1ra: Dr. Juan I. Manassaldi

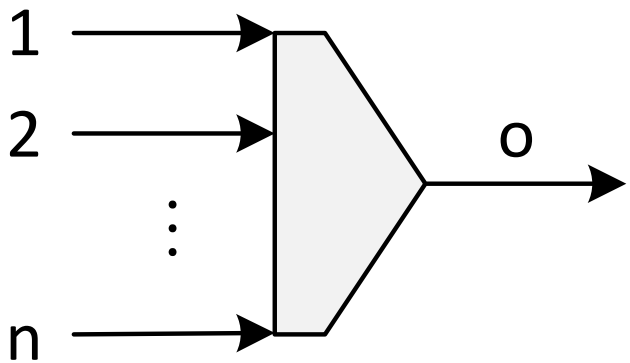
Recordamos…

Modelado: Del equipo al modelo… un viaje de abstracciones, el modelado y el diseño…

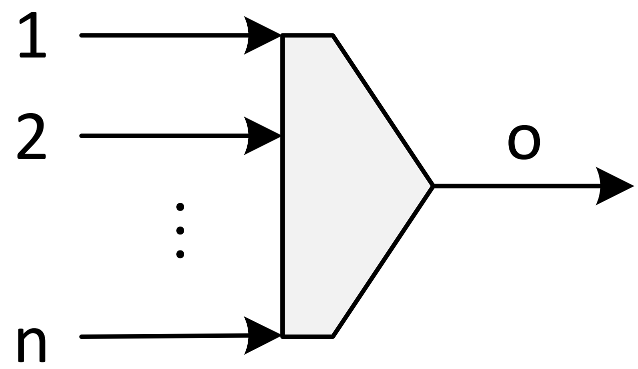
- ***<u>Existen distintos modos o niveles de rigurosidad para la representación de equipos por medio de modelos</u>.***

- ***En general, <u>nos interesa, para simplificar, enfocar, destacar, profundizar, solo aquello que es importante para el aspecto de la realidad que queremos analizar, y en las condiciones acotadas en que nos resulta necesario representar el funcionamiento del proceso</u>.***

Modelo de un Mixer (sumador - manifold)



Modelo de un Mixer (sumador)

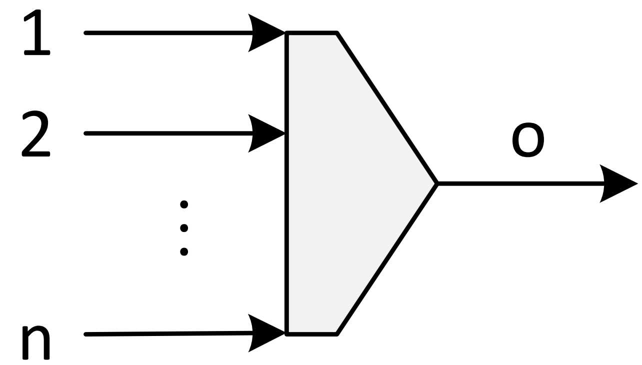


Hipótesis:

1. Estado estacionario.
2. No se consideran perdidas de calor con el medio.
3. No se produce cambio de fase.
4. Sin reacción química.

Nodo sumador sin cambio de fase

$$\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i$$



$$\sum_i x_{k,i} = 1 \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$

$$m_k \; x_{k,i} \; T_k \; P_k \; H_k$$

$$\sum_i x_{o,i} = 1$$

$$m_o \; x_{o,i} \; T_o \; P_o \; H_o$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0$$

4n + 4 + ni + i variables

2n + 3 + i ecuaciones

2n +1 + ni Grados de libertad

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0$$

$$f\left(H_k, T_k, P_k, x_k\right) = 0 \quad k = 1, 2, \ldots, n$$

Nodo sumador <u>sin</u> cambio de fase

$$\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i$$

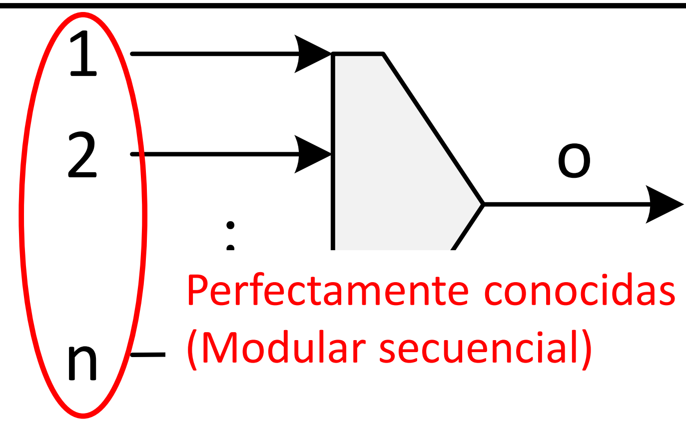
$$\cancel{\sum_{i} x_{k,i} = 1 \qquad k = 1,2,\ldots,n}$$

$$\sum_{i} x_{o,i} = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0$$

$$\cancel{f\left(H_k, T_k, P_k, x_k\right) = 0 \quad k = 1,2,\ldots,n}$$



Perfectamente conocidas
(Modular secuencial)

$$\cancel{m_k} \quad \cancel{x_{k,i}} \quad \cancel{T_k} \quad \cancel{P_k} \quad \cancel{H_k}$$

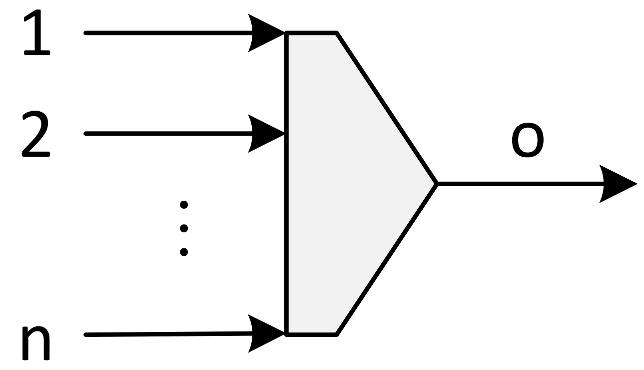
$$m_o \quad x_{o,i} \quad T_o \quad P_o \quad H_o$$

4 + i variables
3 + i ecuaciones

1 Grados de libertad

Nodo sumador sin cambio de fase

$$\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i$$



$$\sum_{i} x_{o,i} = 1$$

$$m_o \quad x_{o,i} \quad T_o \quad P_o \quad H_o$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0$$

$\cancel{1}$ Grados de libertad

$$P_o = \min\left(P_1, P_2, \ldots, P_n\right)$$ o algún valor conocido

Se cierran los grados de libertad conociendo el valor de la presión de la corriente de salida

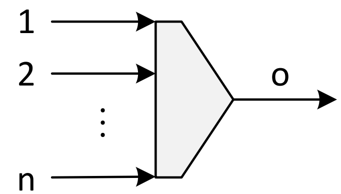
Resolución

Una vez cerrados los grados de libertad surgen dos alternativas para la resolución del modelo planteado:

1. Global o Simultanea.
2. Secuencial.

Resolución global o simultanea

$$
\underline{f}(\underline{X}) = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,1} - m_o x_{o,1} \\ \sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,2} - m_o x_{o,2} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,N} - m_o x_{o,N} \\ x_{o,1} + x_{o,2} + \cdots + x_{o,N} - 1 \\ \sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o \\ f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) \end{bmatrix} \qquad \underline{X} = \begin{bmatrix} m_o \\ x_{o,1} \\ x_{o,2} \\ \vdots \\ x_{o,N} \\ T_o \\ H_o \end{bmatrix}
$$



$m_o \quad x_{o,i} \quad T_o \quad P_o \quad H_o$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i$$

$$\sum_{i} x_{o,i} = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0$$

NO ES FRECUENTE EN SIMULACIÓN DE PROCESOS

Se resuelve el sistema $\underline{f}(\underline{X})=\underline{0}$ utilizando algún algoritmo para sistemas de ecuaciones no-lineales. Ej: Método de Newton.

Resolución secuencial

$$\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i$$

$$\sum_{i} x_{o,i} = 1$$

$$\cancel{m_o} \quad x_{o,i} \quad T_o \quad H_o$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k - m_o = 0$$

Balance global

$$\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0$$

$$m_o = \sum_{k=1}^{n} m_k$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0$$

Resolución secuencial

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i}$$

$$\cancel{m_o} \quad \cancel{x_{o,i}} \quad T_o \quad H_o$$

$$x_{o,i} = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i}}{m_o} \quad \forall i$$

$$\sum_{i} x_{o,i} = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0$$

Resolución secuencial

$$\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i$$

$$\cancel{m_o} \quad \cancel{x_{o,i}} \quad T_o \quad \cancel{H_o}$$

$$\sum_i x_{o,i} = 1$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0} \longrightarrow H_o = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k H_k}{m_o}$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0$$

Resolución secuencial

$$\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} - m_o x_{o,i} = 0 \quad \forall i$$

$$\cancel{m_o} \quad \cancel{x_{o,i}} \quad \cancel{T_o} \quad \cancel{H_o}$$

$$\sum_{i} x_{o,i} = 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} m_k H_k - m_o H_o = 0$$

$$\boxed{f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0}$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0 \rightarrow T_o$$ (método iterativo)

Resolución secuencial

$$m_o = \sum_{k=1}^{n} m_k \qquad \cancel{m_o}\ \cancel{x_{o,i}}\ \cancel{T_o}\ \cancel{H_o} \tag{1}$$

$$x_{o,i} = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i}}{m_o} \qquad \forall i \tag{2}$$

$$H_o = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k H_k}{m_o} \tag{3}$$

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0 \rightarrow T_o \tag{4}$$

(método iterativo)

¡Importante!

- Es necesario destacar que para poder completar el paso 4 se deben conocer o asumir el numero de fases de la corriente

$$f\left(H_o, T_o, P_o, x_o\right) = 0 \rightarrow T_o \qquad 4$$

- Si existe una sola fase se utilizan las ecuaciones correspondiente a la propiedad y estado de agregación.

$$H_o = f_{liq}\left(T_o, P_o, x_o\right) \ o \ H_o = f_{vap}\left(T_o, P_o, x_o\right)$$

- Si existen 2 o mas fases se debe resolver un problema de equilibrio de fases (L-V, L-L, V-L-L, etc).

Resolución - Aclaraciones

Global o Simultanea

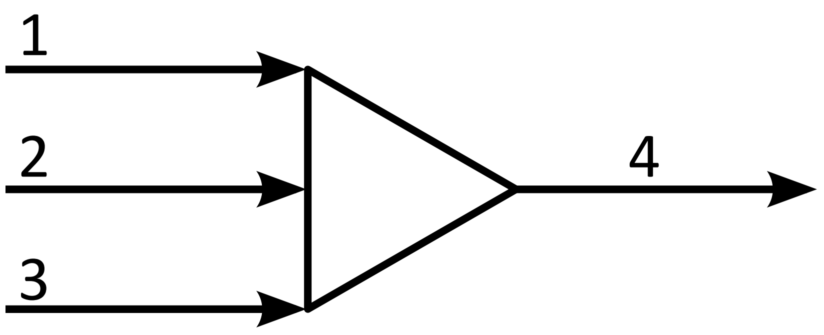
- Es mas costosa desde el punto de vista computacional.
- Al resolverse como un sistema de ecuaciones resulta independiente de la/las variables que se elijan para cerrar los grados de libertad.
- Necesitamos tener implementado un algoritmo de resolución de sistemas de ecuaciones.

Secuencial

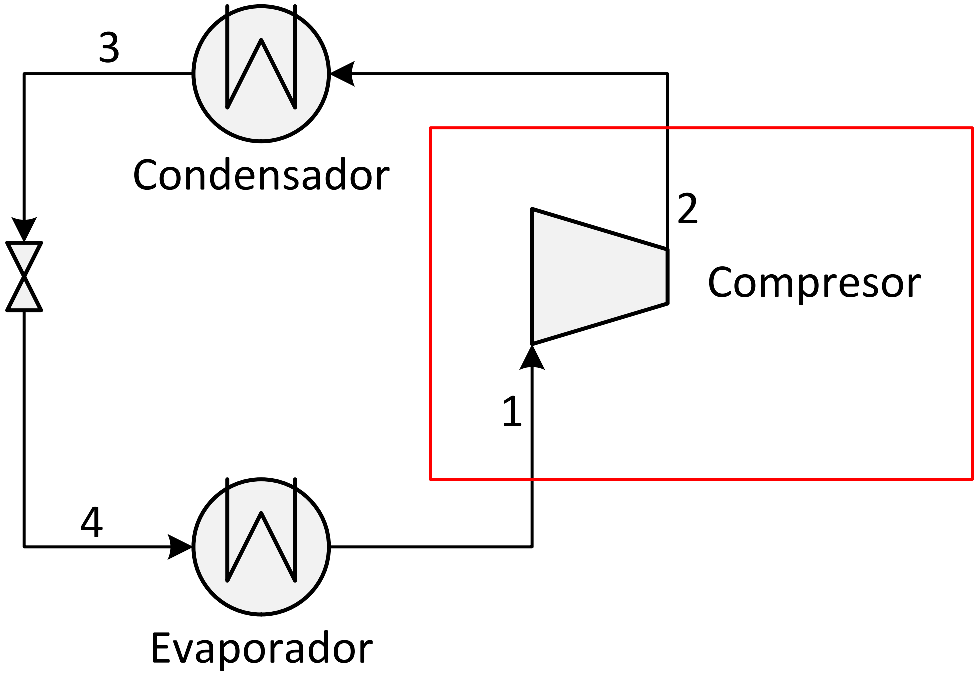
- Es menos costosa desde el punto de vista computacional.
- Una secuencia de resolución depende de la/las variables que se elijan para cerrar los grados de libertad.
- Cada conjunto de variables seleccionado genera una secuencia particular de resolución.
- Necesitamos tener programadas diferentes secuencias.

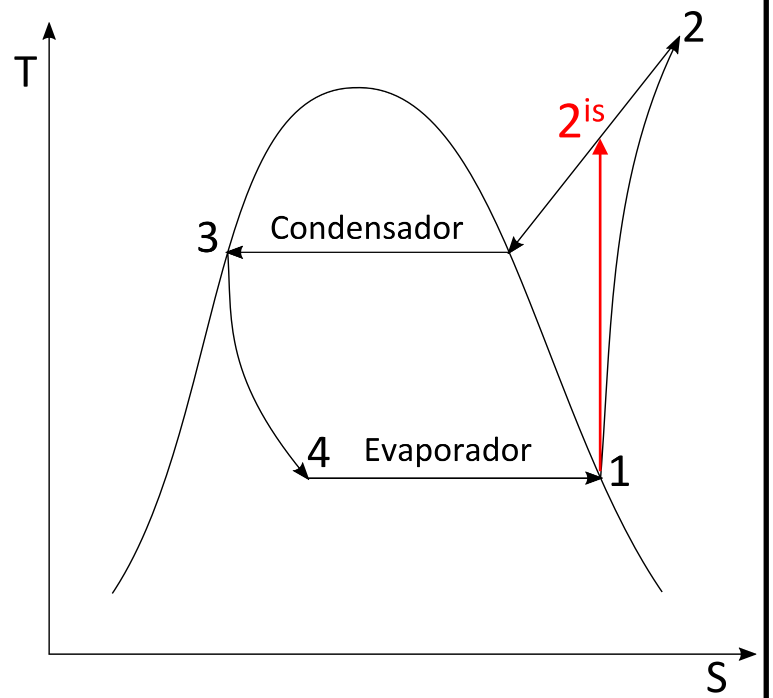
Propuesta

- Manteniendo las hipótesis presentadas anteriormente, realizar el modelo matemático del mezclador de la imagen. En el proceso a simular solo intervienen los compuestos A, B y C. Aplicar la filosofía modular secuencial y proponer una secuencia de resolución considerando la presión de salida conocida.

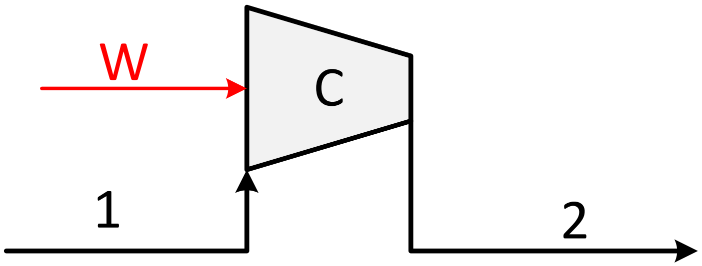


Modelo de un Compresor





Modelo de un Compresor

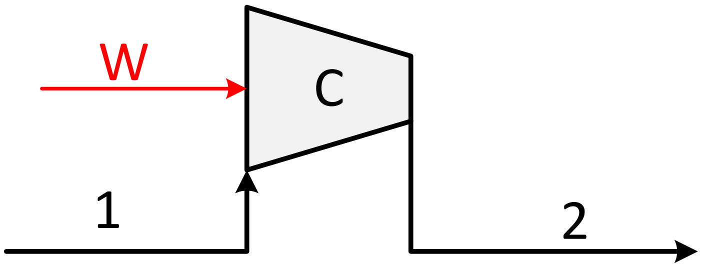


<u>Hipótesis</u>:

1. Estado estacionario.
2. Se modela a partir del rendimiento isentrópico.
3. La compresión del fluido no produce cambio de fase.
4. Sin reacción química

Modelo de un Compresor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{1,i} = 1$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$m_1 \quad x_{1,i} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1 \quad S_1$$

$$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$$

$$\eta \quad W$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

$$H_2^{is} - H_1 = \eta\left(H_2 - H_1\right)$$

$$f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(S_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

14 + 2i variables

− 10 + i ecuaciones

---

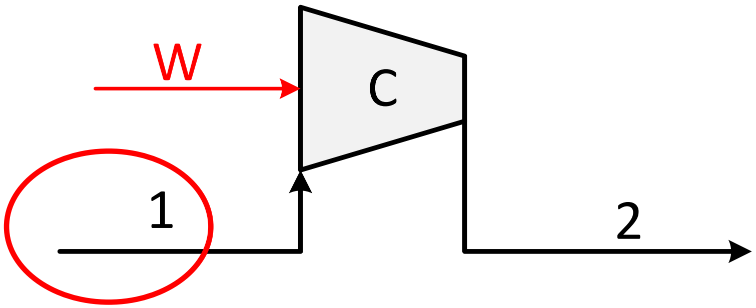
4 + i Grados de libertad

Modelo de un Compresor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\cancel{\sum_i x_{1,i} = 1}$$

Perfectamente conocida
(Modular secuencial)



$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$\cancel{m_1} \quad \cancel{x_{1,i}} \quad \cancel{T_1} \quad \cancel{P_1} \quad \cancel{H_1} \quad \cancel{S_1}$$

$$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$$

$$\eta \quad W$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$\cancel{f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$\cancel{f\left(S_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

9 + i variables

− 7 + i ecuaciones

2 Grados de libertad

Modelo de un Compresor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

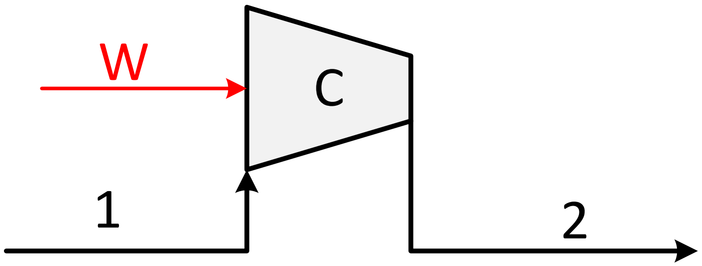
$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$



$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

$\eta \quad W$

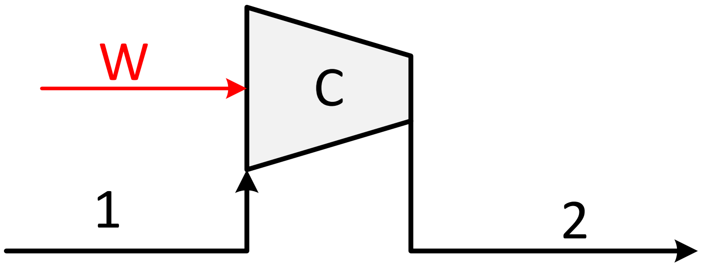
Definiendo dos variables se puede resolver el sistema

¡CUIDADO!
Según lo que defina puede no tener solución que represente al equipo (significado físico de la solución).

2 Grados de libertad

Modelo de un Compresor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

$\eta \; W$

$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

Caso 1:

- Rendimiento isentrópico.
- Presión de descarga.

2 Grados de libertad

Modelo de un Compresor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

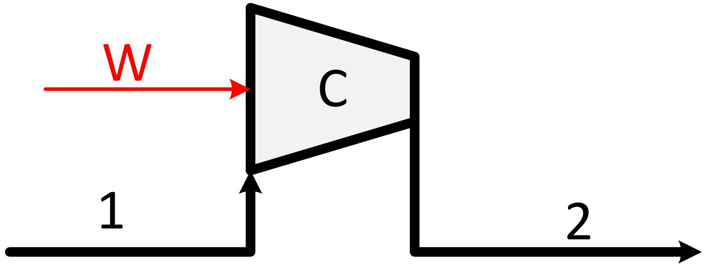
$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$



$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

$\eta \quad W$

Caso 2:

- Rendimiento isentrópico.
- Potencia.

2 Grados de libertad

Modelo de un Compresor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

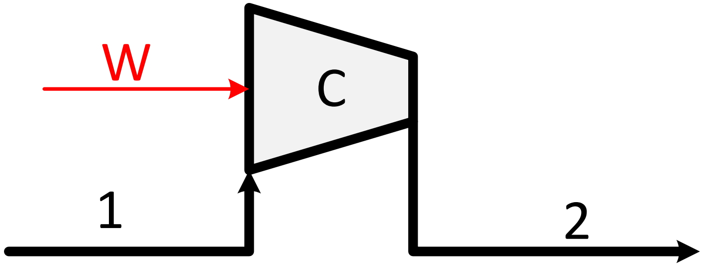
$$H_2^{is} - H_1 = \eta\left(H_2 - H_1\right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$



$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

$\eta \quad W$

Caso 3:

- Potencia.
- Presión de descarga

2 Grados de libertad

Resolución secuencial del Caso 1 (Pasos)

$$m_2 = m_1$$ 1

$$x_{2,i} = x_{1,i} \qquad \forall i$$ 2

$$S_2^{is} = S_1$$ 3

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2^{is}$$ (método iterativo) 4

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow H_2^{is}$$ 5

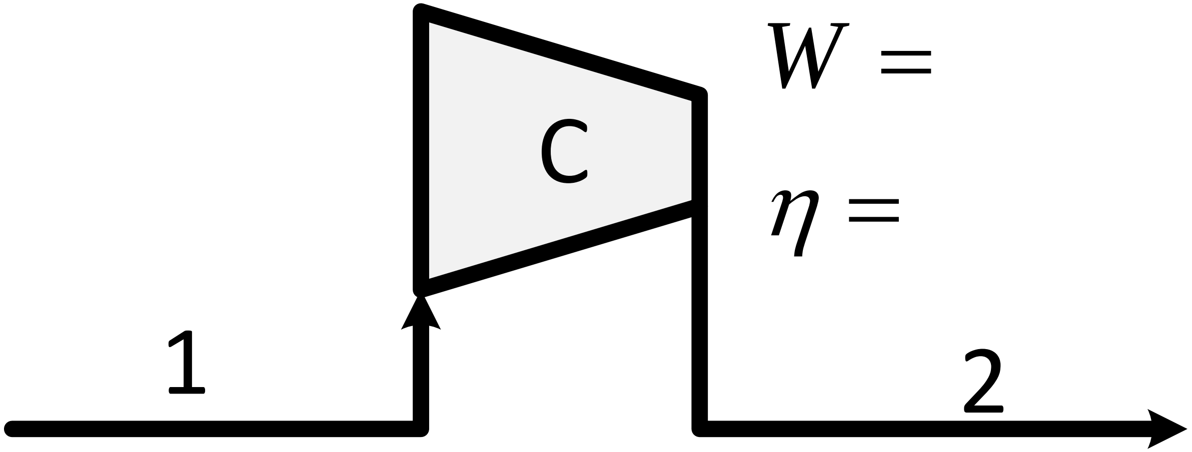
$$H_2 = H_1 + \frac{\left(H_2^{is} - H_1\right)}{\eta}$$ 6

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2$$ (método iterativo) 7

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$ 8

Ejemplo

- Se comprime aire desde 25 ºC y 1 bar hasta 4 bar



$$W =$$

$$\eta =$$

$$m_1 = \qquad\qquad m_2 =$$

$$T_1 = \qquad\qquad T_2 =$$

$$P_1 = \qquad\qquad P_2 =$$

Resolución secuencial del Caso 2

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

Plantear una secuencia de resolución

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

$\eta \quad W$

Resolución secuencial del Caso 2

$$m_2 = m_1$$ 1

$$x_{2,i} = x_{1,i} \qquad \forall i$$ 2

$$S_2^{is} = S_1$$ 3

$$H_2 = \frac{W + m_1 H_1}{m_2}$$ 4

$$H_2^{is} = H_1 + \eta\left(H_2 - H_1\right)$$ 5

$$\left.\begin{aligned} f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0 \\ f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0 \end{aligned}\right\} 2 \times 2$$ (resolución del sistema) 6

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2$$ (método iterativo) 7

Resolución secuencial del Caso 2

$m_2 = m_1$	1
$x_{2,i} = x_{1,i} \qquad \forall i$	2
$S_2^{is} = S_1$	3
$H_2 = \left(W + m_1 H_1\right) / m_2$	4
$H_2^{is} = H_1 + \eta\left(H_2 - H_1\right)$	5
P_2^* (Propongo P_2*) $f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2^*, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2^{is}$ $f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow P_2$ Para continuar se debe cumplir que: $P_2 = P_2$*	6
$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2$ (método iterativo)	7

Modelo de un Compresor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

Plantear una secuencia de resolución

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

$\eta \quad W$

Resolución secuencial del Caso 3

$$m_2 = m_1$$ 1

$$x_{2,i} = x_{1,i} \qquad \forall i$$ 2

$$S_2^{is} = S_1$$ 3

$$H_2 = \frac{W + m_1 H_1}{m_2}$$ 4

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2^{is}$$ (método iterativo) 5

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow H_2^{is}$$ 6

$$\eta = \frac{\left(H_2^{is} - H_1\right)}{\left(H_2 - H_1\right)}$$ 7

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2$$ (método iterativo) 8

Modelo de un Compresor (flujo por componentes)

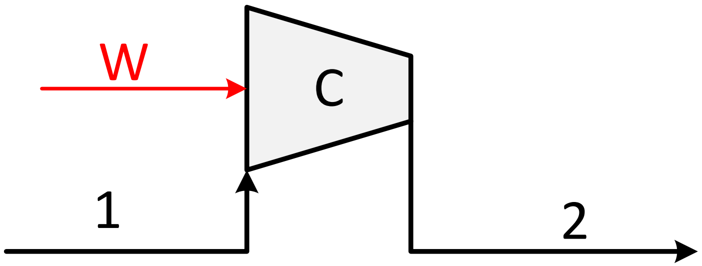
$$m_{1,i} - m_{2,i} = 0 \quad \forall i$$

$$m_{1,i} = m_1 x_{1,i} \quad \forall i$$

$$m_{2,i} = m_2 x_{2,i} \quad \forall i$$

$$\sum_i m_{1,i} = m_1 \qquad \sum_i m_{2,i} = m_2$$

$$S_1 = S_2^{is}$$



$m_1 \; m_{1,i} \; x_{1,i} \; T_1 \; P_1 \; H_1 \; S_1$

$m_2 \; m_{2,i} \; x_{2,i} \; T_2 \; P_2 \; H_2 \; T_2^{is} \; H_2^{is} \; S_2^{is}$

$\eta \; W$

$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(S_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

14 + 4i variables

− 10 + 3i ecuaciones

---

4 + i Grados de libertad

Modelo de un Compresor (flujo por componentes)

$$m_{1,i} - m_{2,i} = 0 \quad \forall i$$

$$m_{2,i} = m_2 x_{2,i} \quad \forall i$$

$$\sum_i m_{2,i} = m_2$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

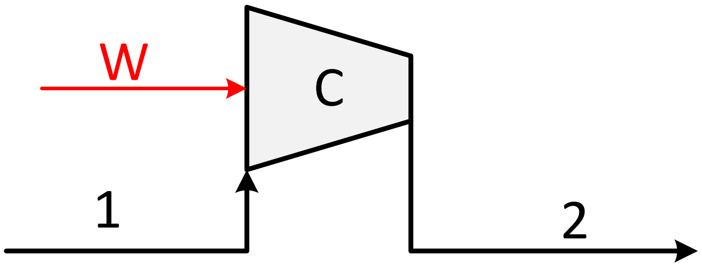
$$H_2^{is} - H_1 = \eta \left(H_2 - H_1 \right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2 \right) = 0$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$



$m_2 \quad m_{2,i} \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

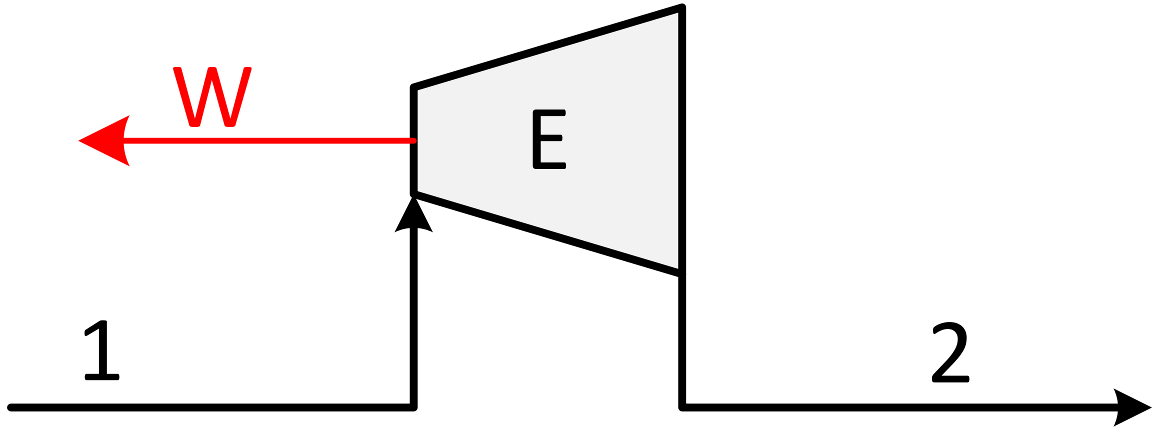
$\eta \quad W$

9 + 2i variables

− 7 + 2i ecuaciones

2 Grados de libertad

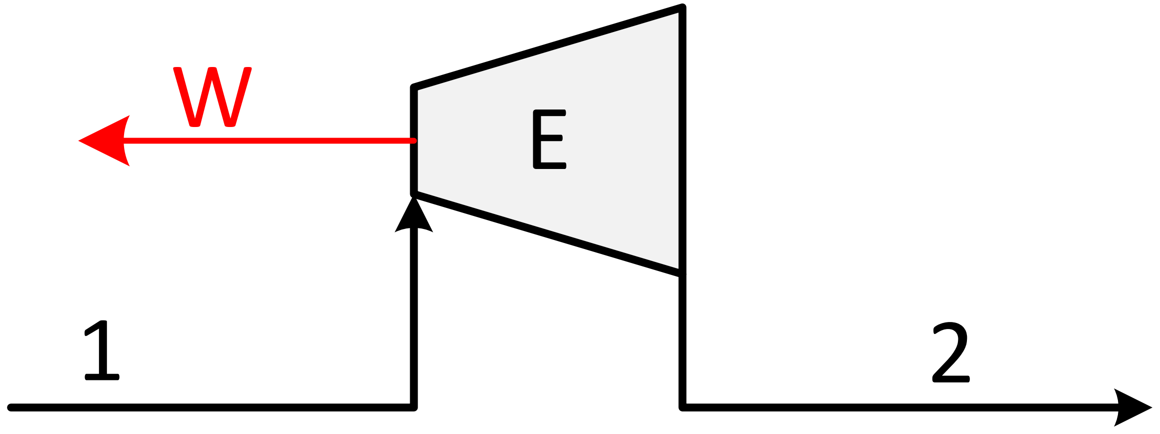
Modelo de un expansor (turbina)



- Definir el conjunto de ecuaciones que representa al expansor de la figura.
- Reducir el conjunto de ecuaciones a partir de la filosofía modular secuencial pura.
- Proponer estrategias de resolución secuencial especificando las variables a definir.

Ayuda: El proceso de expansión es opuesto al de compresión.

Modelo de un expansor (turbina)

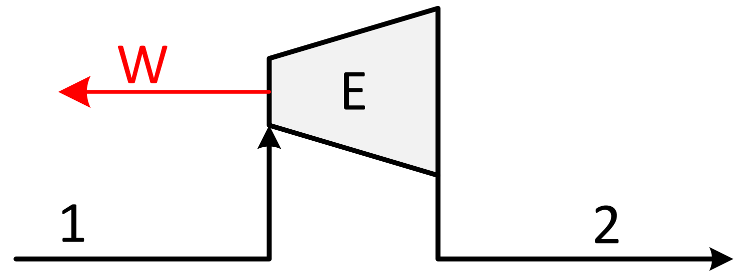


<u>Hipótesis</u>:

1. Estado estacionario.
2. Se modela a partir del rendimiento isentrópico.
3. La expansión del fluido no produce cambio de fase.
4. Sin reacción química.

Modelo de un expansor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{1,i} = 1$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

$$H_1 - H_2 = \eta\left(H_1 - H_2^{is}\right)$$

$m_1 \quad x_{1,i} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1 \quad S_1$

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

$\eta \quad W$

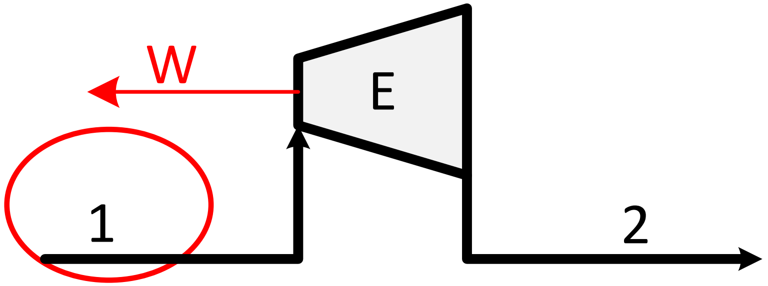
$f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$	$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$	14 + 2i variables
$f\left(S_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$	$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$	− 10 + i ecuaciones
$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$	$W = m_1 H_1 - m_2 H_2$	4 + i Grados de libertad

Modelo de un expansor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\cancel{\sum_i x_{1,i} = 1}$$

Perfectamente conocida
(Modular secuencial)



$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$\cancel{m_1} \quad \cancel{x_{1,i}} \quad \cancel{T_1} \quad \cancel{P_1} \quad \cancel{H_1} \quad \cancel{S_1}$$

$$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$$

$$\eta \quad W$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

$$H_1 - H_2 = \eta\left(H_1 - H_2^{is}\right)$$

$$\cancel{f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$\cancel{f\left(S_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_1 H_1 - m_2 H_2$$

9 + i variables

– 7 + i ecuaciones

2 Grados de libertad

Modelo de un expansor

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$S_1 = S_2^{is}$$

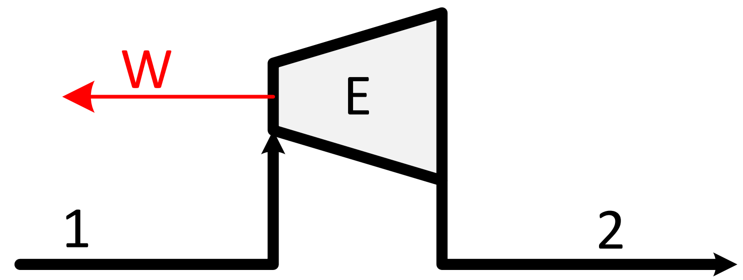
$$H_1 - H_2 = \eta\left(H_1 - H_2^{is}\right)$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(H_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$f\left(S_2^{is}, T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$W = m_1 H_1 - m_2 H_2$$



$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is}$

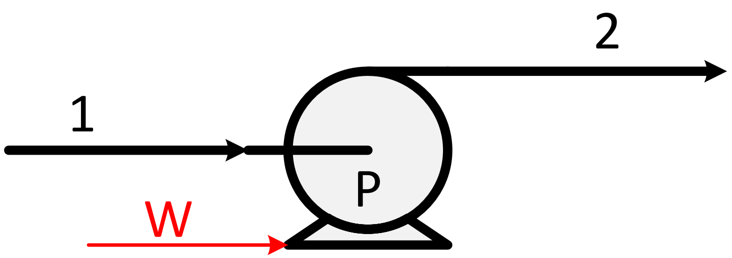
$\eta \quad W$

Definiendo dos variables se puede resolver el sistema

¡CUIDADO!
Según lo que defina puede no tener solución que represente al equipo (significado físico de la solución).

2 Grados de libertad

Modelo de una bomba



<u>Hipótesis</u>:

1. Estado estacionario.
2. El trabajo se calcula a partir del trabajo ideal de bombeado y la energía sobrante provoca el cambio de temperatura del fluido.
3. La compresión del fluido no produce cambio de fase.
4. Sin reacción química.

Modelo de una bomba

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{1,i} = 1$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

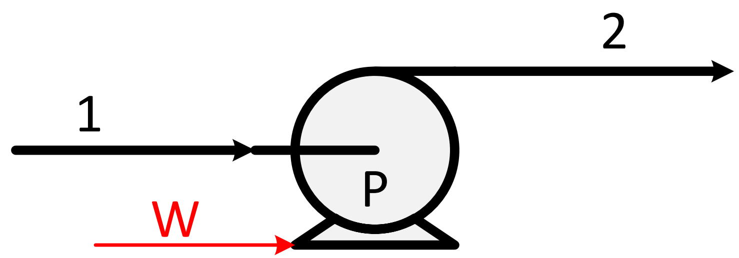
$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

$$W = \frac{m_1 \left(P_2 - P_1\right)}{\eta\, \rho_1}$$

$$f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(\rho_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$



$m_1 \quad x_{1,i} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1 \quad \rho_1$

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

$\eta \quad W$

11 + 2i variables

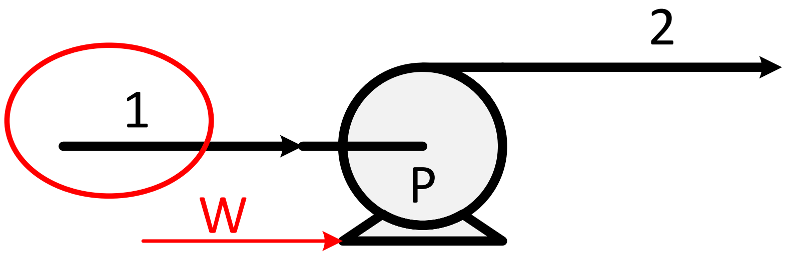
− 7 + i ecuaciones

4 + i Grados de libertad

Modelo de una bomba

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

Perfectamente conocida
(Modular secuencial)



$$\cancel{\sum_i x_{1,i} = 1}$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$\cancel{m_1} \quad \cancel{x_{1,i}} \quad \cancel{T_1} \quad \cancel{P_1} \quad \cancel{H_1} \quad \cancel{\rho_1}$$

$$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$$

$$\eta \quad W$$

$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

$$W = \frac{m_1 \left(P_2 - P_1\right)}{\eta \, \rho_1}$$

$$\cancel{f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$\cancel{f\left(\rho_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

6 + i variables

− 4 + i ecuaciones

2 Grados de libertad

Modelo de una bomba

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

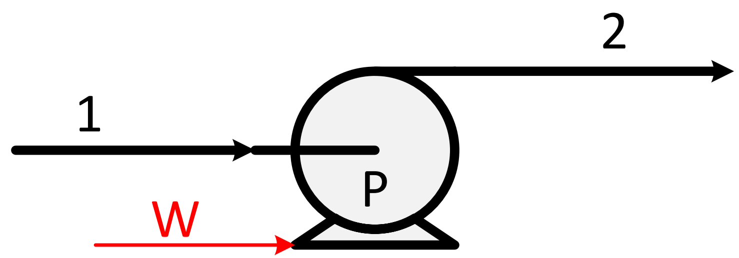
$$W = m_2 H_2 - m_1 H_1$$

$$W = \frac{m_1 \left(P_2 - P_1\right)}{\eta \, \rho_1}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

Caso 1:

- Rendimiento
- Presión de salida.



$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

$\eta \; W$

6 + i variables

– 4 + i ecuaciones

2 Grados de libertad

Resolución secuencial (Caso 1)

$$m_2 = m_1$$ 1

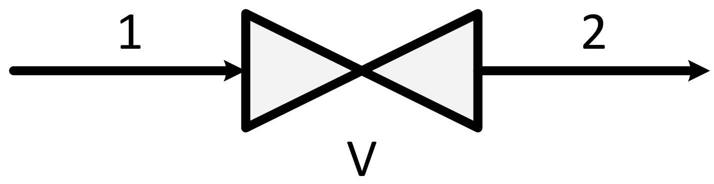
$$x_{2,i} = x_{1,i} \qquad \forall i$$ 2

$$W = \frac{m_1 \left(P_2 - P_1 \right)}{\eta \, \rho_1}$$ 3

$$H_2 = \frac{W + m_1 H_1}{m_1}$$ 4

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2 \right) = 0 \rightarrow T_2$$ (método iterativo) 5

Modelo de una válvula

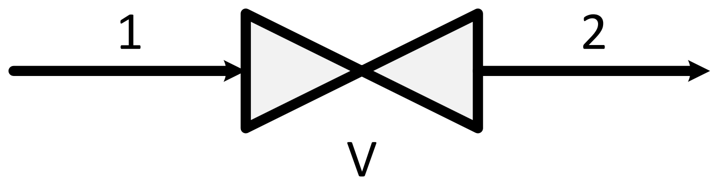


<u>Hipótesis</u>:

1. Estado estacionario.
2. Se considera isoentálpica.
3. El salto de presión del fluido no produce cambio de fase.
4. Sin reacción química.

Modelo de una Válvula

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{1,i} = 1$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$H_1 = H_2$$

$$f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$m_1 \quad x_{1,i} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1$

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

8 + 2i variables

– 5 + i ecuaciones

3 + i Grados de libertad

Modelo de una Válvula

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\cancel{\sum_i x_{1,i} = 1}$$

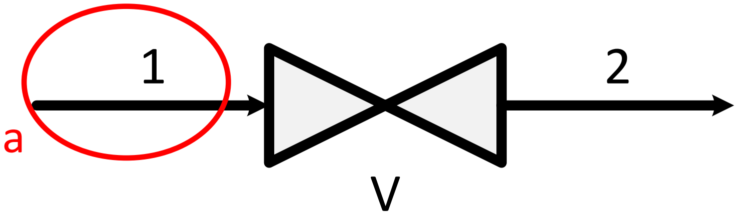
$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$H_1 = H_2$$

$$\cancel{f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

Perfectamente conocida
(Modular secuencial)



$$\cancel{m_1} \quad \cancel{x_{1,i}} \quad \cancel{T_1} \quad \cancel{P_1} \quad \cancel{H_1}$$

$$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$$

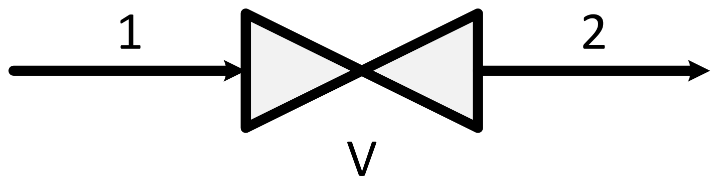
4 + i variables

− 3 + i ecuaciones

1 Grado de libertad

Modelo de una Válvula

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$H_1 = H_2$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

4 + i variables

− 3 + i ecuaciones

1 Grado de libertad

Caso 1:

- Presión de descarga.

Resolución secuencial (Caso 1)

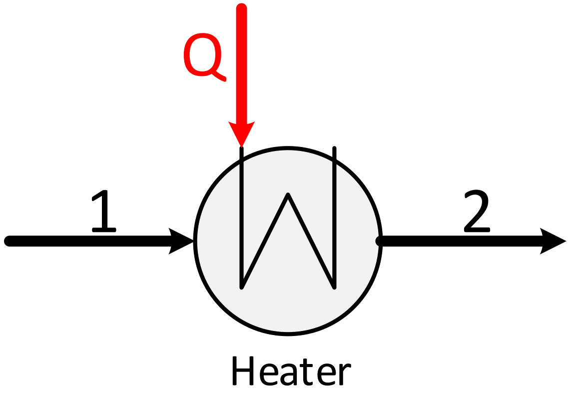
$$m_2 = m_1 \tag{1}$$

$$x_{2,i} = x_{1,i} \qquad \forall i \tag{2}$$

$$H_2 = H_1 \tag{3}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0 \rightarrow T_2 \text{ (método iterativo)} \tag{4}$$

Modelo de un Heater (calentador)

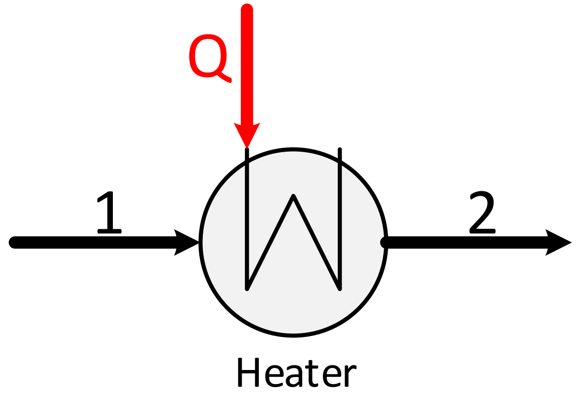


<u>Hipótesis</u>:

1. Estado estacionario.
2. No se consideran perdidas de calor con el medio.
3. El calentamiento del fluido no produce cambio de fase.
4. Sin reacción química.

Modelo de un Heater

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{1,i} = 1$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$m_1 H_1 + Q - m_2 H_2 = 0$$

$$f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$m_1 \quad x_{1,i} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1$

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

Q

9 + 2i variables

– 5 + i ecuaciones

4 + i Grados de libertad

Modelo de un Heater

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

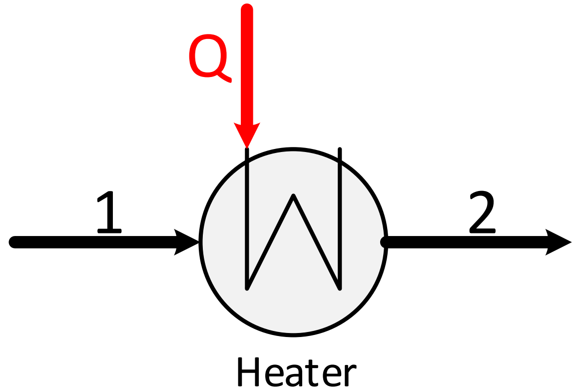
$$\cancel{\sum_i x_{1,i} = 1}$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$m_1 H_1 + Q - m_2 H_2 = 0$$

$$\cancel{f\left(H_1, T_1, P_1, x_1\right) = 0}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$



$\cancel{m_1}$ $\cancel{x_{1,i}}$ $\cancel{T_1}$ $\cancel{P_1}$ $\cancel{H_1}$

m_2 $x_{2,i}$ T_2 P_2 H_2

Q

5 + i variables

– 3 + i ecuaciones

2 Grados de libertad

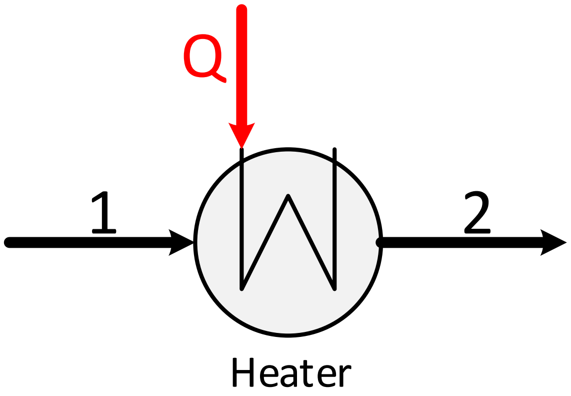
Modelo de un Heater

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$m_1 H_1 + Q - m_2 H_2 = 0$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$



$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad Q$

2 Grados de libertad

Caso 1:

- Presión de salida.
- Temperatura de salida

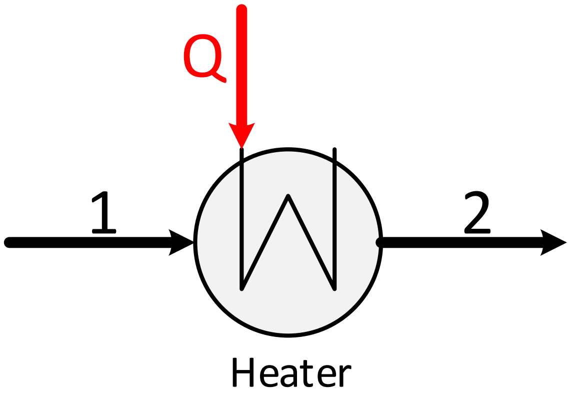
Modelo de un Heater

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$m_1 H_1 + Q - m_2 H_2 = 0$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$



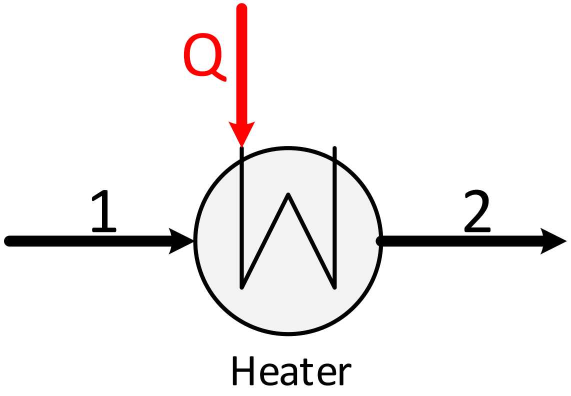
$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad Q$

2 Grados de libertad

Caso 2:

- Presión de salida.
- Calor intercambiado

Modelo de un Cooler (enfriador)



<u>Hipótesis</u>:

1. Estado estacionario.
2. No se consideran perdidas de calor con el medio.
3. El enfriamiento del fluido no produce cambio de fase.
4. Sin reacción química.

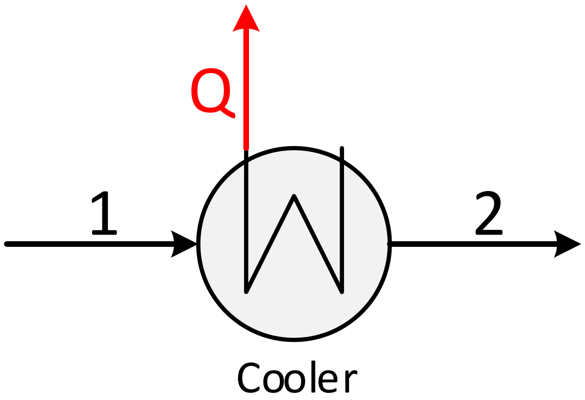
Modelo de un Cooler

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$\boxed{m_1 H_1 - Q - m_2 H_2 = 0}$$

$$f\left(H_2, T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

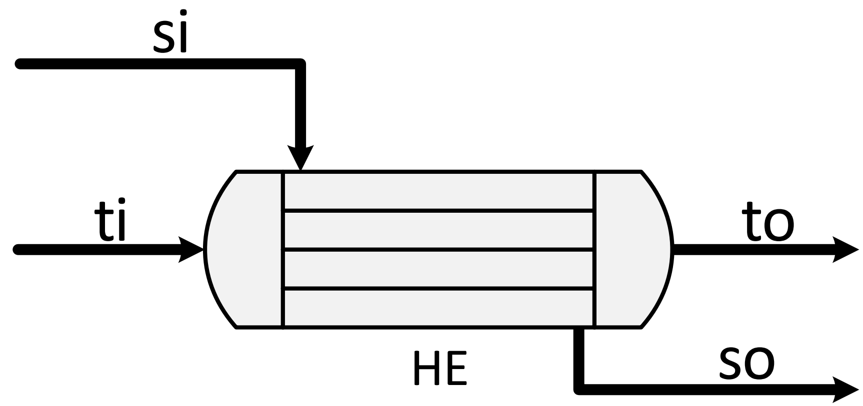


$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2 \quad Q$

2 Grados de libertad

- Solo cambia el balance de energía
- Un Heater con calor negativo es equivalente a un cooler
- Un Cooler con calor negativo es equivalente a un heater

Modelo de un Heat Exchanger (intercambiador de calor)



<u>Hipótesis</u>:

1. Estado estacionario.
2. No se consideran perdidas de calor con el medio.
3. No se produce cambio de fase en ninguna de las corrientes.
4. Sin reacción química.

Modelo de un Heat Exchanger (simple)

$$m_{si}x_{si,i} - m_{so}x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti}x_{ti,i} - m_{to}x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{si,i} = 1 \qquad \sum_i x_{so,i} = 1$$

$$\sum_i x_{ti,i} = 1 \qquad \sum_i x_{to,i} = 1$$

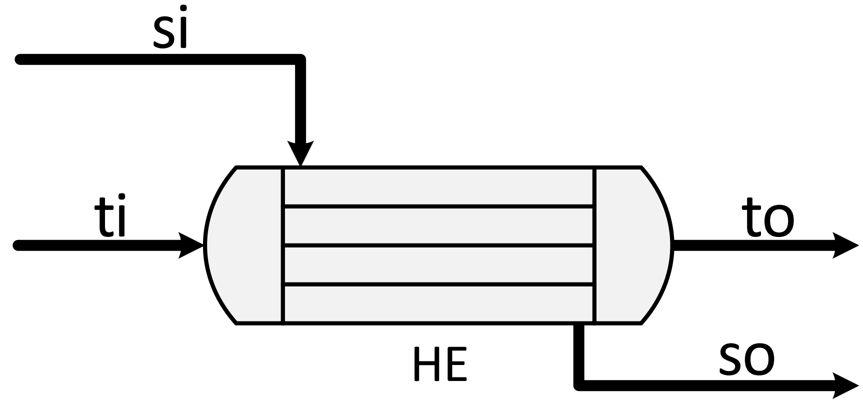
$$m_{ti}H_{ti} + m_{si}H_{si} - m_{to}H_{to} - m_{so}H_{so} = 0$$

$$f\left(H_{ti}, T_{ti}, P_{ti}, x_{ti}\right) = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$f\left(H_{si}, T_{si}, P_{si}, x_{si}\right) = 0$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$



$$m_{si} \quad x_{si,i} \quad T_{si} \quad P_{si} \quad H_{si} \quad m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$$

$$m_{ti} \quad x_{ti,i} \quad T_{ti} \quad P_{ti} \quad H_{ti} \quad m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$$

16 + 4i variables

– 9 + 2i ecuaciones

7+2i Grados de libertad

Modelo de un Heat Exchanger (simple)

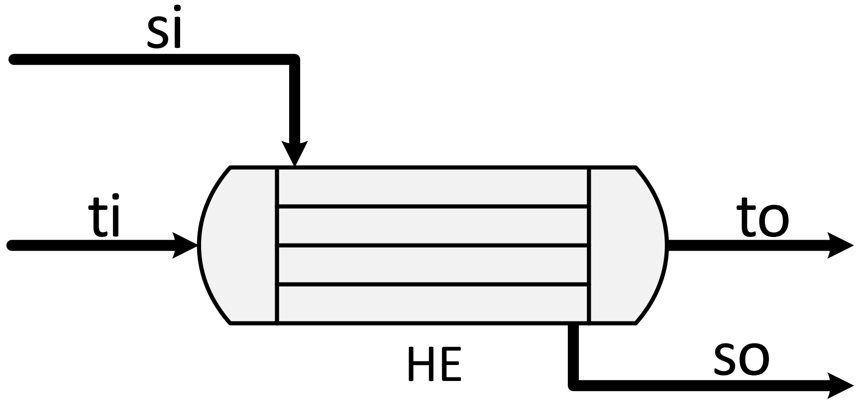
$$m_{si}x_{si,i} - m_{so}x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti}x_{ti,i} - m_{to}x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\cancel{\sum_i x_{si,i} = 1} \qquad \sum_i x_{so,i} = 1$$

$$\cancel{\sum_i x_{ti,i} = 1} \qquad \sum_i x_{to,i} = 1$$

$$m_{ti}H_{ti} + m_{si}H_{si} - m_{to}H_{to} - m_{so}H_{so} = 0$$



$$f\left(H_{ti}, T_{ti}, P_{ti}, x_{ti}\right) = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$\cancel{f\left(H_{si}, T_{si}, P_{si}, x_{si}\right) = 0}$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$

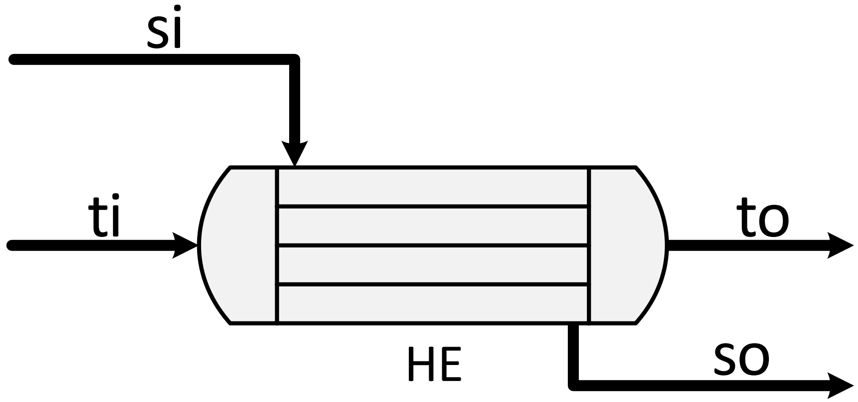
$$\cancel{m_{si}} \quad \cancel{x_{si,i}} \quad \cancel{T_{si}} \quad \cancel{P_{si}} \quad \cancel{H_{si}} \quad m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$$

$$\cancel{m_{ti}} \quad \cancel{x_{ti,i}} \quad \cancel{T_{ti}} \quad \cancel{P_{ti}} \quad \cancel{H_{ti}} \quad m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$$

Modelo de un Heat Exchanger (simple)

$$m_{si}x_{si,i} - m_{so}x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti}x_{ti,i} - m_{to}x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{so,i} = 1$$

$$\sum_i x_{to,i} = 1$$

$$m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$$

$$m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$$

$$m_{ti}H_{ti} + m_{si}H_{si} - m_{to}H_{to} - m_{so}H_{so} = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$

8 + 2i variables

− 5 + 2i ecuaciones

---

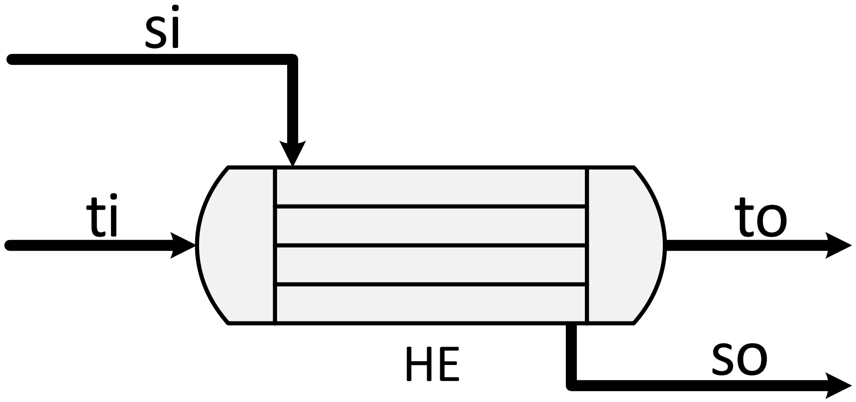
3 Grados de libertad

Modelo de un Heat Exchanger (simple)

$$m_{si}x_{si,i} - m_{so}x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti}x_{ti,i} - m_{to}x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{so,i} = 1 \qquad \sum_i x_{to,i} = 1$$



$$m_{ti}H_{ti} + m_{si}H_{si} - m_{to}H_{to} - m_{so}H_{so} = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$

$$m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$$

$$m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$$

Caso 1:

- Presiones de salida.
- Alguna temperatura de salida

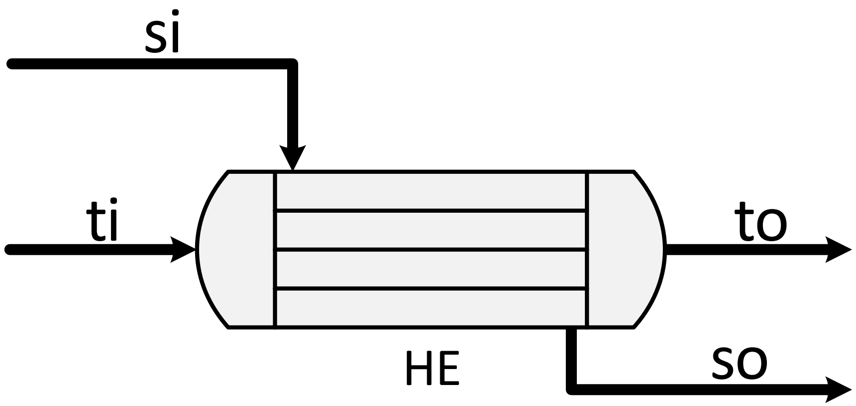
3 Grados de libertad

Modelo de un Heat Exchanger (simple)

$$m_{si} x_{si,i} - m_{so} x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti} x_{ti,i} - m_{to} x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{so,i} = 1 \qquad \sum_i x_{to,i} = 1$$



$$m_{ti} H_{ti} + m_{si} H_{si} - m_{to} H_{to} - m_{so} H_{so} = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$

$$m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$$

$$m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$$

Caso 1:

- Presiones de salida.
- Alguna temperatura de salida

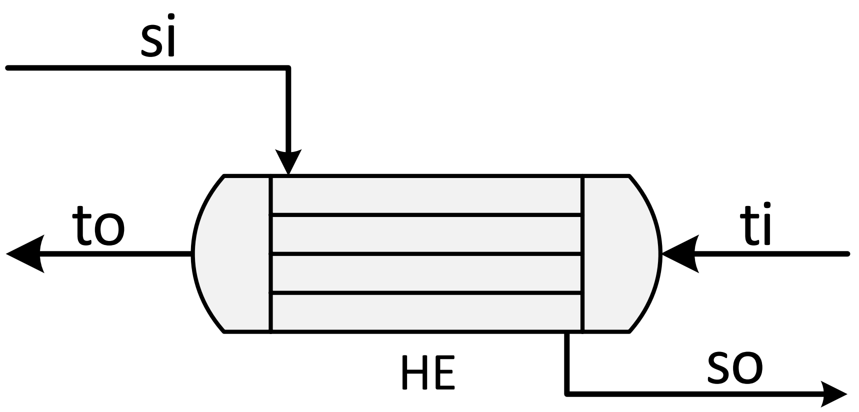
3 Grados de libertad

Modelo de un Heat Exchanger (simple)

$$m_{si}x_{si,i} - m_{so}x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti}x_{ti,i} - m_{to}x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{so,i} = 1 \quad \sum_i x_{to,i} = 1$$



$$m_{ti}H_{ti} + m_{si}H_{si} - m_{to}H_{to} - m_{so}H_{so} = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$

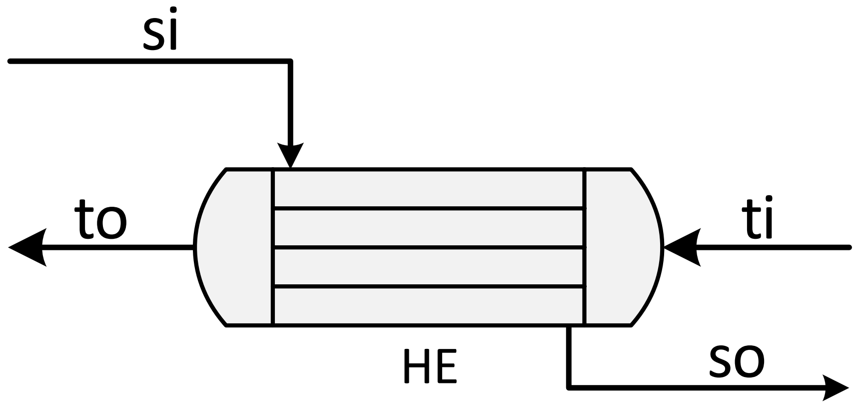
$m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$

$m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$

¿Cambia algo del modelo?

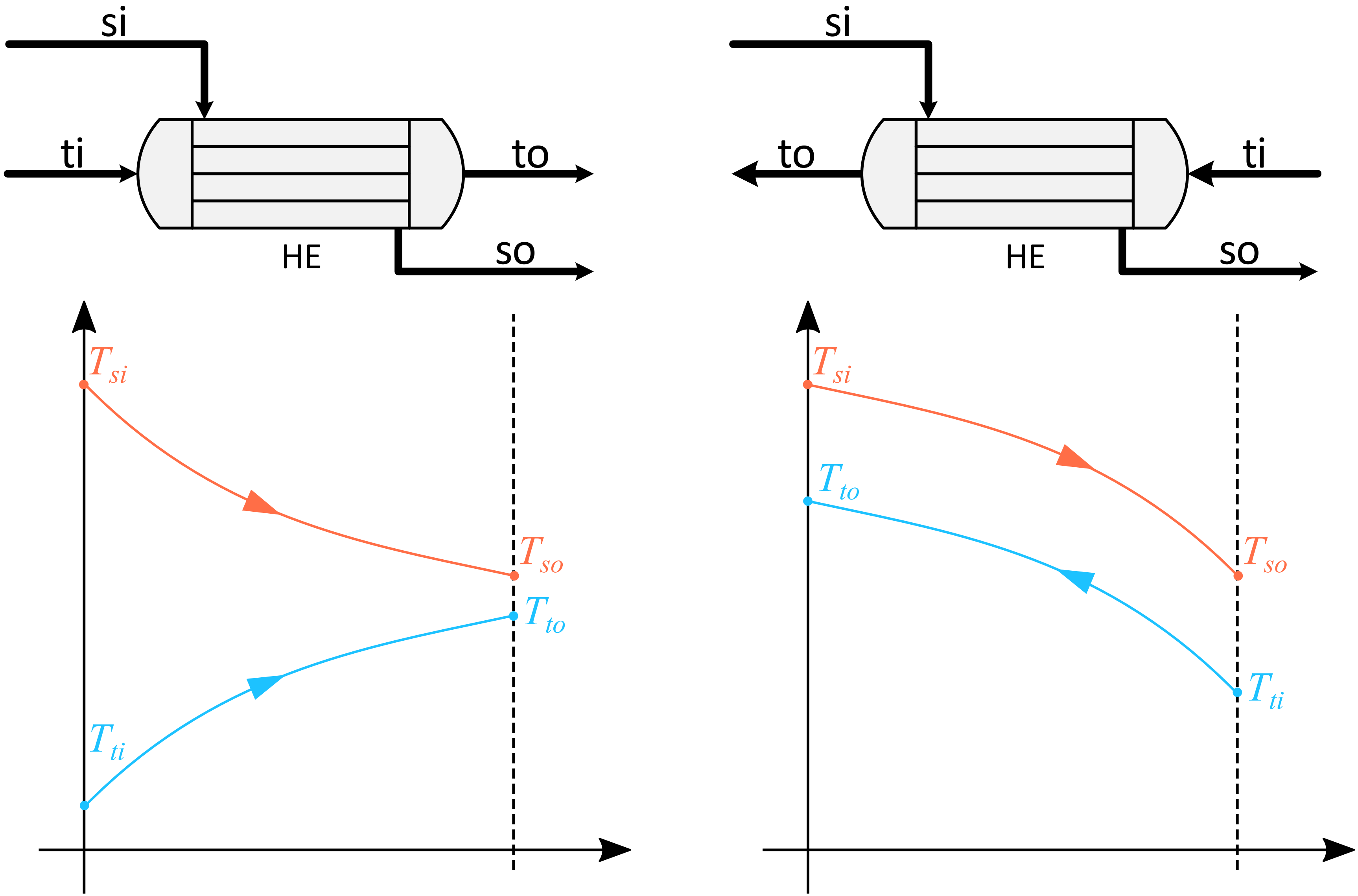
No. Proponer una secuencia de resolución

Ejemplo



	Entrada		Salida	
	Tolueno (s)	**Agua (t)**	**Tolueno**	**Agua**
Temperatura (ºC)	80	25	50	
Presión (bar)	1	1	1	1
Flujo molar (mol/s)	100	350	100	350

Modelo de un Heat Exchanger



Modelo de un Heat Exchanger (con Ec. de diseño)

$$m_{si} x_{si,i} - m_{so} x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti} x_{ti,i} - m_{to} x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{so,i} = 1 \quad \sum_i x_{to,i} = 1$$

$$m_{ti} H_{ti} + m_{si} H_{si} - m_{to} H_{to} - m_{so} H_{so} = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$

$m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$

$m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$

$(UA) \quad \Delta t_c \quad Q$

11 + 2i variables

− 8 + 2i ecuaciones

3 Grados de libertad

Ecuaciones de Diseño

$$Q = (UA)\Delta t_c$$

asume que *ti* se enfría

$$Q = m_{ti} H_{ti} - m_{to} H_{to}$$

$$\Delta t_c = f\left(T_{si}, T_{so}, T_{ti}, T_{to}, \text{tipo de HE}\right)$$

Si la corriente *ti* se calienta:

$$Q = m_{to} H_{to} - m_{ti} H_{ti}$$

Ejemplo: LMTD
(diferencia de temperatura media logarítmica)

Modelo de un Heat Exchanger (con Ec. de diseño)

$$m_{si}x_{si,i} - m_{so}x_{so,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$m_{ti}x_{ti,i} - m_{to}x_{to,i} = 0 \qquad \forall i$$

$$\sum_i x_{so,i} = 1 \quad \sum_i x_{to,i} = 1$$

$$m_{ti}H_{ti} + m_{si}H_{si} - m_{to}H_{to} - m_{so}H_{so} = 0$$

$$f\left(H_{to}, T_{to}, P_{to}, x_{to}\right) = 0$$

$$f\left(H_{so}, T_{so}, P_{so}, x_{so}\right) = 0$$

$$Q = (UA)\Delta t_c$$

$$Q = m_{ti}H_{ti} - m_{to}H_{to}$$

$$\Delta t_c = f\left(T_{si}, T_{so}, T_{ti}, T_{to}, \text{tipo de HE}\right)$$

$$m_{so} \quad x_{so,i} \quad T_{so} \quad P_{so} \quad H_{so}$$

$$m_{to} \quad x_{to,i} \quad T_{to} \quad P_{to} \quad H_{to}$$

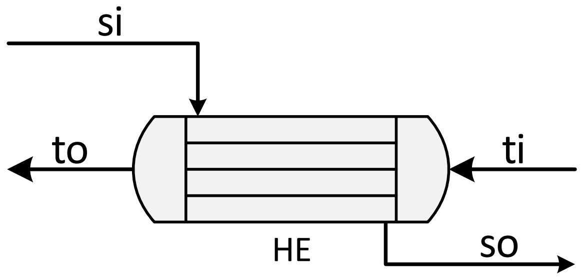
$$(UA) \quad \Delta t_c \quad Q$$

Caso 1:

- Presiones de salida.
- (UA) y tipo de intercambiador.

3 Grados de libertad

Ejemplo

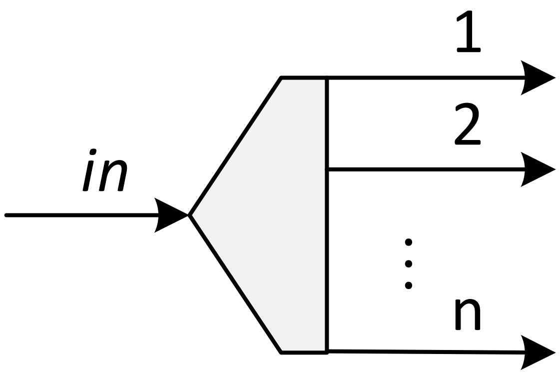


	Entrada		Salida	
	Tolueno (s)	**Agua (t)**	**Tolueno**	**Agua**
Temperatura (ºC)	80	25		
Presión (bar)	1	1	1	1
Flujo molar (mol/s)	100	350	100	350

UA = 15600 W/K

$$\Delta t_c = LMTD$$

Modelo de un Splitter (divisor)



Hipótesis:

1. Estado estacionario.
2. No se consideran perdidas de calor con el medio.
3. No se produce cambio de fase.
4. Sin reacción química.

Nodo divisor sin cambio de fase

$$m_{in}x_{in,i} - \sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} = 0 \quad \forall i$$

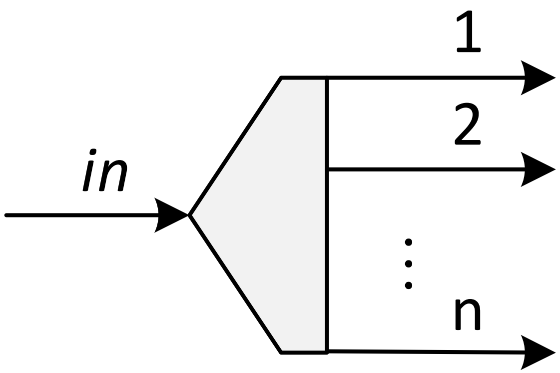
$$\sum_i x_{k,i} = 1 \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$

$$\cancel{\sum_i x_{in,i} = 1}$$

$$m_{in}H_{in} - \sum_{k=1}^{n} m_k H_k = 0$$

$$\cancel{f\left(H_{in}, T_{in}, P_{in}, x_{in}\right) = 0}$$

$$f\left(H_k, T_k, P_k, x_k\right) = 0 \quad k = 1, 2, \ldots, n$$



$m_k \quad x_{k,i} \quad T_k \quad P_k \quad H_k$

$\cancel{m_{in}} \quad \cancel{x_{in,i}} \quad \cancel{T_{in}} \quad \cancel{P_{in}} \quad \cancel{H_{in}}$

4.n + i.n variables

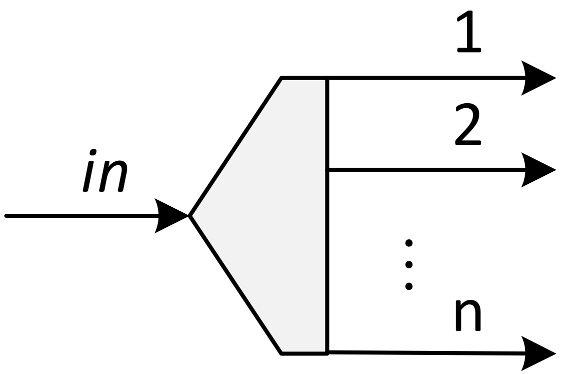
2.n + i + 1 ecuaciones

2.n + i.(n-1)-1 Grados de libertad

Nodo divisor sin cambio de fase

$$m_{in} x_{in,i} - \sum_{k=1}^{n} m_k x_{k,i} = 0 \quad \forall i$$

$$\sum_i x_{k,i} = 1 \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$



$$m_k \quad x_{k,i} \quad T_k \quad P_k \quad H_k$$

$$m_{in} H_{in} - \sum_{k=1}^{n} m_k H_k = 0$$

$$R_k$$

$\cancel{2}$.n + i.(n-1)-1

$$f\left(H_k, T_k, P_k, x_k\right) = 0 \quad k = 1, 2, \ldots, n$$

$\cancel{n}$ + i.(n-1)-1

$$P_k = P_{in} \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$

$$m_k = R_k m_{in} \qquad k = 1, 2, ..., n$$

No tiene sentido realizar un análisis de grados de libertad, la composición de las corrientes de salida son idénticas a la de entrada y el sistema queda sobre-especificado

Resolución secuencial

$$m_k = R_k m_{in} \qquad k = 1, 2, ..., n$$ 1

$$P_k = P_{in} \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$ 2

$$T_k = T_{in} \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$ 3

$$x_{k,i} = x_{in,i} \qquad k = 1, 2, \ldots, n; \forall i$$ 4

$$f\left(H_k, T_k, P_k, x_k\right) = 0 \rightarrow H_k \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$ 5