

Integración IV

Modelado individual de equipos en estado dinámico (II)

2022

Profesor: Dr. Nicolás J. Scenna
Profesor : Dr. Néstor H. Rodríguez
JTP: Dr. Juan I. Manassaldi

Equipos con reacción química

Un sistema general de NR reacciones, en las que intervienen NC componentes puede representarse como:

$$\sum_{i=1}^{NC} a_{ij} A_i = 0 \quad j = 1, 2, \dots, NR$$

Donde:

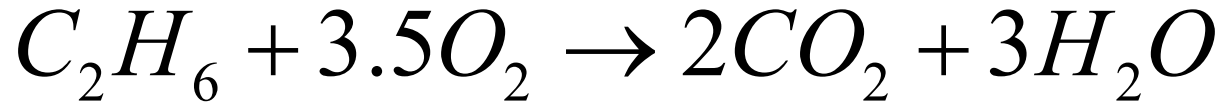
A_i : fórmula molecular de la especie i

a_{ij} : coeficiente estequiométrico de la especie “ i ” en la reacción “ j ”

$a_{ij} < 0$: La especie “ i ” es un reactivo de la reacción “ j ”

$a_{ij} > 0$: La especie “ i ” es un producto de la reacción “ j ”

Equipos con reacción química



$$\sum_{i=1}^{NC} a_{ij} A_i = 0 \quad j = 1, 2, \dots, NR$$

$$i = CH_4, O_2, CO_2, H_2O, C_2H_6$$

$$NR = 2$$

$$a_{CH_4,1} = -1 \quad a_{O_2,1} = -2 \quad a_{CO_2,1} = 1 \quad a_{H_2O,1} = 2 \quad a_{C_2H_6,1} = 0$$

$$a_{CH_4,2} = 0 \quad a_{O_2,2} = -3.5 \quad a_{CO_2,2} = 2 \quad a_{H_2O,2} = 3 \quad a_{C_2H_6,2} = -1$$

Equipos con reacción química

Para cada una de las NR reacciones:

$$r_j \left[\frac{1}{\text{volumen} \times \text{tiempo}} \right]$$

Velocidad de avance de la reacción "j".
Siempre > 0

$$r_{ij} \left[\frac{\text{moles de } i}{\text{volumen} \times \text{tiempo}} \right]$$

Generación de la especie "i" por unidad de volumen y unidad de tiempo, causada exclusivamente por el avance de la reacción "j"

$$r_j = \frac{r_{ij}}{a_{ij}} \rightarrow r_j = \frac{r_{1j}}{a_{1j}} = \frac{r_{2j}}{a_{2j}} = \dots = \frac{r_{NCj}}{a_{NCj}}$$

Equipos con reacción química

Para cada uno de los NC componente:

$$r_i = \sum_{j=1}^{NR} r_{ij} = \sum_{j=1}^{NR} a_{ij} \times r_j$$

$r_i \left[\frac{\text{moles de } i}{\text{volumen} \times \text{tiempo}} \right]$ Generación neta de la especie “i” por unidad de volumen y unidad de tiempo, causada por el conjunto de NR reacciones

CSTR (Continuously Stirred Tank Reactor)

Las velocidades de reacción **por lo general** vienen expresadas como funciones de la temperatura y concentraciones molares de las especies intervinientes:

$$r_j = f_j(T, C_1, C_2, \dots, C_{NC}) \quad \forall j$$

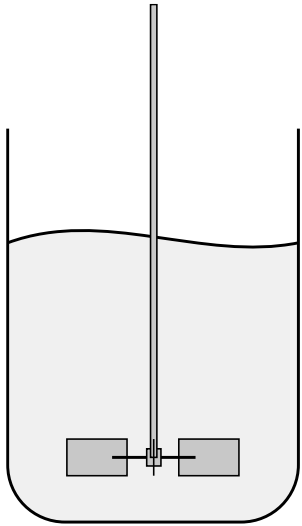
Una forma mas generalizada de expresar la velocidad de reacción es:

$$r_j = k_j(T) \prod_{i=1}^{NC} [A_i]^{\alpha_{ij}} \quad \forall j$$

Donde $[A_i]$ se denomina base y α_{ij} orden.

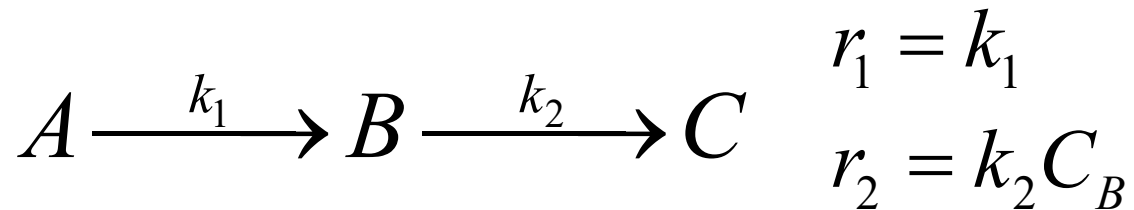
Las bases mas frecuentes son: Concentración, presión parcial, actividad, fugacidad, etc.

Reactor Batch



Hipótesis:

- Sistema adiabático
- Volumen constante
- Dos reacciones químicas en serie:



$$r_i = \sum_{j=1}^{NR} a_{ij} \times r_j \rightarrow i = A, B, C \quad j = r_1, r_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_A = (-1)k_1 + (0)k_2 C_B \\ r_B = (1)k_1 + (-1)k_2 C_B \\ r_C = (0)k_1 + (1)k_2 C_B \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} r_A = -k_1 \\ r_B = k_1 - k_2 C_B \\ r_C = k_2 C_B \end{array} \right.$$

Reacción de 1er. Orden en un Reactor Batch

- Balance de materia de los reactivos en el reactor:

$$\left[\begin{array}{l} \text{velocidad de variación} \\ \text{de moles del componente } i \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Flujo de moles} \\ \text{del componente } i \\ \text{que ingresan al sistema} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Flujo de moles} \\ \text{del componente } i \\ \text{que abandonan el sistema} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{velocidad de formación} \\ \text{de moles del componente } i \\ \text{por reacción química} \end{array} \right]$$

Acumulación = ~~Entrada~~ - ~~Salida~~ + Generación $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$

$$\frac{dM_A}{dt} = r_A V \quad r_A = -k_1$$

$$V \frac{dC_A}{dt} = -k_1 V$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1$$

Reacción de 1er. Orden en un Reactor Batch

- Balance de materia de los reactivos en el reactor:

Acumulación = ~~Entrada~~ - ~~Salida~~ + Generación $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$

$$\frac{dM_B}{dt} = r_B V \quad r_B = k_1 - k_2 C_B$$

$$V \frac{dC_B}{dt} = k_1 V - k_2 C_B V$$

$$\frac{dC_B}{dt} = k_1 - k_2 C_B$$

Reacción de 1er. Orden en un Reactor Batch

- Balance de materia de los reactivos en el reactor:

Acumulación = ~~Entrada~~ - ~~Salida~~ + Generación $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$

$$\frac{dM_C}{dt} = r_C V \quad r_C = k_2 C_B$$

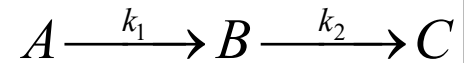
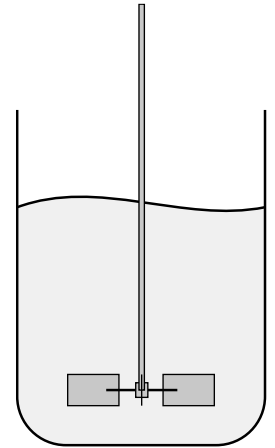
$$V \frac{dC_C}{dt} = k_2 C_B V$$

$$\frac{dC_C}{dt} = k_2 C_B$$

Reacción de 1er. Orden en un Reactor Batch

Ejemplo practico:

- $k_1 = 0.5 \text{ mol}/(\text{litro min})$
- $k_2 = 0.3 \text{ min}^{-1}$
- La concentración inicial es de A es $C_{A0} = 2 \text{ mol/litro}$



$$\frac{dC_A}{dt} = -0.5$$

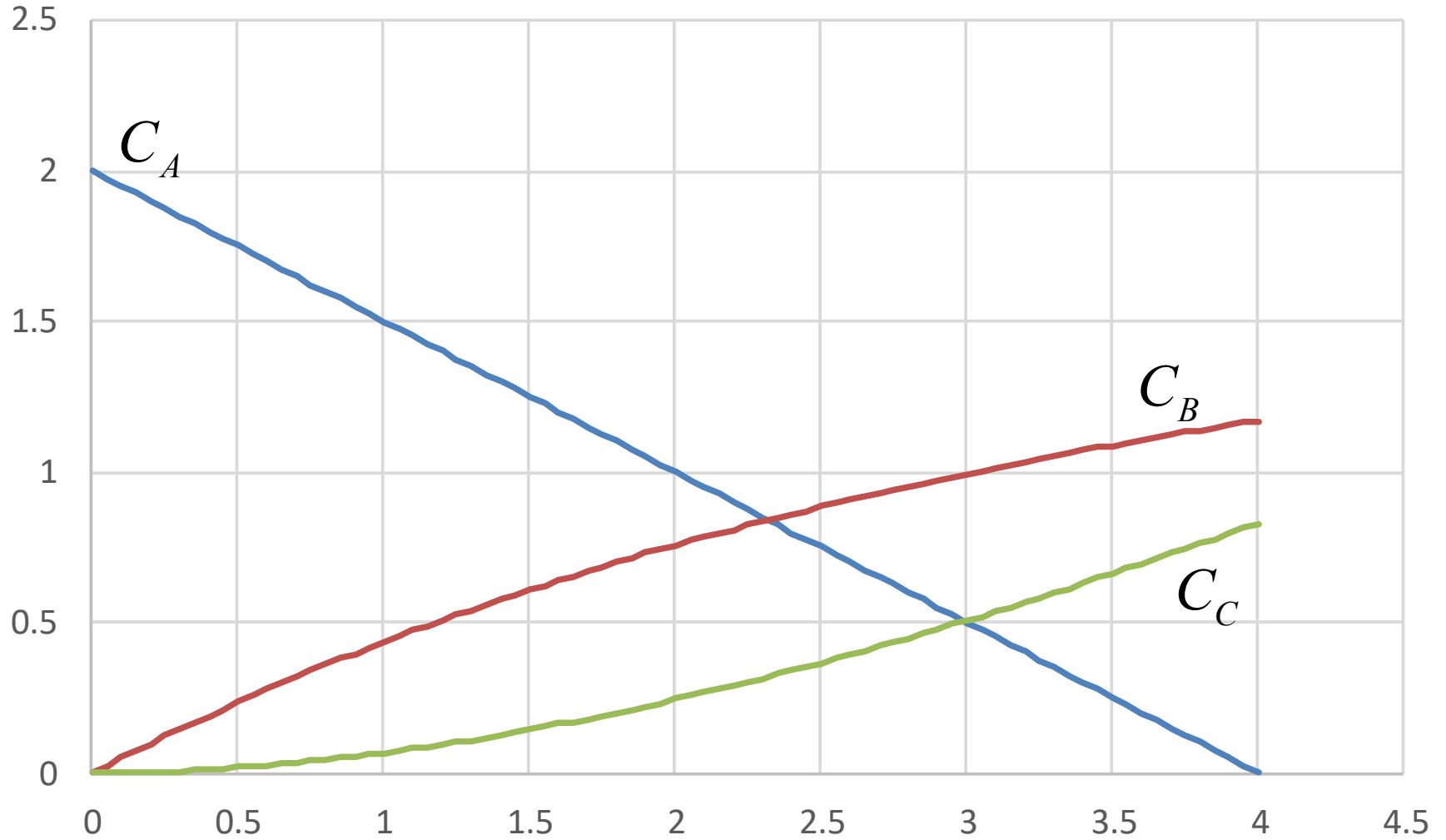
$$\frac{dC_B}{dt} = 0.5 - 0.3C_B$$

$$\frac{dC_C}{dt} = 0.3C_B$$

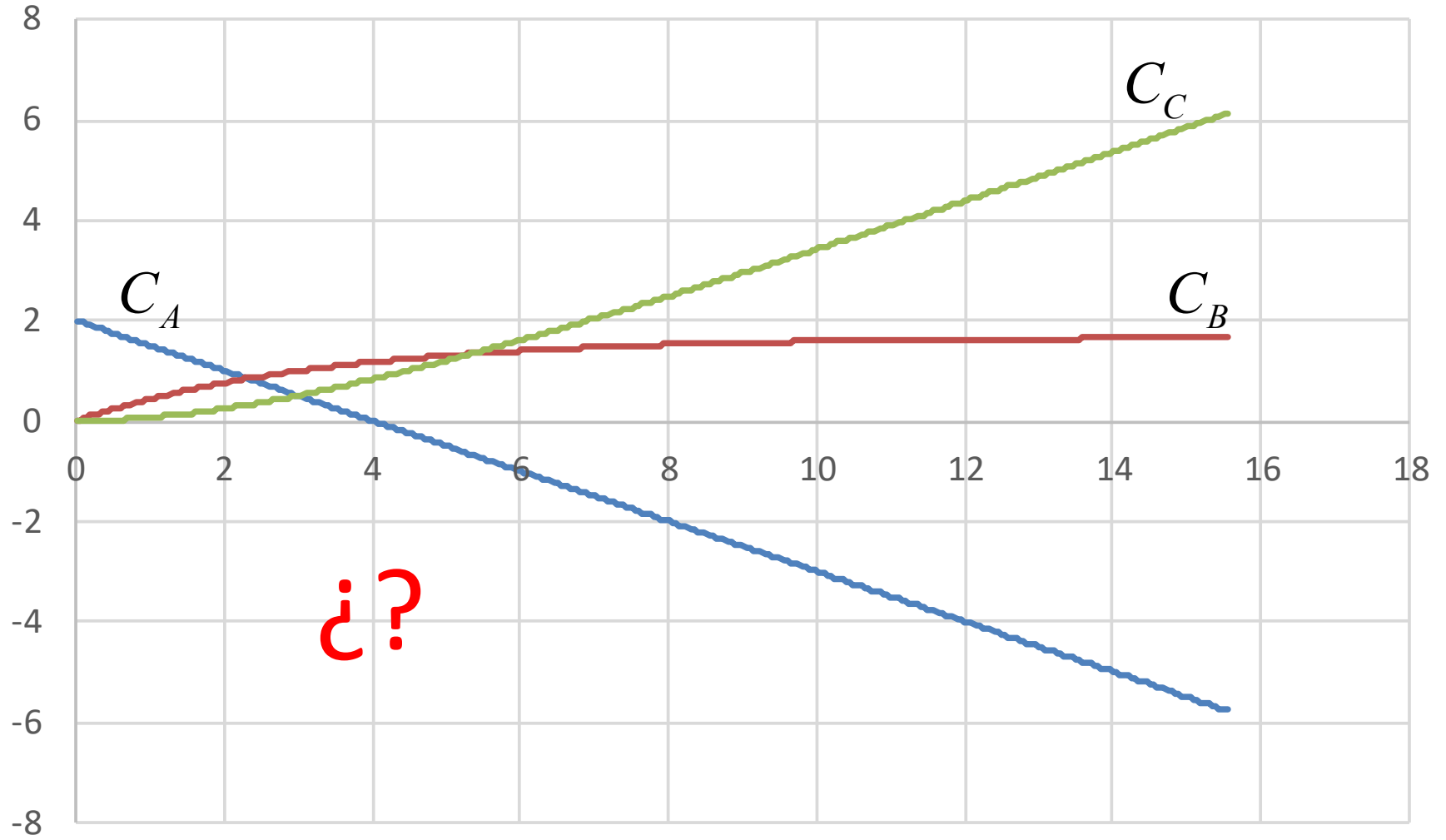
$$t = 0$$

$$C_A = 2; C_B = 0; C_C = 0$$

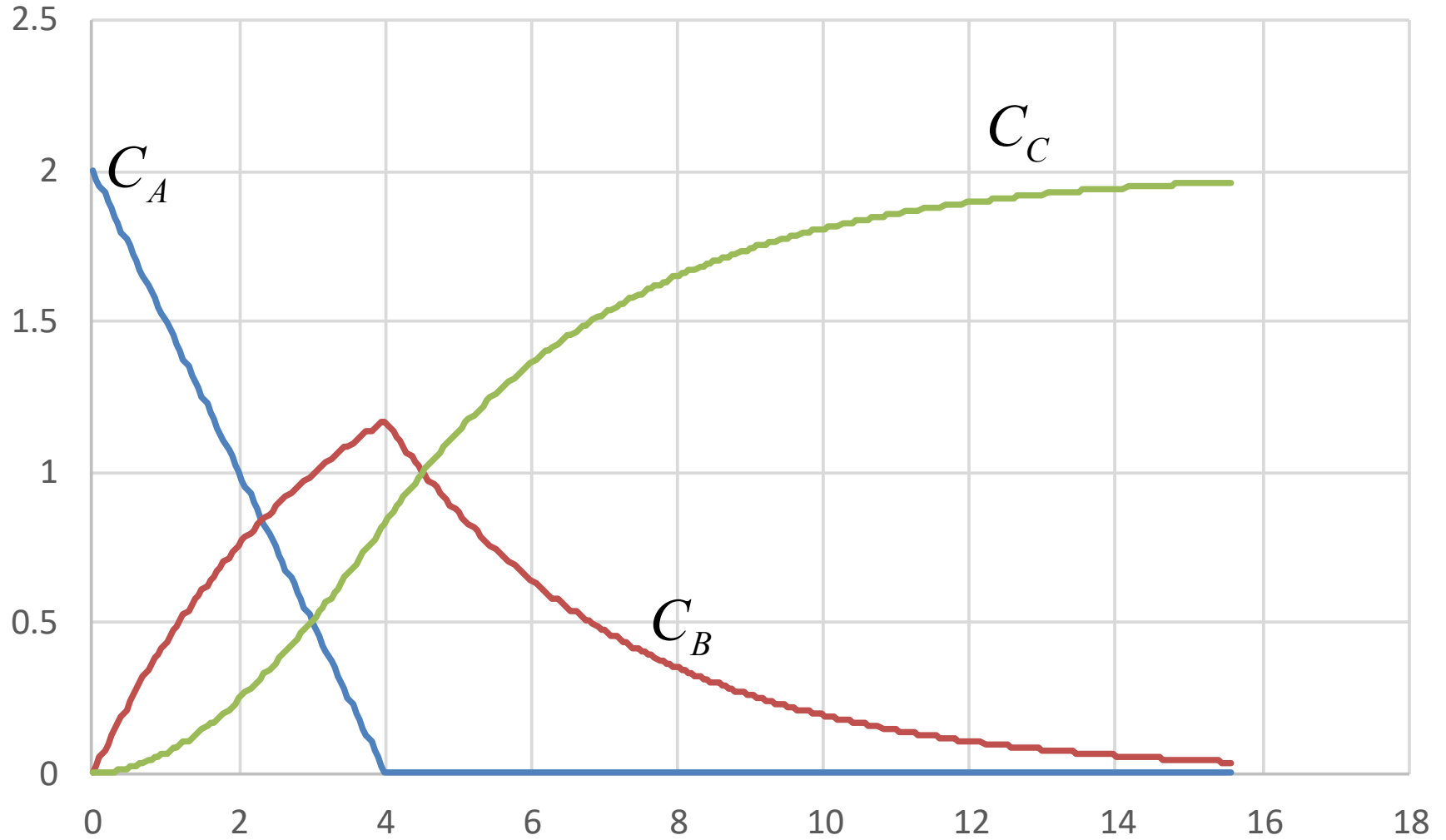
Ejemplo Reactor Batch



Ejemplo Reactor Batch



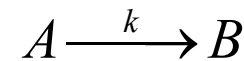
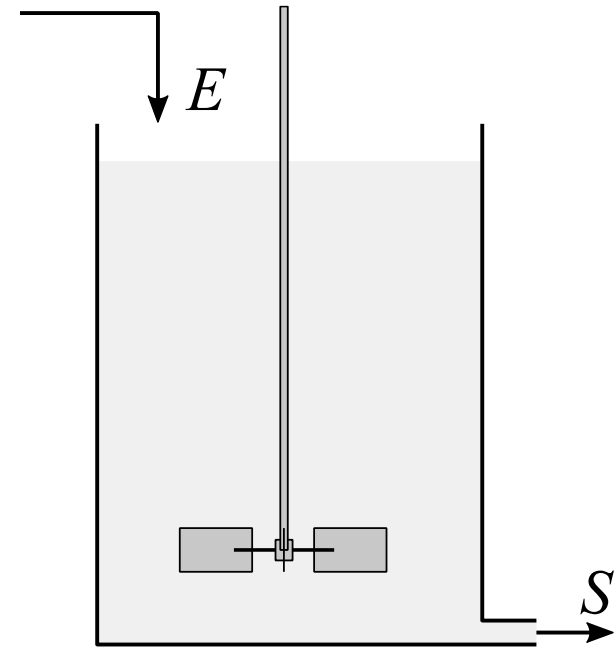
Ejemplo Reactor Batch



CSTR

Hipótesis:

- Sistema adiabático e isotérmico
- Densidad constante
- Reacción química de 1er Orden
- Mezcla perfecta
- Se desprecia la evaporación
- Tanque cilíndrico
- Salida gravitatoria



$$r_1 = k_1 c_A$$

$$r_A = -k_1 c_A$$

CSTR

- Balance global de materia (base másica):

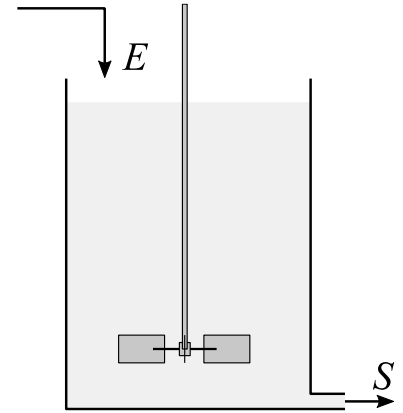
Acumulación = Entrada – Salida

$$\frac{dM}{dt} = m^E - m^S$$

$$M = \rho A_T h \rightarrow \frac{dM}{dt} = \rho A_T \frac{dh}{dt}$$

$$\cancel{\rho A_T} \frac{dh}{dt} = \cancel{\rho} E - \cancel{\rho} A_s \sqrt{2gh}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$



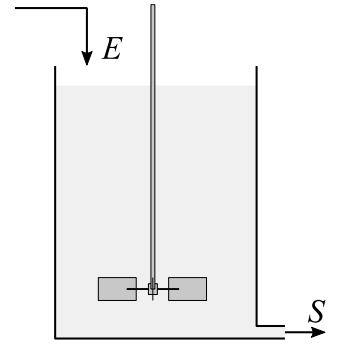
Caudal

CSTR

- Balance de materia por componentes (base molar):

Acumulación = Entrada – Salida + Generación

$$\frac{dM_A}{dt} = m_A^E - m_A^S + r_A V \quad \left[\frac{\text{moles}_A}{\text{tiempo}} \right]$$



$$M_A = c_A V = c_A A_T h$$

$$\frac{dM_A}{dt} = \frac{dc_A A_T h}{dt} = A_T \frac{dc_A h}{dt} = A_T c_A \frac{dh}{dt} + A_T h \frac{dc_A}{dt}$$

$$A_T c_A \frac{dh}{dt} + A_T h \frac{dc_A}{dt} = m_A^E - m_A^S + r_A A_T h$$

CSTR

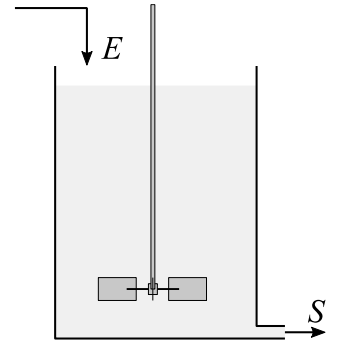
- Balance de materia por componentes (base molar):

$$A_T c_A \frac{dh}{dt} + A_T h \frac{dc_A}{dt} = m_A^E - m_A^S + r_A A_T h$$

$$A_T c_A \frac{dh}{dt} + A_T h \frac{dc_A}{dt} = E c_A^E - S c_A - k_1 c_A A_T h$$

$$A_T c_A \frac{dh}{dt} + A_T h \frac{dc_A}{dt} = E c_A^E - A_s \sqrt{2gh} c_A - k_1 c_A A_T h$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$



CSTR

- Balance de materia por componentes (base molar):

$$A_T c_A \left(\frac{E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) + A_T h \frac{dc_A}{dt} = E c_A^E - A_s \sqrt{2gh} c_A - k_1 c_A A_T h$$

$$c_A E - c_A A_s \sqrt{2gh} + A_T h \frac{dc_A}{dt} = E c_A^E - A_s \sqrt{2gh} c_A - k_1 c_A A_T h$$

$$c_A E + A_T h \frac{dc_A}{dt} = E c_A^E - k_1 c_A A_T h$$

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{E}{A_T h} (c_A^E - c_A) - k_1 c_A$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

Datos o parámetros:

$$E \quad A_T \quad A_s \quad c_A^E \quad k_1$$

Condiciones iniciales:

$$h^{(0)} \quad c_A^{(0)}$$

Balance de energía en sistemas dinámicos

- Balance de energía global de un sistema dinámico:

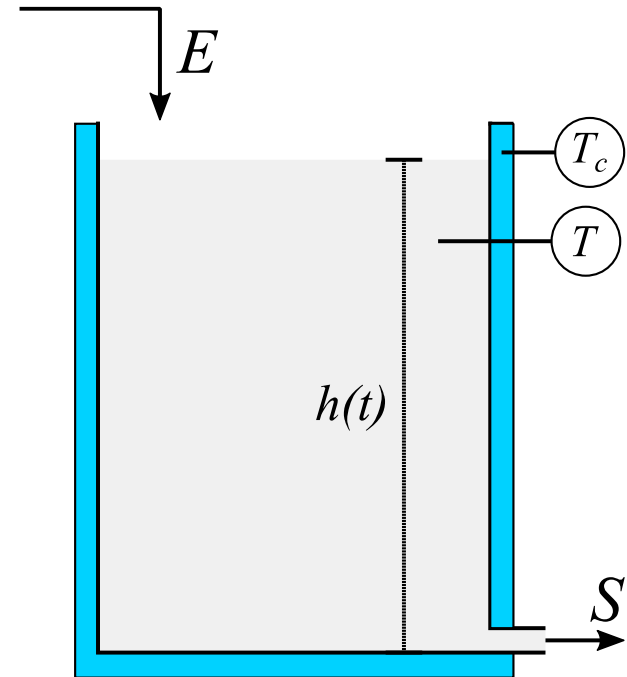
$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} \text{Flujo de energía} \\ \text{interna, cinética y/o potencial} \\ \text{que ingresa al sistema} \\ \text{por conveccion o difusion} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Flujo de energía} \\ \text{interna, cinética y/o potencial} \\ \text{que abandona el sistema} \\ \text{por conveccion o difusion} \end{array} \right] \\ & \left[\begin{array}{l} \text{Calor que ingresa al sistema} \\ \text{por conduccion, radiacion y/o reaccion} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Trabajo realizado por el sistema} \\ \text{sobre sus alrededores} \\ \text{(Trabajo de Eje o mecanico y PV)} \end{array} \right] \\ & = \left[\begin{array}{l} \text{velocidad de variación de la energía} \\ \text{interna, cinética y/o potencial} \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right] \end{aligned}$$

Las unidad de esta ecuación es energía/tiempo

Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento

Hipótesis asumida:

- Densidad constante
- No hay reacción química
- Se desprecia la evaporación
- Tanque cilíndrico
- Altura inicial conocida
- Temperatura inicial conocida
- Líquido perfectamente mezclado
- Se supone constante la temperatura de la camisa de calentamiento
- Calor específico del fluido constante



Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento

- Balance de materia en el tanque:

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} = m_E - m_S$$

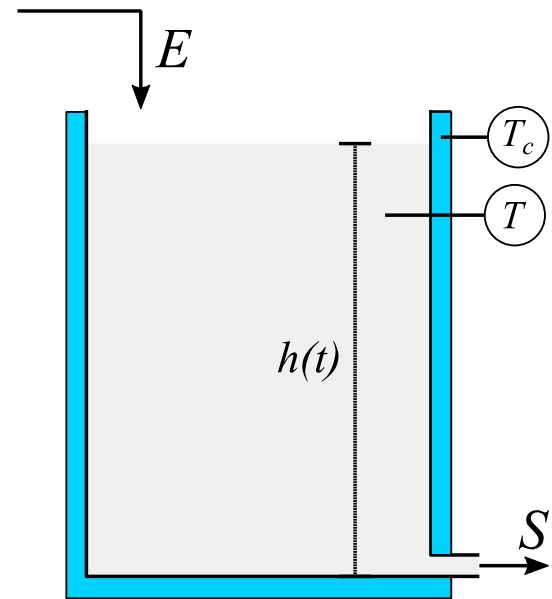
$$\frac{dM_T}{dt} = m_E - m_S$$

HOLDUP materia del tanque

Flujo másico de cada corriente

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

EDO 1



Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento

- Balance de energía en el tanque:

HOLDUP de materia

Las propiedades de salida son idénticas a la del interior del tanque

$$\frac{dM(U + \cancel{K} + \cancel{\phi})}{dt} = Q + m_E(U_E + \cancel{K}_E + \cancel{\phi}_E) - m_S(\cancel{U} + \cancel{K} + \cancel{\phi}) + m_E P_E v_E - m_S P_S v$$

$$\frac{dMU}{dt} = Q + m_E(U_E + P_E v_E) - m_S(U + P_S v)$$

$$\frac{dMU}{dt} = Q + m_E H_E - m_S H$$

$$\frac{dMH}{dt} = Q + m_E H_E - m_S H$$

Para líquidos el término Pv es despreciable frente a U por lo que se sigue la evolución de la entalpía del sistema

HOLDUP de energía

MH → Entalpía total del fluido dentro del tanque

$m_e H_e$ → Entalpía total de entrada de fluido

$m_s H_s$ → Entalpía total de salida de fluido

Q → Calor que ingresa por la camisa

Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento

$$\frac{dMH}{dt} = Q + m_E H_E - m_S H$$

$$\frac{dM}{dt} H + M \frac{dH}{dt} = Q + m_E H_E - m_S H$$

$$M = \rho V = \rho A_T h \rightarrow \frac{dM}{dt} = \rho A_T \frac{dh}{dt}$$

$$m_E = \rho F_E$$

$$m_S = \rho F_S = \rho A_s \sqrt{2gh}$$

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_e - \rho A_s \sqrt{2gh} H$$

Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

EDO 1

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_E - \rho A_s \sqrt{2gh} H$$

EDO 2

$$H = f(T)$$

$Q =$ Constante o ley funcional

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento I

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

EDO 1

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_E - \rho A_s \sqrt{2gh} H$$

EDO 2

$$H = f(T)$$

$$Q = \text{Constante}$$

$t \rightarrow$ Variable independiente (tiempo)

$h \rightarrow$ Variable dependiente (altura)

$H \rightarrow$ Variable dependiente (entalpía)

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento I (Resolución)

- Tenemos un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas a un sistema de ecuaciones algebraicas.
- En este ejemplo simple tenemos dos EDOs y una ecuación algebraica.
- Para resolver el problema se necesitan los valores de las condiciones iniciales de las variables diferenciales (o sea al tiempo inicial).
- El objetivo es poder calcular los diferenciales para cada instante de tiempo.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_E - \rho A_s \sqrt{2gh} H$$

$$H = f(T)$$

Datos o parámetros: F_E A_T A_s Q ρ H_E

Condiciones iniciales: $h^{(0)}$ $H^{(0)}$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento I (Resolución)

$$h^{(0)} \quad H^{(0)} \leftarrow$$

$$H = f(T) \rightarrow T^{(0)}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \rightarrow \left(\frac{dh}{dt} \right)^{(0)}$$

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_E - \rho A_s \sqrt{2gh} H \rightarrow \left(\frac{dH}{dt} \right)^{(0)}$$

$$h^{(1)} = h^{(0)} + \left(\frac{dh}{dt} \right)^{(0)} \Delta t$$

$$H^{(1)} = H^{(0)} + \left(\frac{dH}{dt} \right)^{(0)} \Delta t$$

Repetimos para el instante (1) y así sucesivamente hasta el tiempo final

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento II

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_E - \rho A_s \sqrt{2gh} H$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

$$\rho A_T \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_E - \rho A_s \sqrt{2gh} H$$

$$H = cp(T - T_0) \quad cp \rightarrow \text{Calor específico del fluido}$$

$$dH = cp dT \quad T_0 \rightarrow \text{Temperatura inicial tomada como referencia}$$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento II

$$\rho A_T \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) H + \rho A_T h \frac{dH}{dt} = Q + \rho F_E H_E - \rho A_s \sqrt{2gh} H$$

$$\rho A_T \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) cp (T - T_0) + \rho A_T h cp \frac{dT}{dt} = Q + \rho F_E cp (T_E - T_0) - \rho A_s \sqrt{2gh} cp (T - T_0)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

Datos o parámetros: F_E A_T A_s Q ρ T_E cp T_0

Condiciones iniciales: $h^{(0)}$ $T^{(0)}$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento III

$$\rho A_T \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) cp (T - T_0) + \rho A_T h cp \frac{dT}{dt} = Q + \rho F_E cp (T_E - T_0) - \rho A_s \sqrt{2gh} cp (T - T_0)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

$U \rightarrow$ Coeficiente de intercambio de calor

$$Q = U A_L (T_c - T)$$

$T_c \rightarrow$ Temperatura de la camisa de calentamiento

$A_L \rightarrow$ Área de contacto del líquido con la camisa

$$A_L = A_T + \pi D_T h$$

$$\rho A_T \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) cp (T - T_0) + \rho A_T h cp \frac{dT}{dt}$$

$$= U A_T (T_c - T) + U \pi D_T h (T_c - T) + \rho F_E cp (T_E - T_0) - \rho A_s \sqrt{2gh} cp (T - T_0)$$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento III

$$\rho A_T \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) cp (T - T_0) + \rho A_T h cp \frac{dT}{dt} = Q + \rho F_E cp (T_E - T_0) - \rho A_s \sqrt{2gh} cp (T - T_0)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

$$Q = U (A_T + \pi D_T h) (T_c - T)$$

Datos o parámetros: F_E A_T A_s U D_T T_C ρ T_E cp T_0

Condiciones iniciales: $h^{(0)}$ $T^{(0)}$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento IV

$$\rho A_T \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) cp (T - T_0) + \rho A_T h cp \frac{dT}{dt}$$

$$= UA_T (T_c - T) + U \pi D_T h (T_c - T) + \rho F_E cp (T_E - T_0) - \rho A_s \sqrt{2gh} cp (T - T_0)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{UA_T}{\rho A_T h cp} (T_c - T) + \frac{U \pi D_T h}{\rho A_T h cp} (T_c - T)$$

$$+ \frac{\rho F_E cp}{\rho A_T h cp} (T_E - T_0) - \frac{\rho A_s \sqrt{2gh} cp}{\rho A_T h cp} (T - T_0) - \frac{\rho A_T cp}{\rho A_T h cp} \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) (T - T_0)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{U}{\rho h cp} (T_c - T) + \frac{4U}{\rho D_T cp} (T_c - T)$$

$$+ \frac{F_E}{A_T h} (T_E - T_0) - \frac{A_s \sqrt{2g}}{A_T \sqrt{h}} (T - T_0) - \frac{1}{h} \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) (T - T_0)$$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento IV

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & \frac{U}{\rho h c_p} (T_c - T) + \frac{4U}{\rho D_T c_p} (T_c - T) \\ & + \frac{F_E}{A_T h} (T_E - T_0) - \frac{A_s \sqrt{2g}}{A_T \sqrt{h}} (T - T_0) - \frac{1}{h} \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) (T - T_0) \end{aligned}$$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento IV

Resolución utilizando Euler:

$$f_1(t, T, h) = \frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh}$$

$$f_2(t, T, h) = \frac{U}{\rho h c_p} (T_c - T) + \frac{4U}{\rho D_T c_p} (T_c - T)$$

$$+ \frac{F_E}{A_T h} (T_E - T_0) - \frac{A_s \sqrt{2g}}{A_T \sqrt{h}} (T - T_0) - \frac{1}{h} \left(\frac{F_E}{A_T} - \frac{A_s}{A_T} \sqrt{2gh} \right) (T - T_0)$$

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = f_1(t, T, h) \\ \frac{dT}{dt} = f_2(t, T, h) \end{cases}$$

Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento IV

Formula recursiva utilizando Euler:

$$h_{i+1} = h_i + f_1(t_i, T_i, h_i) \Delta t$$

$$T_{i+1} = T_i + f_2(t_i, T_i, h_i) \Delta t$$

Condiciones iniciales :

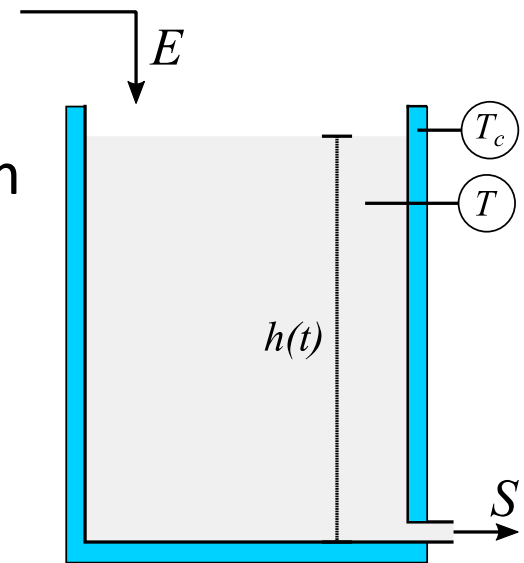
$$t = 0 \rightarrow h = h_0$$

$$t = 0 \rightarrow T = T_0$$

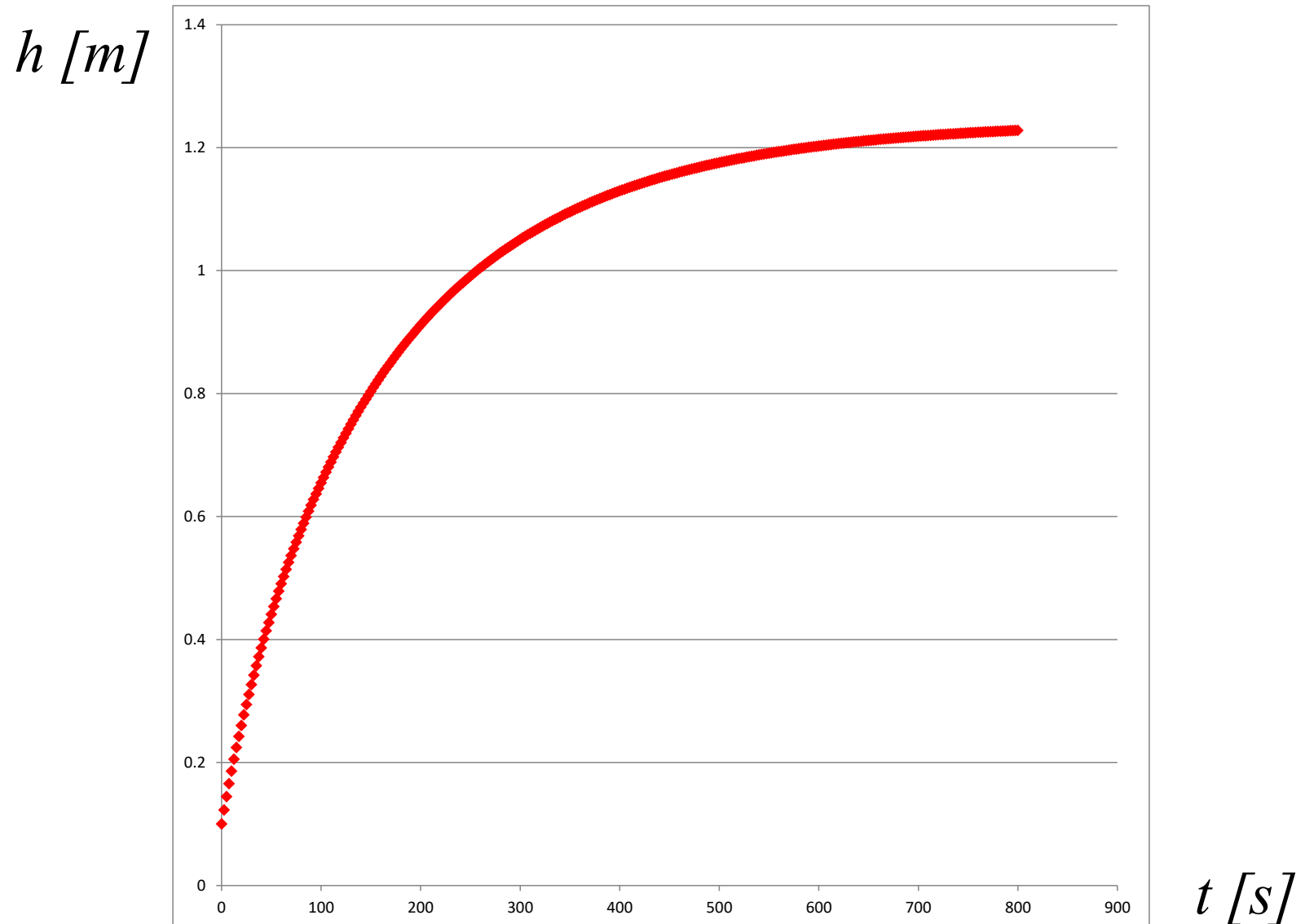
Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento

Ejemplo practico:

- Caudal constante de alimentación ($F_E=0.01 \text{ m}^3/\text{h}$)
- Altura inicial del tanque: $h_0=0.1 \text{ m}$
- Diámetro del tanque: $D_T=1 \text{ m}$
- Diámetro de orificio de salida: $D_S= 0.0508 \text{ m}$
- Tiempo final 800 segundos
- Densidad del fluido $\rho=1000 \text{ kg}/\text{m}^3$
- Temperatura inicial $T_0=283.15 \text{ K}$
- Temperatura de alimentación $T_E=283.15 \text{ K}$
- Temperatura de la camisa $T_c=373.15 \text{ K}$
- Calor especifico del fluido $c_p=4.2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$
- Coeficiente de intercambio de calor $U=1 \text{ kW}/(\text{m}^2 \text{ K})$

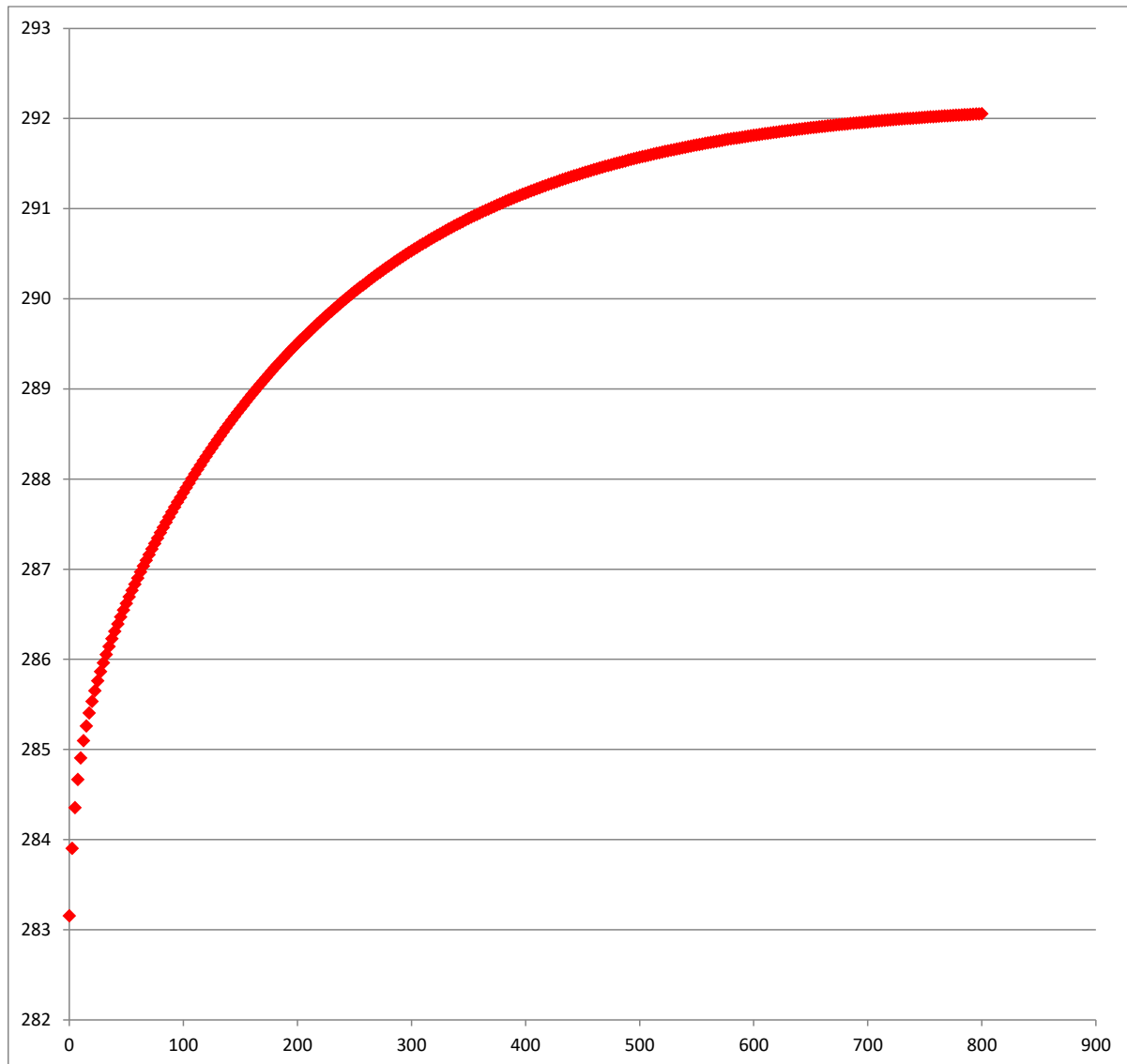


Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento



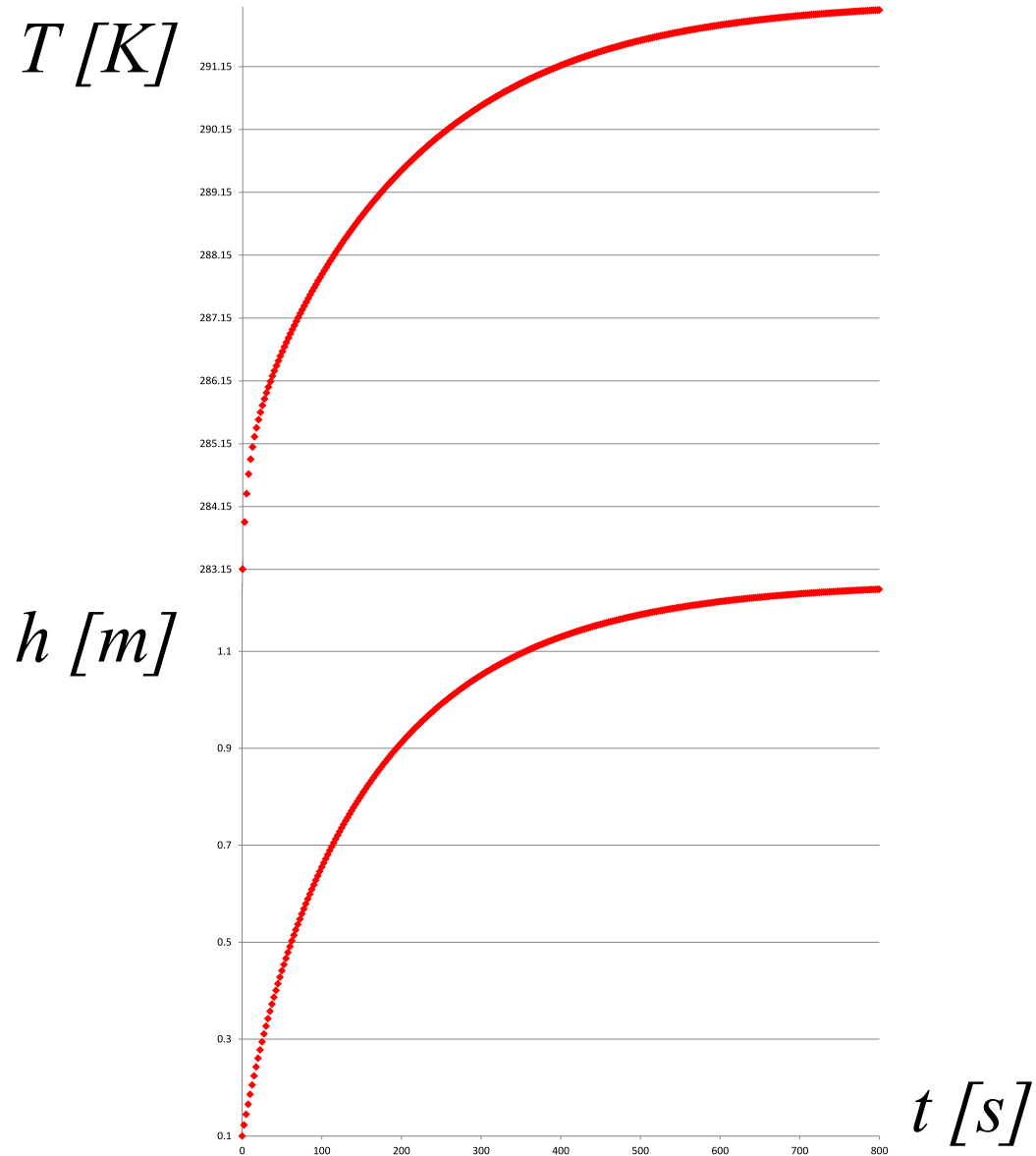
Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento

$T [K]$



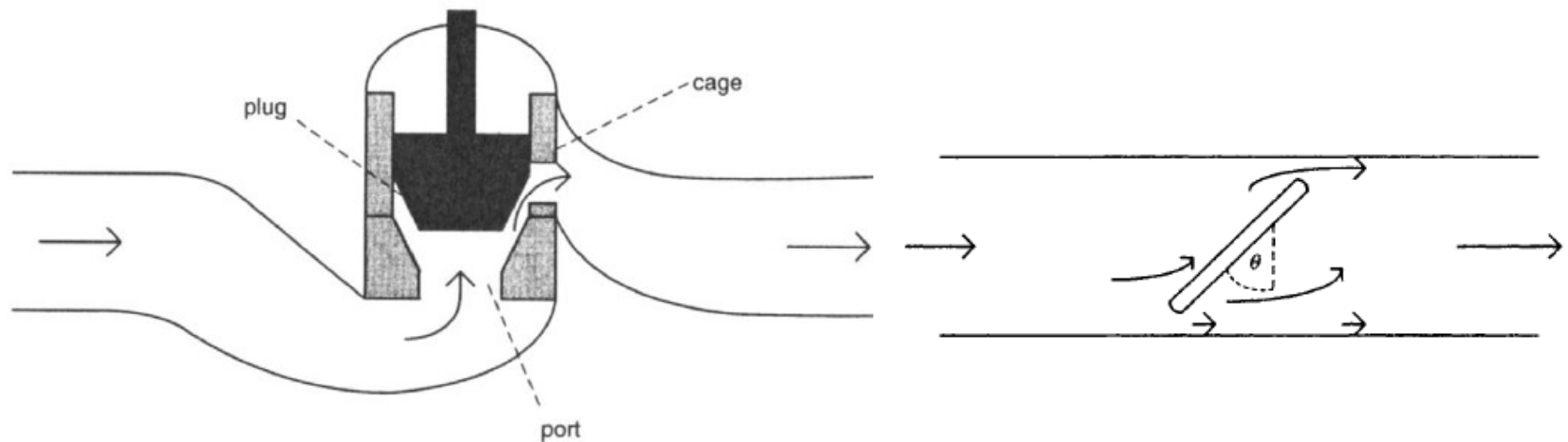
$t [s]$

Ejemplo: Tanque abierto con flujo de salida gravitatorio y calentamiento



Representación matemática de Válvulas de control (líquidos)

- Las válvulas de control ajustan el caudal cambiando el tamaño y la forma del área de flujo ofrecida al fluido que pasa a través de ella.
- Hay dos categorías principales de válvulas de control utilizadas:
 - Válvulas de globo. El área de flujo viene dictada por la posición del obturador de la válvula con respecto a su asiento.
 - Válvulas rotativas. El área de flujo depende de la posición angular de un disco o esfera con muescas dentro de un marco tubular.



Representación matemática de Válvulas de control (líquidos)

- Anteriormente definimos la capacidad de una válvula a partir de su Kv (o Cv).

$$Q = K_v \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

- Ahora, el Kv (o Cv) varía con la apertura de la válvula. Cuando la válvula está abierta al 100%, el coeficiente es el mayor que puede tener esa válvula en particular.
- Para otras aperturas existen otros Kv (siempre menores que el Kv máximo), y su relación con la apertura se pueden encontrar tabulada por cada fabricante para cada modelo de válvula.
- Todas las válvulas de control tienen una característica de flujo que define la relación entre la apertura de la válvula y el caudal que deja pasar a ΔP constante y se la conoce como “característica inherente”.

Representación matemática de Válvulas de control (líquidos)

- Existen tres características inherentes comúnmente utilizadas: **lineal**, **igual porcentaje** y **apertura rápida**.
- En las válvulas con característica **lineal** el caudal (kv o cv) crecerá linealmente con la apertura (a delta ΔP constante).
- En las válvulas con característica **igual porcentaje** (equal percentage = %), ante una variación de apertura, la variación de caudal (kv o cv) es un porcentaje de caudal circulante. Para una misma variación de apertura: a bajo caudal, los incrementos serán pequeños y a alto caudal, los incrementos serán grandes. Es una de las características inherentes más comúnmente seleccionadas para aplicaciones de control.
- En las válvulas con característica **apertura rápida**, el caudal aumenta rápidamente, con una pequeña variación en la posición al comenzar a abrirse la válvula.

Representación matemática de Válvulas de control (líquidos)

- Por lo tanto, el caudal circulante por la válvula corresponde a la siguiente expresión:

$$Q = \left(\frac{K_V}{K_{V_{\max}}} \right) K_{V_{\max}} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

Q → Caudal volumetrico que atravieza la válvula [m^3/h]

ΔP → Diferencia de presión a traves de la válvula [bar]

G → Gravedad específica del fluido [$adim$]

K_v → Coeficiente (actual) de la válvula

$K_{v_{\max}}$ → Coeficiente (apertura total) de la válvula

- Pero como se mencionó, la relación entre el Kv actual y el Kv máximo es función de la apertura de la válvula, por lo que:

$$\left(\frac{K_V}{K_{V_{\max}}} \right) = f(x) \rightarrow Q = f(x) K_{V_{\max}} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

x → Apertura de la válvula [$0-1$] o [$0\%-100\%$]

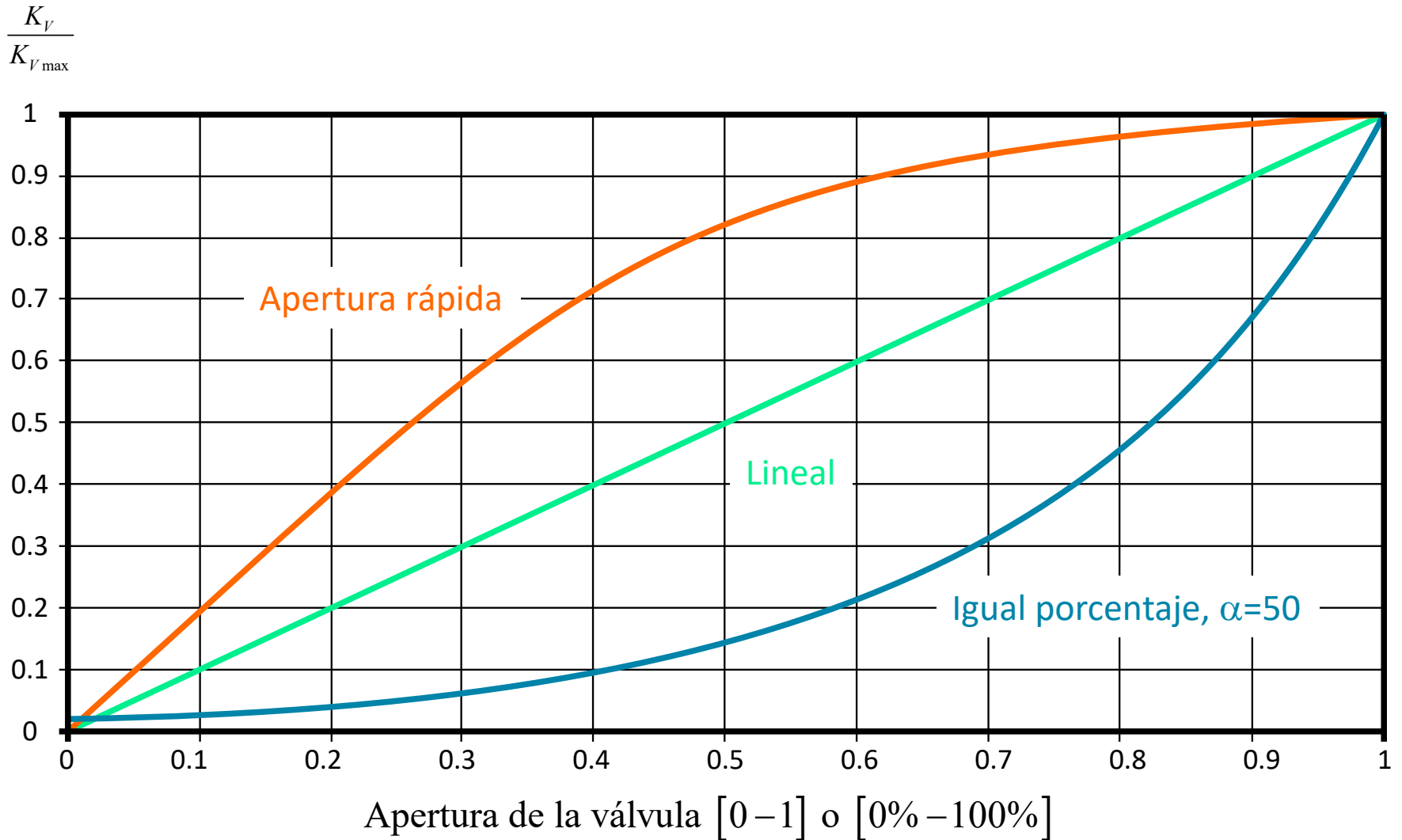
Representación matemática de Válvulas de control (líquidos)

- Las dos características más comunes de las válvulas de globo son lineal y de igual porcentaje.
 - Lineal: $f(x) = x$
 - Igual porcentaje: $\frac{df(x)}{dx} = k_1 f(x) \rightarrow f(x) = \alpha^{x-1}$
- Finalmente, según el caso utilizaremos cualquiera de las siguientes expresiones:

Rango de la válvula

$$Q = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}} \qquad Q = \alpha^{x-1} K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

Curva característica



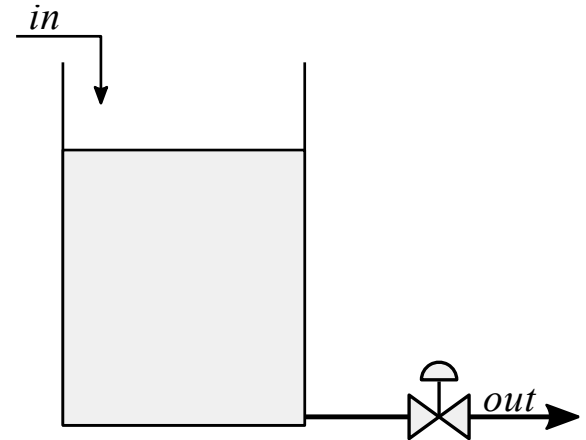
Representación matemática de Válvulas de control (líquidos)

- Es importante destacar que en general omitiremos la dinámica de las válvulas. Es decir, su evolución entre diferente aperturas será instantánea.
- Está claro que en la realidad una válvula no pasa de manera instantánea de una apertura a otra sin pasar por aperturas intermedias.
- De todas maneras frente a la dinámica del sistema podemos asumir (en algunos casos) esta hipótesis sin cometer un gran error.
- Para determinadas condiciones las expresiones anteriores pueden extenderse a gases.
- Para mas información se sugiere consultar bibliografía específica.

Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

Hipótesis

- Sistema adiabático
- La densidad es constante
- Evaporación despreciable
- No hay reacción química
- Tanque cilíndrico
- Válvula de apertura lineal
- Presión sobre el líquido y de descarga similares



Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

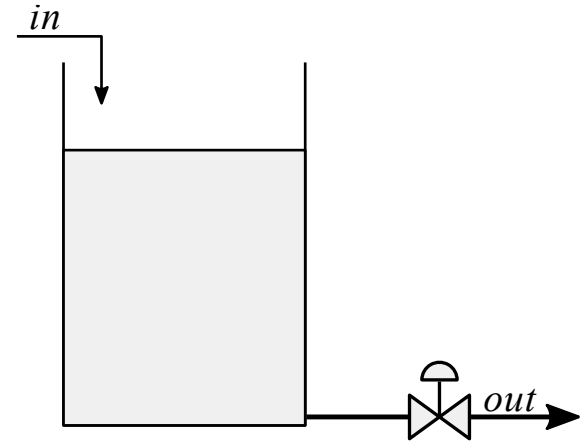
$$\frac{dM}{dt} = m_{in} - m_{out}$$

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} = \rho Q_{in} - \rho Q_{out}$$

$$A_T \frac{dh}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

$$\Delta P = P_0 + \rho g h - P_0 = \rho g h$$

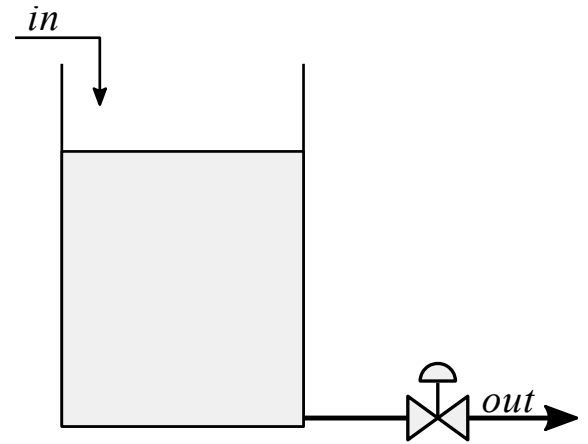


Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

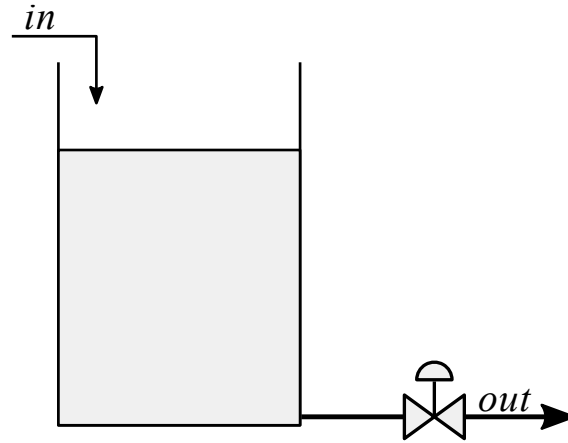


Ejemplo numérico

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

$$Q_{out} = x K_{Vmax} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



$$Q_{in} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \quad G = 1$$

$$A_T = 1 \text{ m}^2$$

$$K_{Vmax} = 400$$

$$h_T = 2 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$