Estimación del Incremento (h) Optimo

Prof.: Dr. Juan Ignacio Manassaldi

J.T.P.: Ing. Amalia Rueda

Vamos a analizar el comportamiento de la función *f(x)* y su derivada analítica *f’(x)* en el intervalo *[0.1;5]*

$$f(x)=\frac{e^{-x}-1}{x}$$

```
function y=funcion(x)
y=(exp(-x)-1)./x;
endfunction
```

$$f_a^{'}(x)=-\frac{e^{-x}}{x}-\frac{e^{-x}-1}{x^2}$$

```
function y=derivada(x)
y= -exp(-x).*(x.^-1)-(exp(-x)-1).*(x.^-2);
endfunction
```

Implementación en Scilab

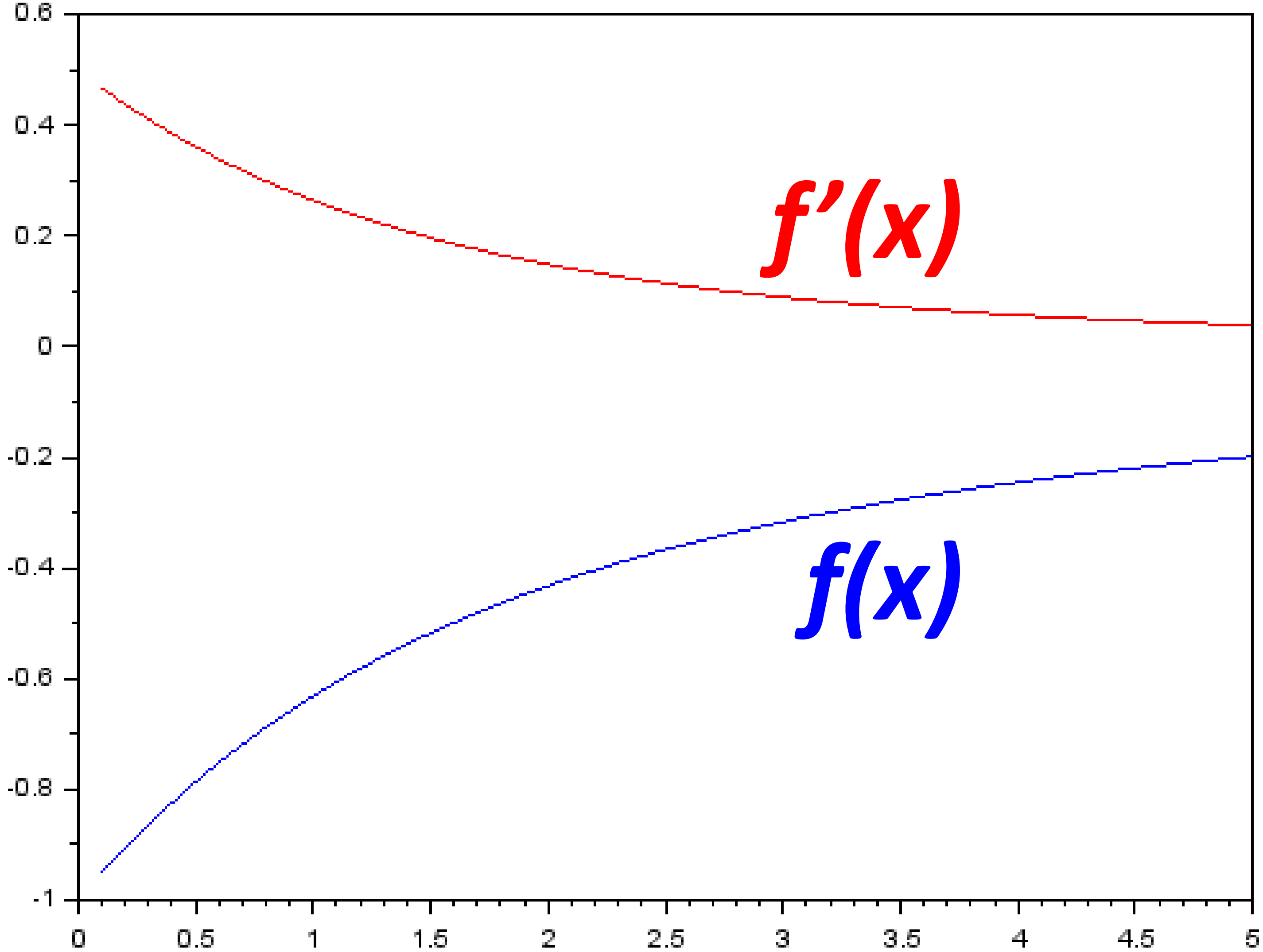
```
x=linspace(0.1,5,100);
y=funcion(x);
yp=derivada(x);
```

Creamos los pares de valores

```
plot(x,y,'b')
plot(x,yp,'r')
```

Graficamos

Implementación en Scilab



Derivada numérica (hacia delante)

$$f_n^{'}(x) = \frac{\boxed{f(x+h)} - \boxed{f(x)}}{h}$$

$$\boxed{f(x+h) = \frac{e^{-(x+h)} - 1}{(x+h)}}$$

$$\boxed{f(x) = \frac{e^{-x} - 1}{x}}$$

Se observa claramente que para distintos valores de h, se obtendrán distintas estimaciones de la derivada.

Derivada numérica (hacia delante)

Analizamos el punto x=2

$$f(2) = \frac{e^{-2} - 1}{2} \cong -0.432332$$

$$f_a^{'}(2) = -\frac{e^{-2}}{2} - \frac{e^{-2} - 1}{2^2} \cong 0.148498$$

Ahora estimamos la derivada en x=2 con h=0.1

$$f(2.1) = \frac{e^{-2.1} - 1}{2.1} \cong -0.417878 \qquad f(2) = \frac{e^{-2} - 1}{2} \cong -0.432332$$

$$f_n^{'}(2) = \frac{f(2+0.1) - f(2)}{0.1} \cong 0.144545$$

$$f_a^{'}(2) = -\frac{e^{-2}}{2} - \frac{e^{-2}-1}{2^2} \cong 0.148498$$

Ahora estimamos la derivada en x=2 con h=0.01

$$f_n^{'}(2) = \frac{f(2.01) - f(2)}{0.01} \cong 0.148095$$

Ahora con h=0.001

$$f_n^{'}(2) = \frac{f(2.001) - f(2)}{0.001} \cong 0.148458$$

Se observa como el error va decreciendo

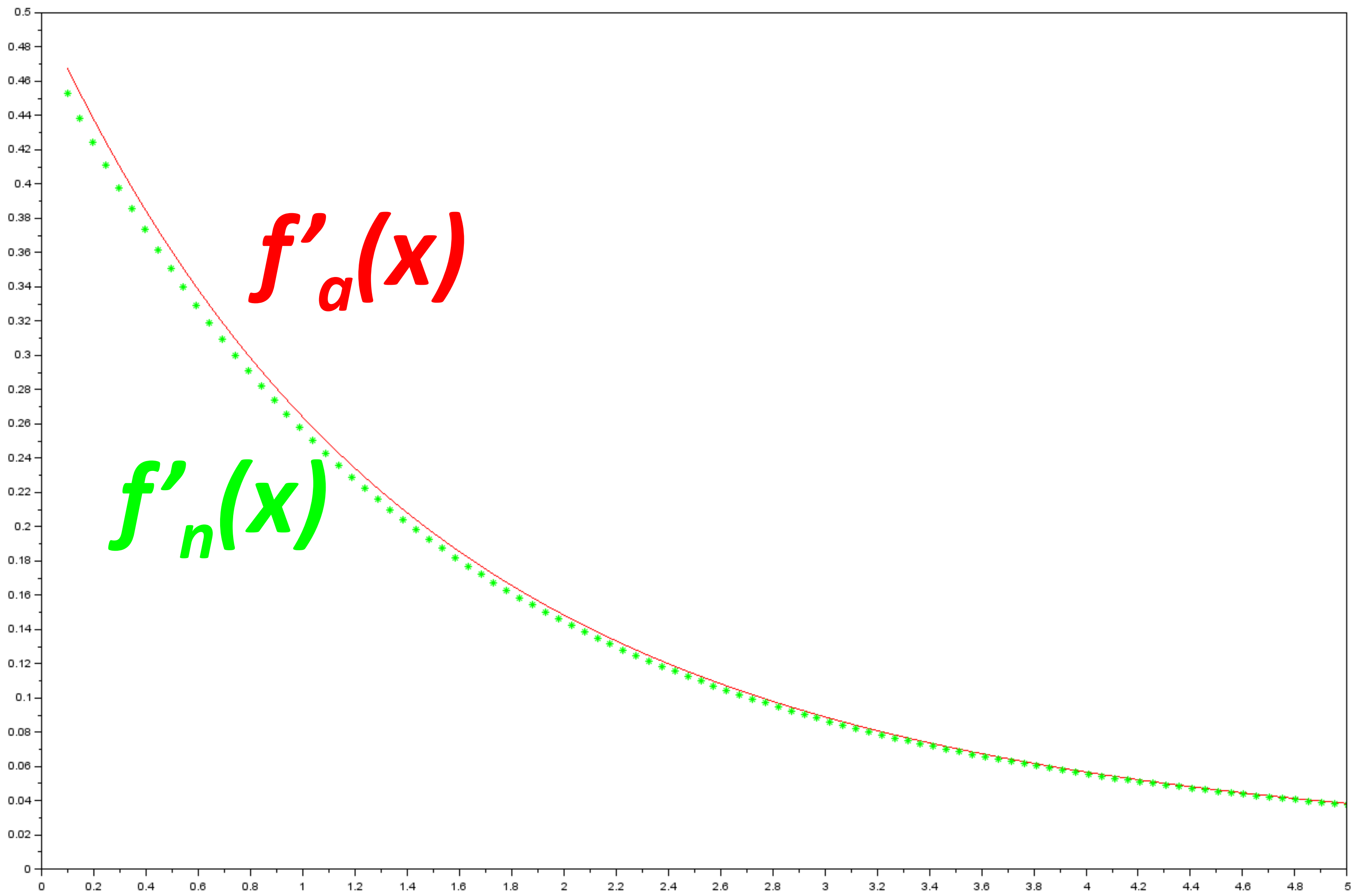
$$\varepsilon = \left|valor_{real} - valor_{estimado}\right| = \left|f_a^{'}(2) - f_n^{'}(2)\right|$$

Comportamiento en el intervalo

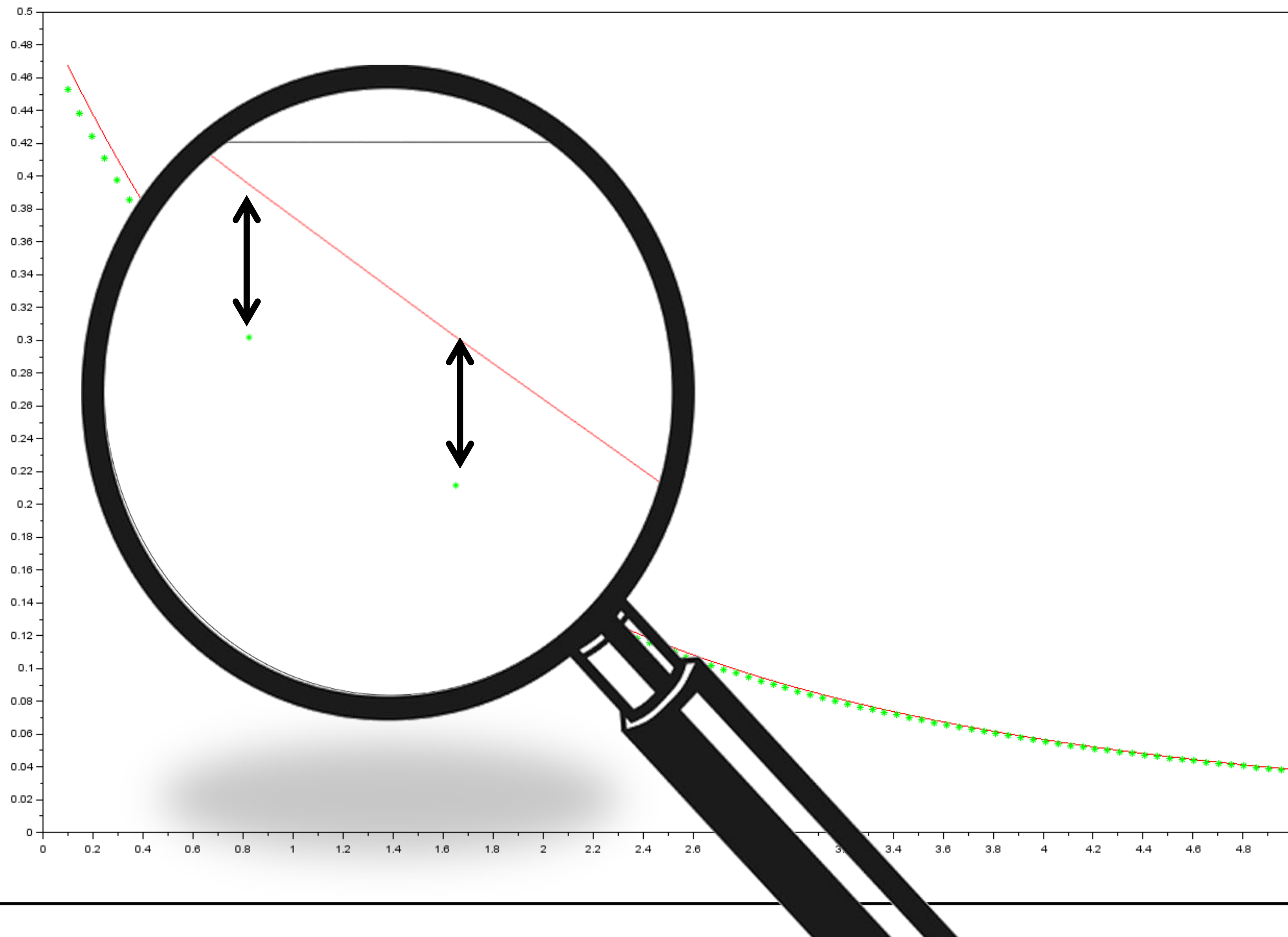
Vamos a graficar como se comporta la estimación numérica en el intervalo que estamos estudiando.

```
x=linspace(0.1,5,100);
yp=derivada(x);
plot(x,yp,'r')
ypn = (funcion(x + 0.1)- funcion(x))./0.1;
plot(x,ypn,'g*')
```

Comportamiento en el intervalo



Comportamiento en el intervalo



Comportamiento en el intervalo

¿Cómo podemos analizar el error que comete la estimación en el intervalo?

Ayuda: Si el intervalo tiene 100 elementos, se van a generar 100 errores . ¿Cómo podemos agruparlos para su análisis?

Para agruparlos realizamos el error promedio

Implementación en Scilab


```
x=linspace(0.1,5,100);
yp=derivada(x);
ypn = (funcion(x + 0.1) - funcion(x))./0.1;
er=sum(abs(ypn-yp))/100;
```

h

Finalmente, realizando el mismo calculo pero para distintos valores de h, tenemos:

h	**error**
1	3.57103E-02
0.1	4.32059E-03
0.01	4.41000E-04
0.001	4.41911E-05

Implementación en Scilab

¿El error va a disminuir hasta que la derivada numérica sea igual a la analítica?

¡No!, nosotros sabemos que el error no va a disminuir hasta volverse cero. Por lo tanto, debemos encontrar donde el error deja de disminuir y comienza a aumentar a pesar de decrecer el incremento.

¿Cómo podemos hacerlo?

Implementación en Scilab

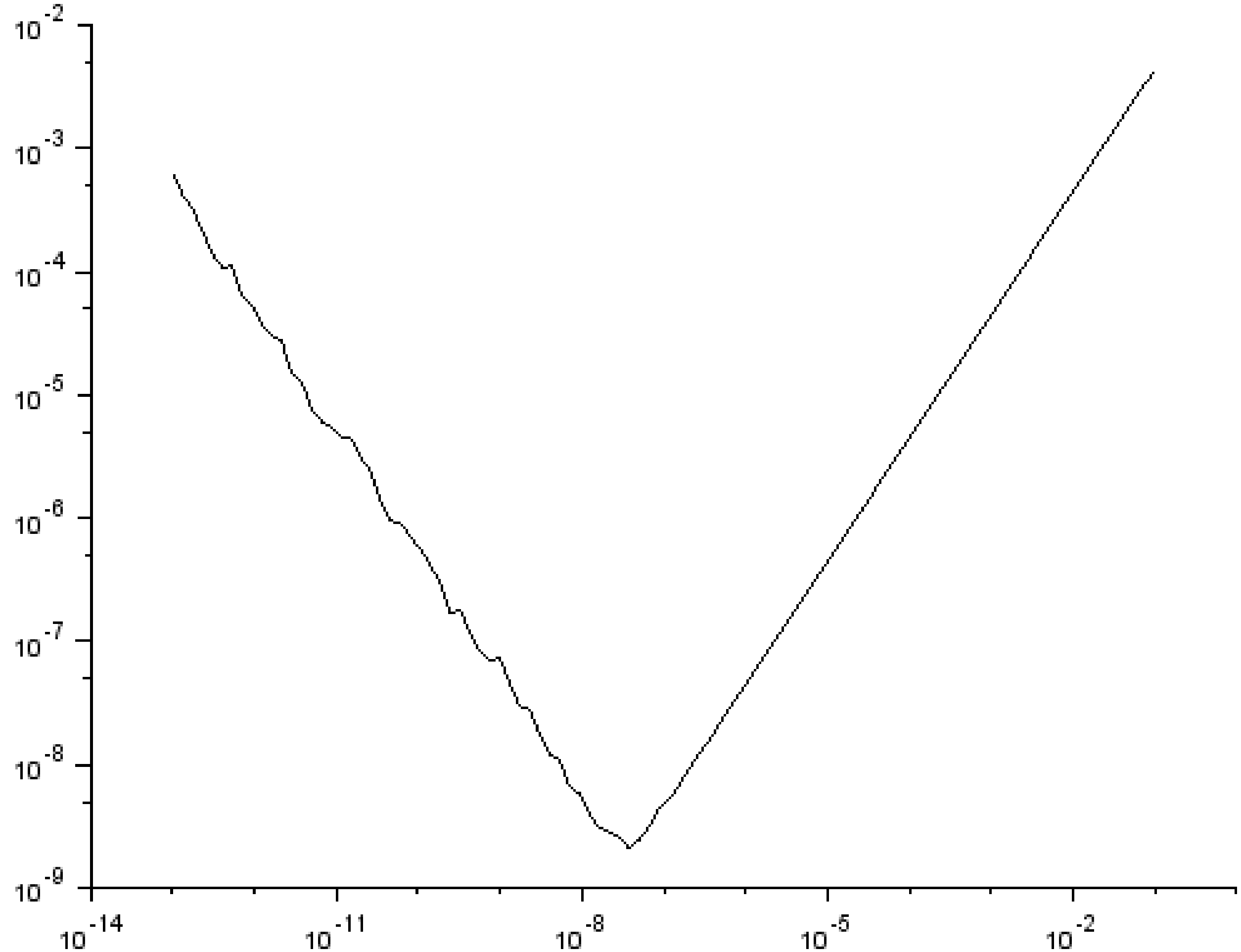
- Vamos a calcular el error cometido por distintos incrementos (h) que van desde $1x10^{-13}$ hasta $1x10^{-1}$

```
x=linspace(0.1,5,100);
yp=derivada(x);
h=logspace(-13,-1,100);
for i=1:100
ypn = (funcion(x + h(i))- funcion(x))./h(i);
er(i)= sum(abs(ypn-yp)) /length(x);
end
```

Implementación en Scilab

plot2d("ll",h,er)

Gráfica doble logarítmica



Incremento Optimo

¿Cómo encontramos el h optimo?
¿Qué error le corresponde al h optimo?

Al h optimo le corresponde el error mínimo. Por lo tanto debemos encontrar el error mínimo y ubicar que incremento lo generó.

```
[em p]=min(er);
hoptimo= h(p)
error_minimo = em
```

hoptimo = 3.76493580679D-08
error_minimo = 2.07780614048D-09

Implementación en Scilab


```
plot2d("ll",h,er)
plot2d("ll", hoptimo, error_minimo,-10)
```