Integración IV

Sistemas de ecuaciones de gran Dimensión y poco densos
Particionado, Rasgado y Ordenamiento

2022

Profesor: Dr. Nicolás J. Scenna
JTP: Dr. Néstor H. Rodríguez
Auv. 1ra: Dr. Juan I. Manassaldi

Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

Sea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$f_1(v_1, v_2, v_3, v_4) = 0$$

$$f_2(v_3, v_4, v_5) = 0$$

$$f_3(v_5, v_6, v_1) = 0$$

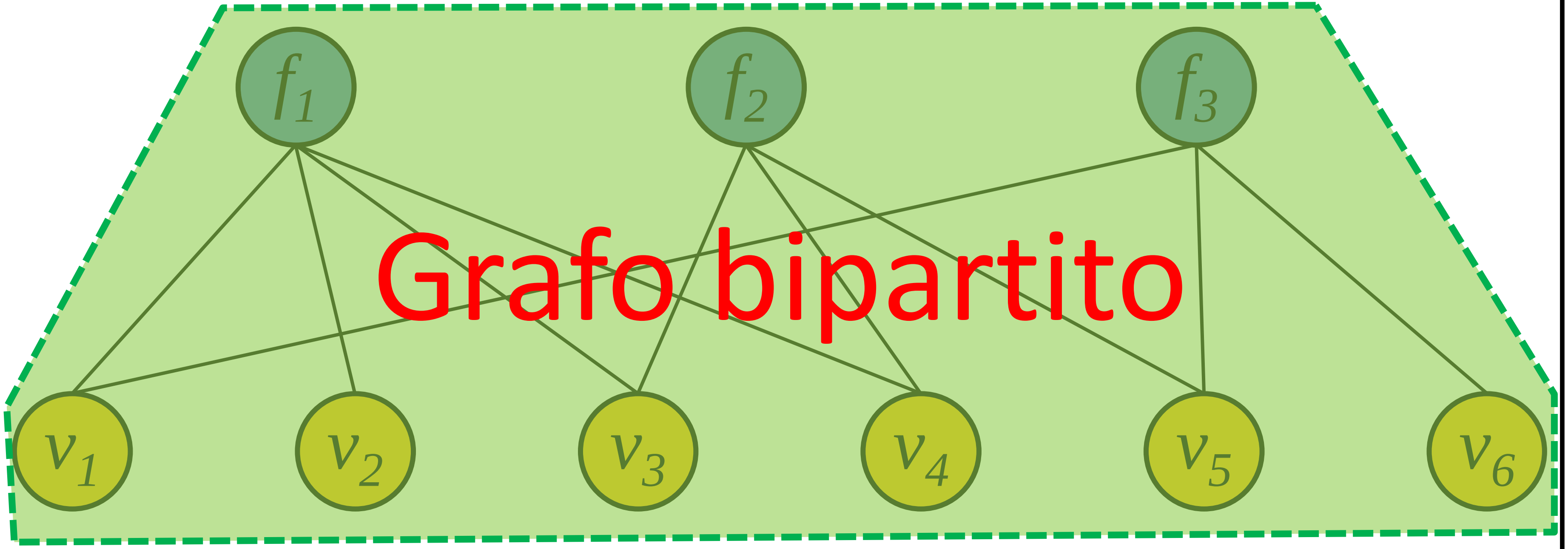
Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

$$f_1(v_1, v_2, v_3, v_4) = 0$$

$$f_2(v_3, v_4, v_5) = 0$$

$$f_3(v_5, v_6, v_1) = 0$$

El sistema puede ser representado según el siguiente esquema:



Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

f_i Funciones

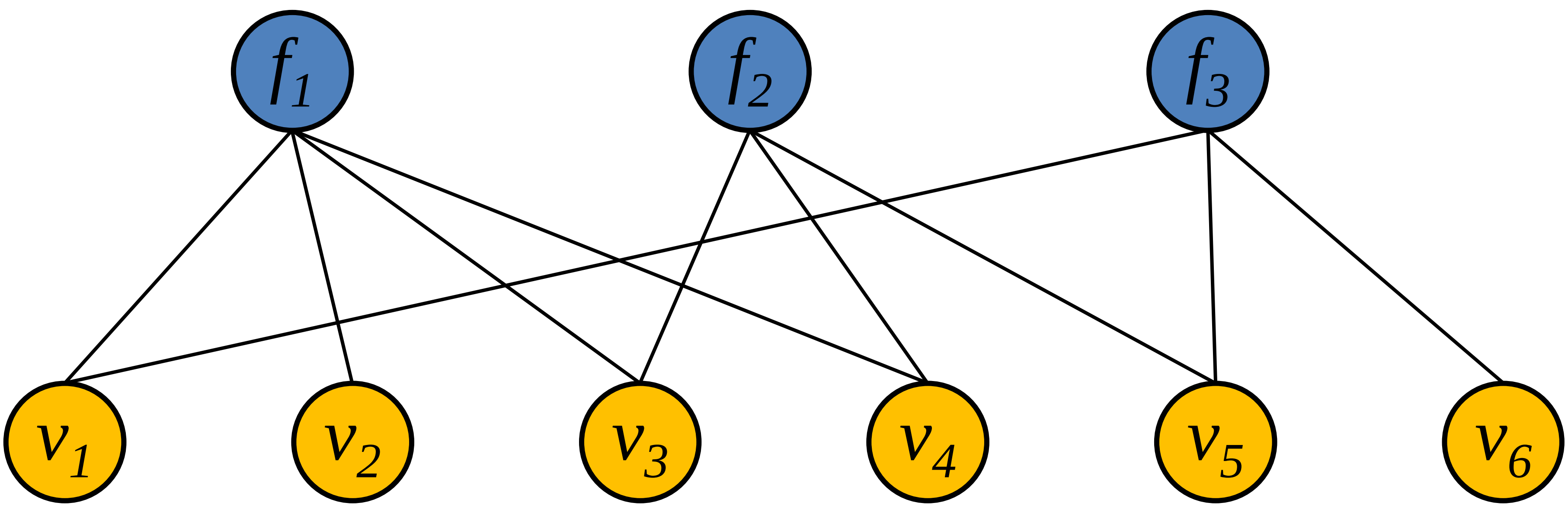
v_j Variables

Existe relación entre f_i y v_j

$$f_1(v_1, v_2, v_3, v_4) = 0$$

$$f_2(v_3, v_4, v_5) = 0$$

$$f_3(v_5, v_6, v_1) = 0$$



Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

Dado que existen:

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \text{6 variables}\\ \bullet\ \text{3 ecuaciones}\end{array}\right\}\ \text{3 grados de libertad}$$

Se deben especificar 3 variables para lograr un sistema compatible (3x3).

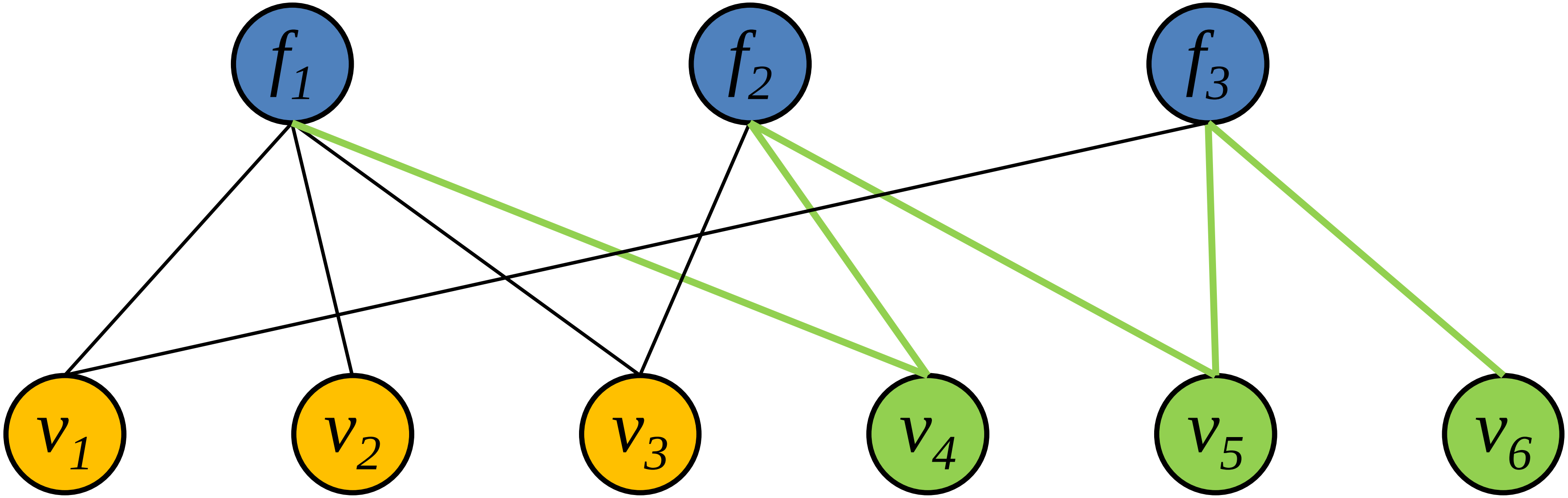
Existen varias opciones para asignar las variables.

Por ejemplo, sea el conjunto especificado:

$$v_4, v_5 \text{ y } v_6$$

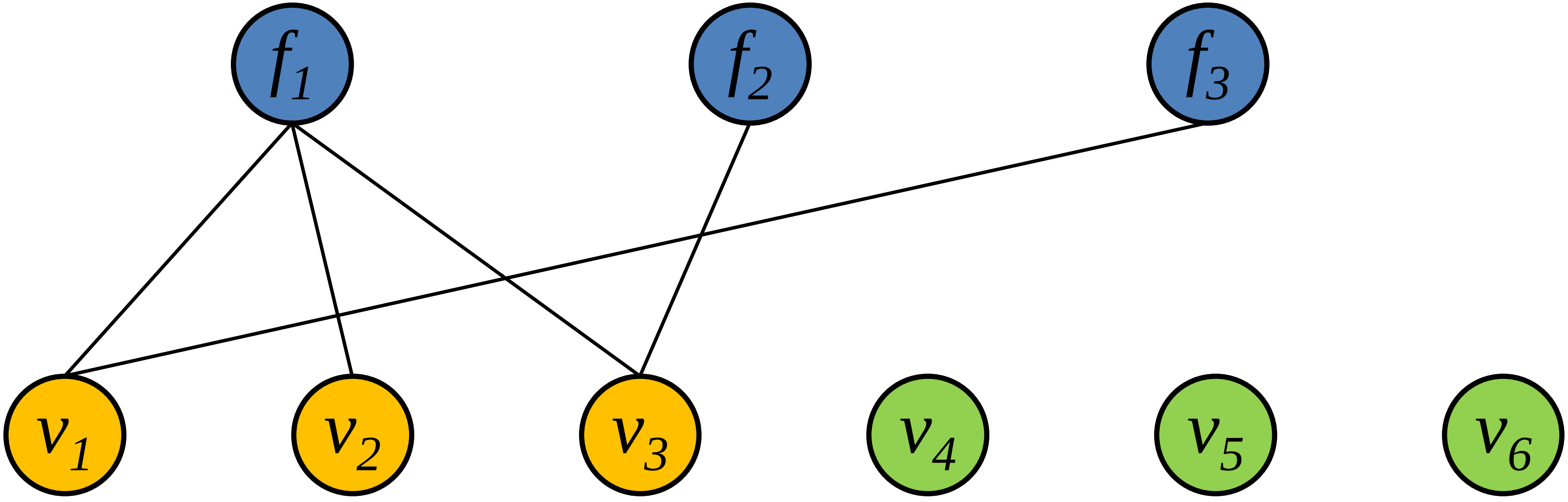
Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

Especificamos las variables seleccionadas y las apartamos del sistema



Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

El siguiente grafo bipartito representa al sistema de ecuaciones con los grados de libertad especificados.

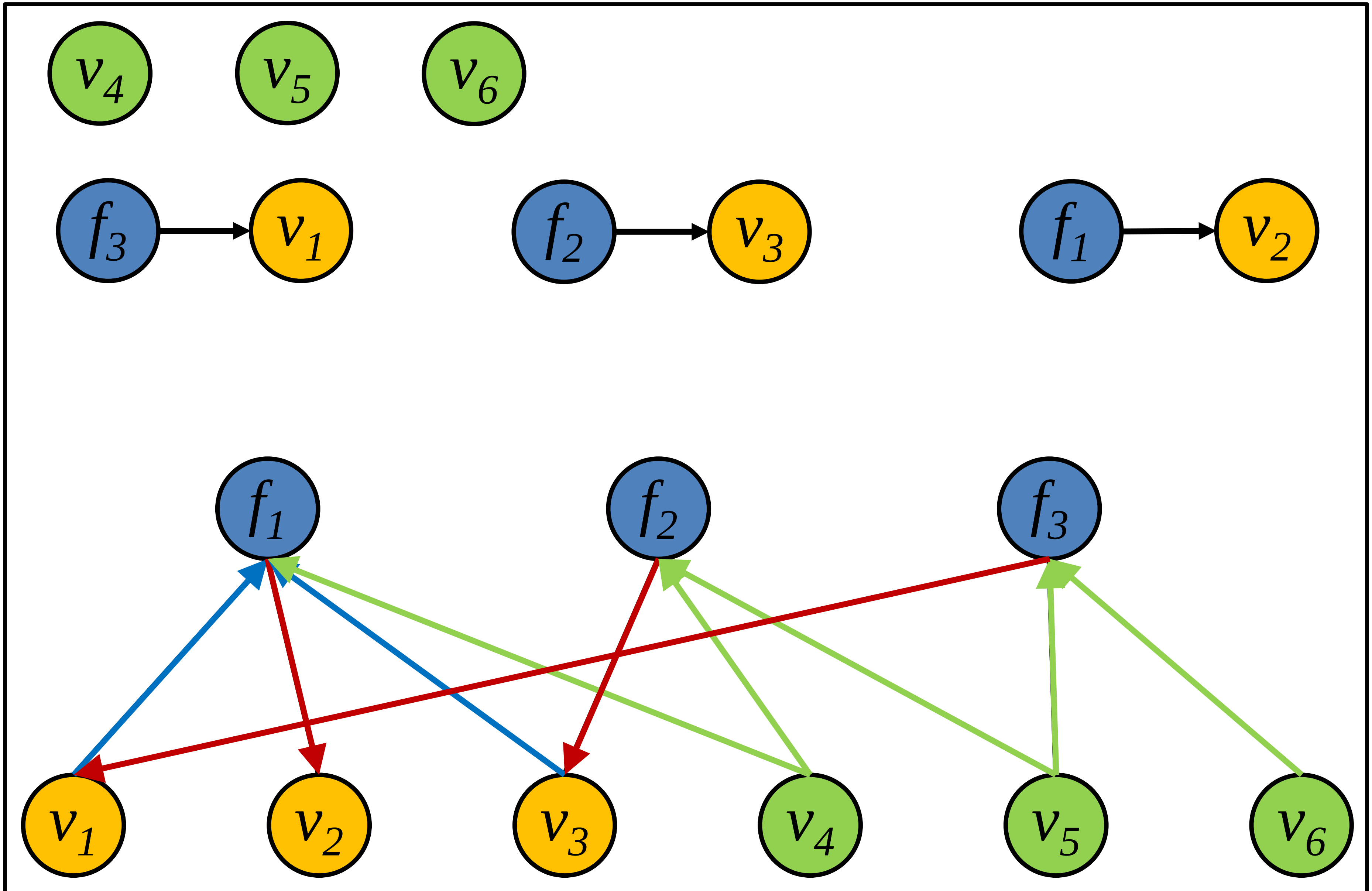


Variable de salida de una ecuación

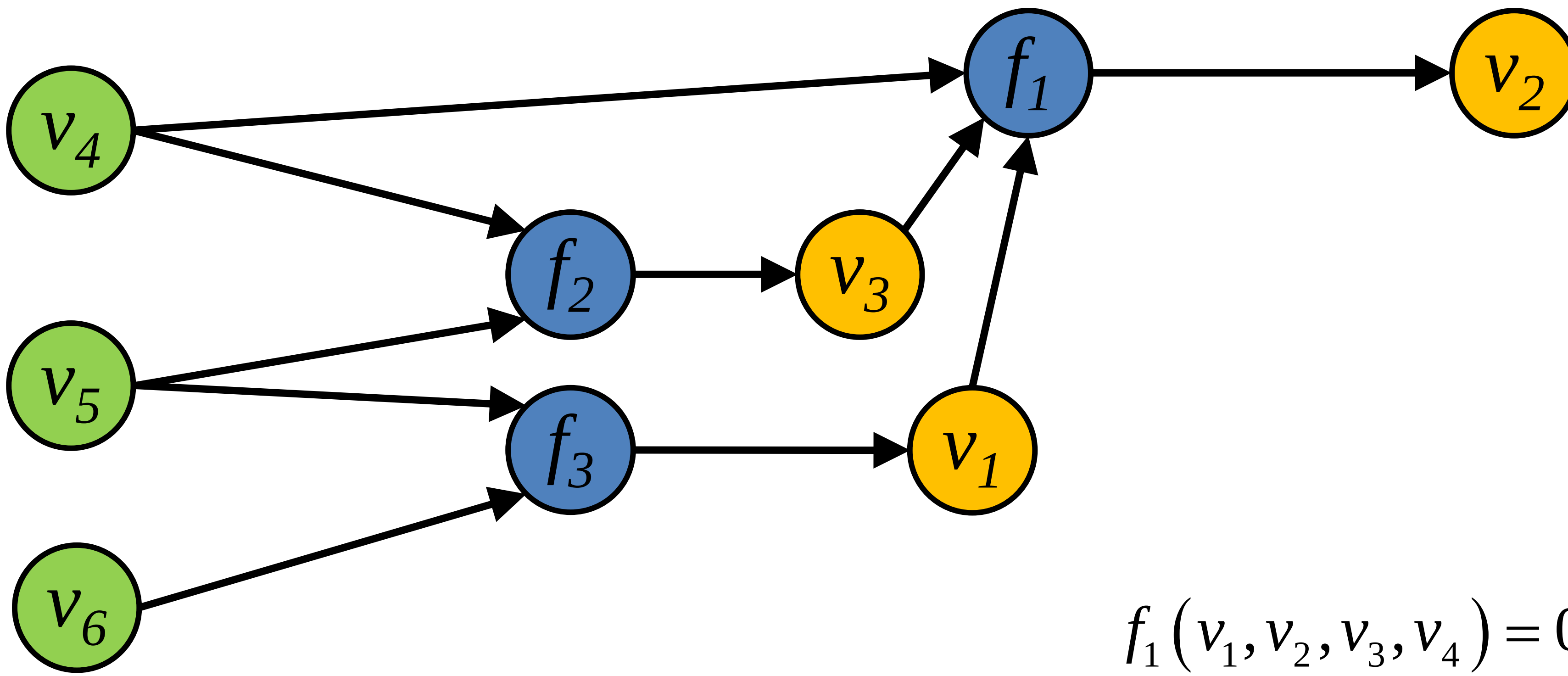
- Se define como <u>variable de salida de una ecuación</u> a una <u>variable asignada a la misma</u>.
- Se supone que puede calcularse a partir de conocer el valor de las demás variables contenidas en dicha ecuación.
- Se prescinde del hecho que pueda explicitarse, o deba procederse en forma iterativa
- Continuando con el ejemplo anterior, asignamos la variable v_1 a la función f_3.

$$f_3(v_5, v_6, v_1) = 0 \rightarrow v_1$$ Podemos calcular v_1 una vez conocidas v_5 y v_6

Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones



Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

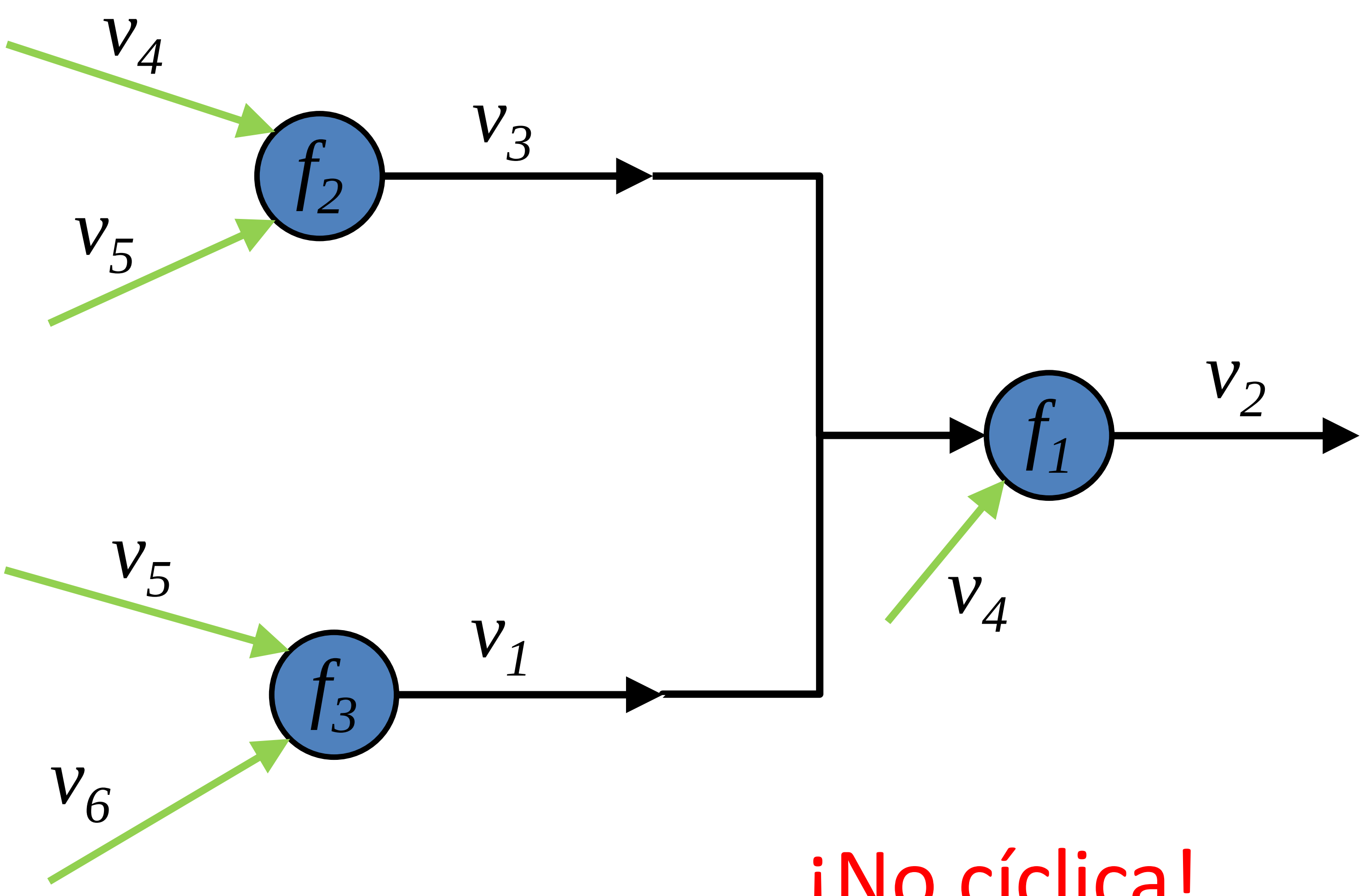


$$f_1\left(v_1, v_2, v_3, v_4\right) = 0$$

$$f_2\left(v_3, v_4, v_5\right) = 0$$

$$f_3\left(v_5, v_6, v_1\right) = 0$$

Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

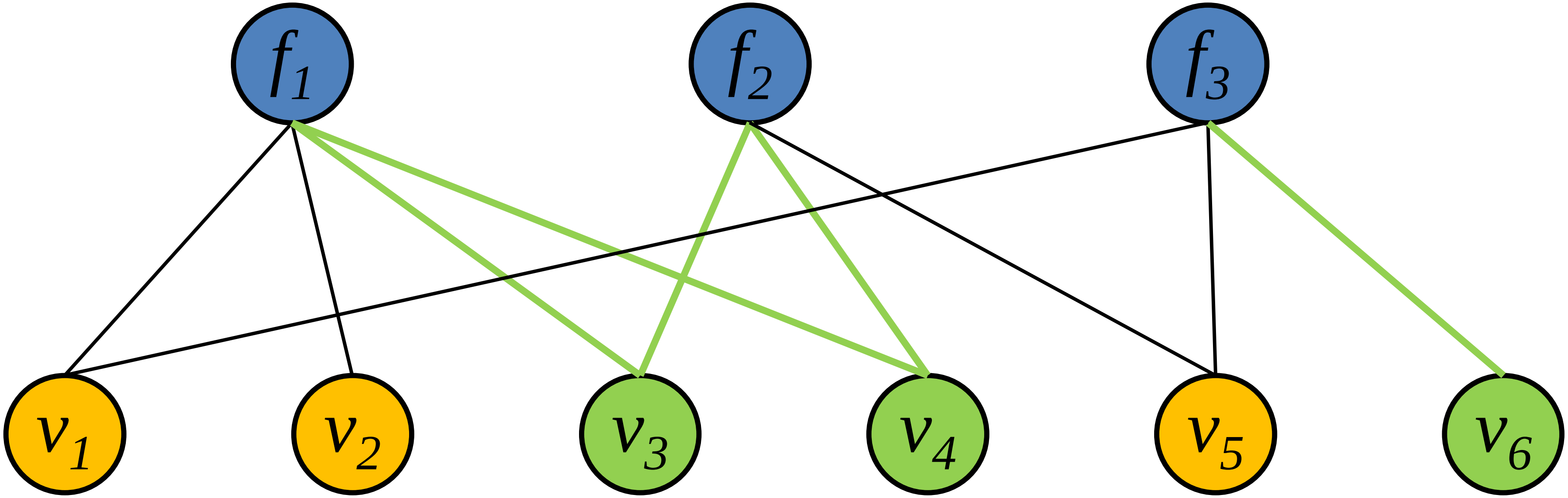


¡No cíclica!

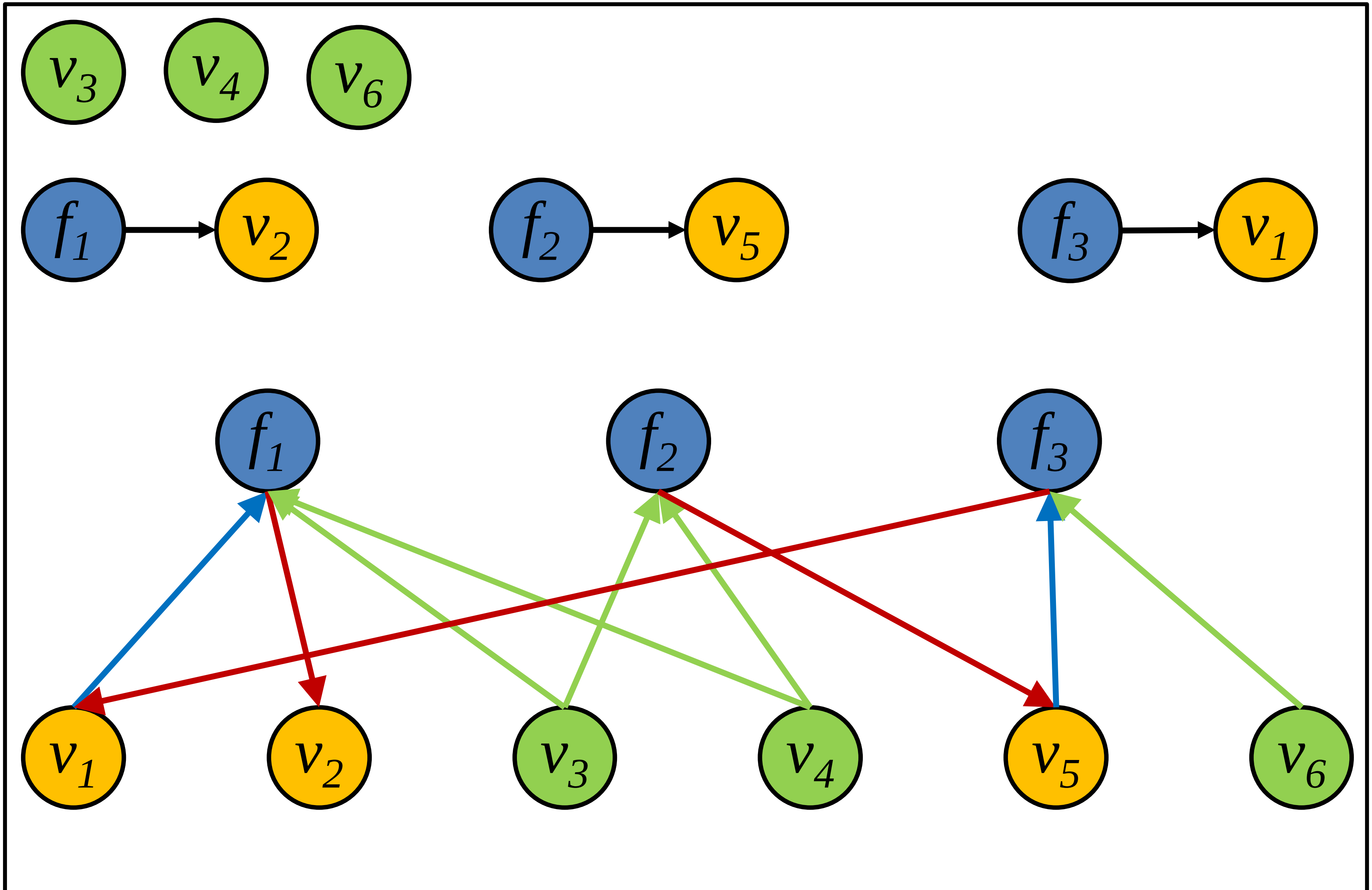
Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

Sea el nuevo conjunto de variables especificadas:

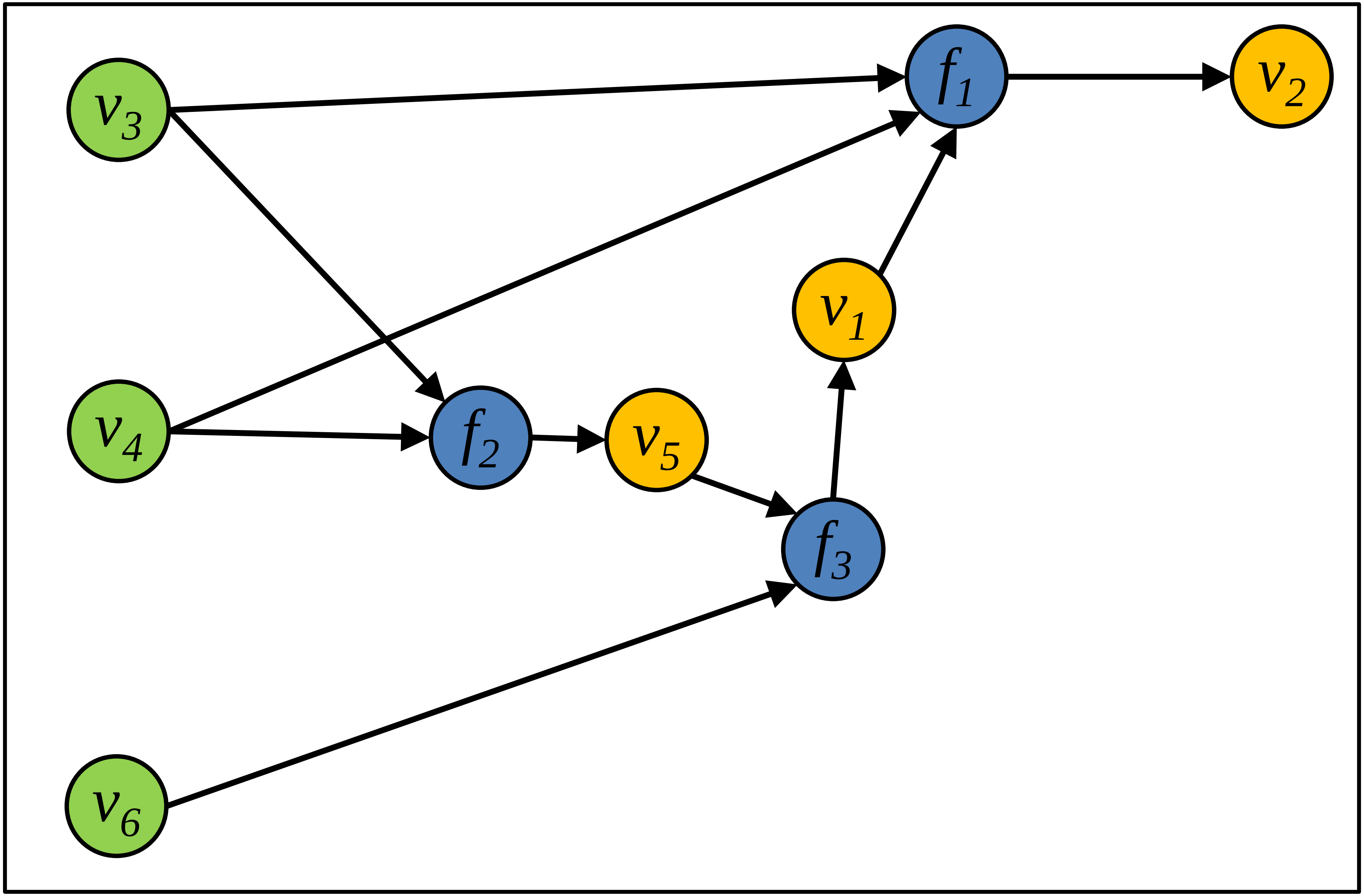
$$v_3, v_4 \text{ y } v_6$$



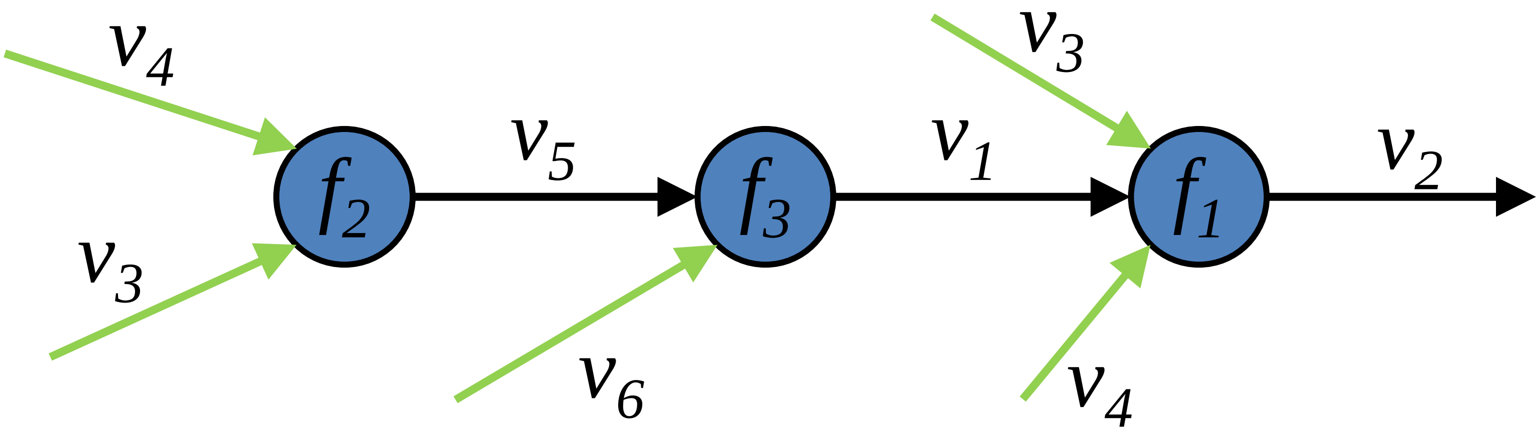
Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones



Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones



Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

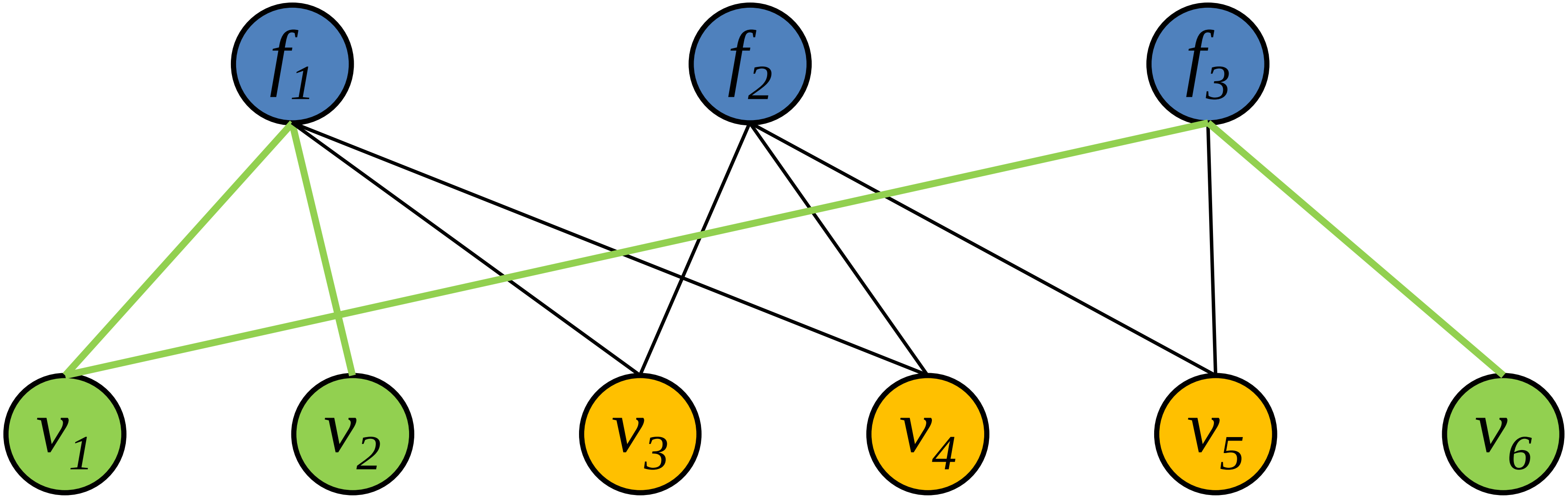


¡No cíclica!

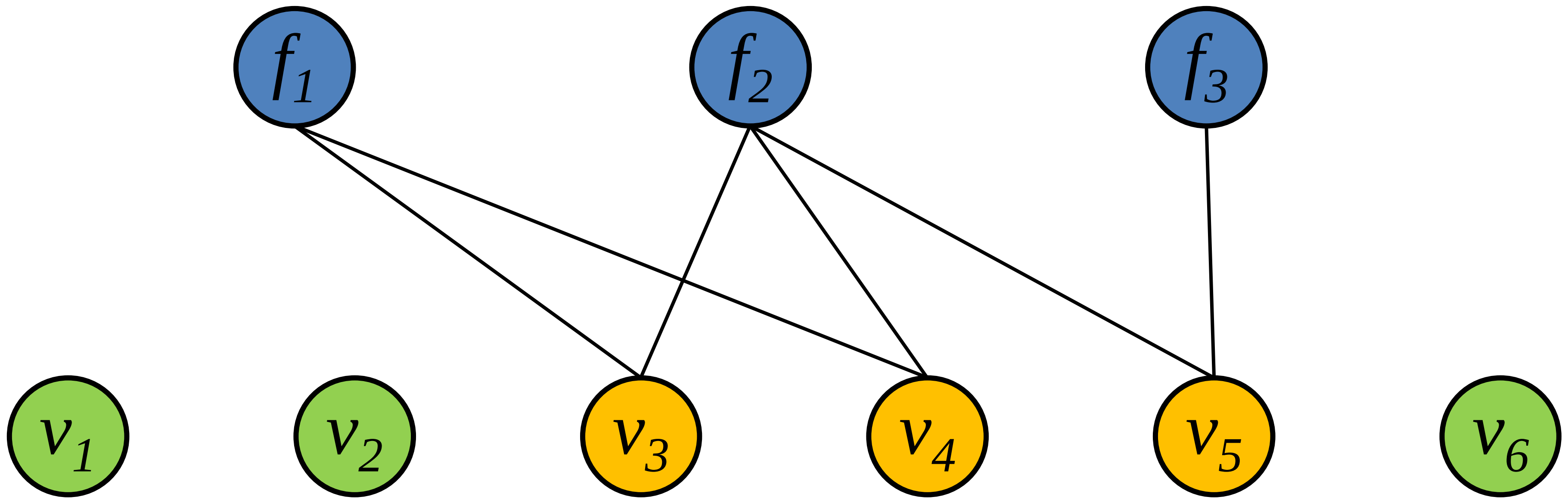
Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

Sea el nuevo conjunto de variables especificadas:

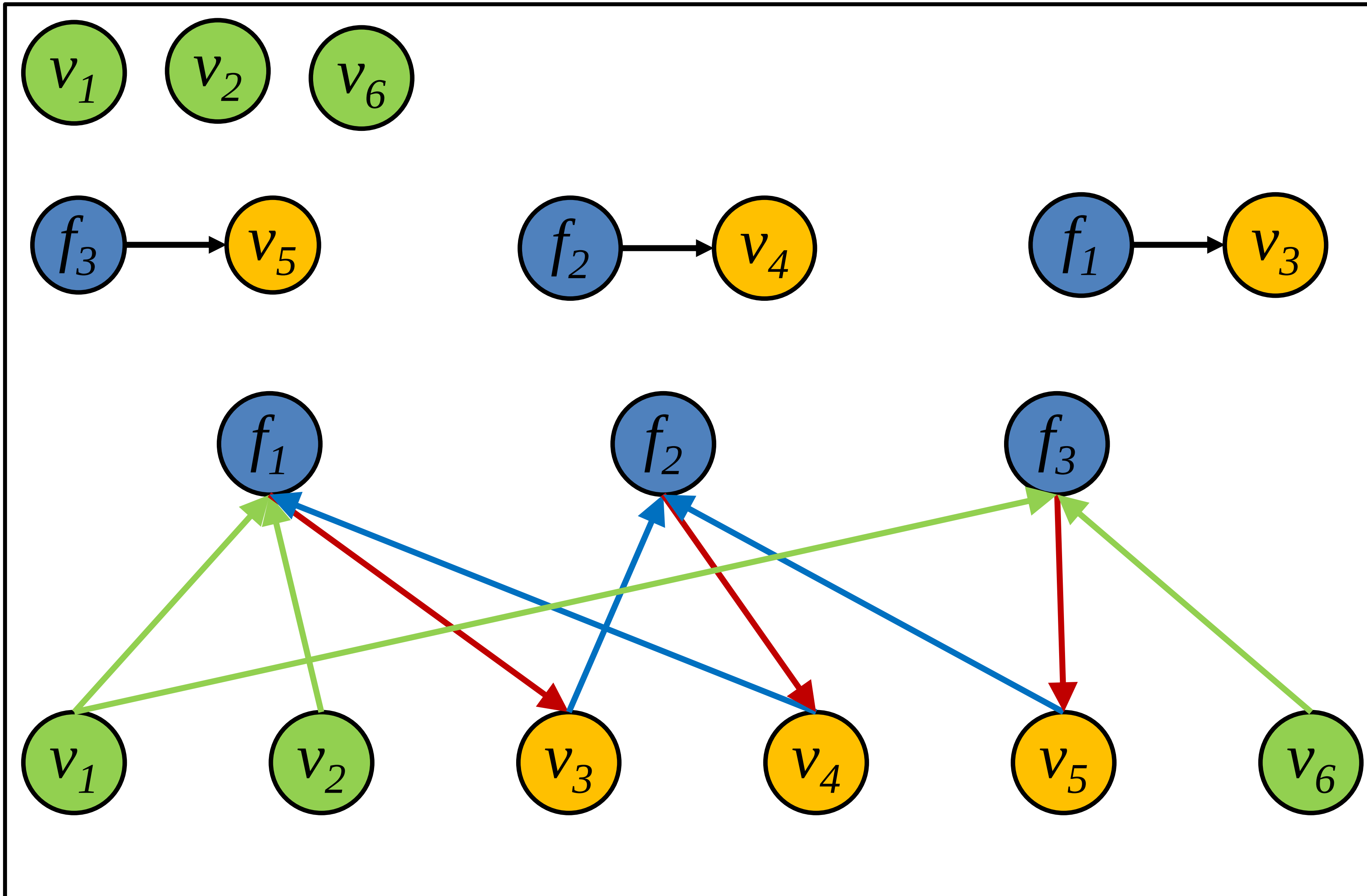
$$v_1, v_2 \text{ y } v_6$$



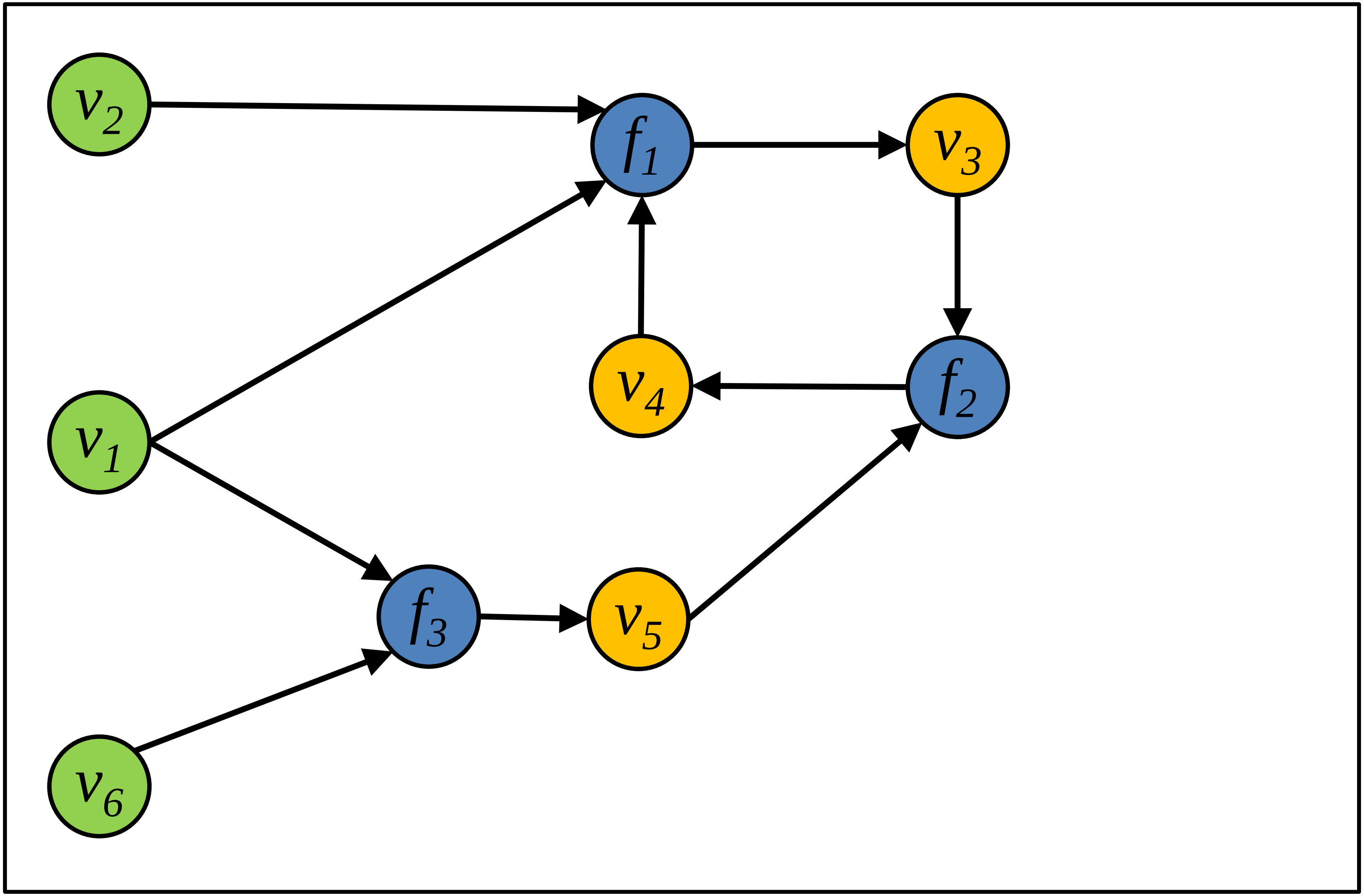
Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones



Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones

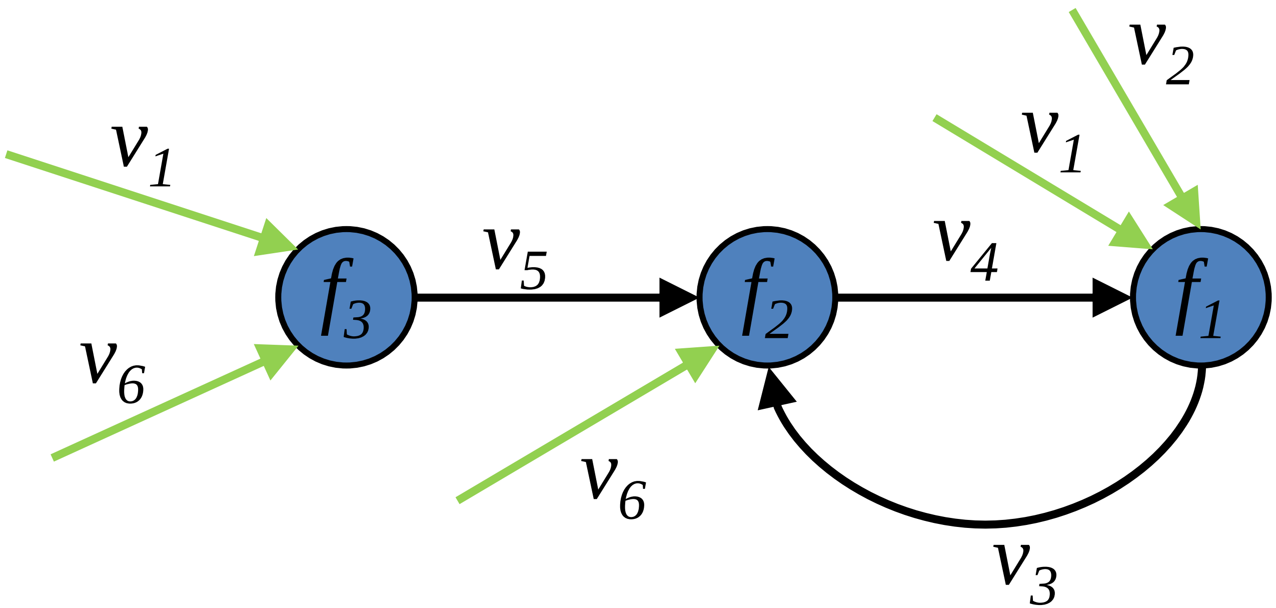


Especificaciones de Variables y Grados de Libertad de un Sistema de Ecuaciones



Resulta en una secuencia cíclica de resolución:

- Deberá resolverse simultáneamente f_1 y f_2, o
- Suponerse un valor para v_4 o v_3 e iterar secuencialmente hasta lograr la convergencia.



Conclusión

La elección de un conjunto de variables a ser especificadas no es neutra, sino que según como se la realice, el <u>sistema resultante podrá o no ser resuelto secuencialmente</u>.

Existe un grado de dificultad inherente que depende estrictamente del modo en que se han realizado las asignaciones.

En sistemas de elevada dimensión es muy difícil deducir cómo especificar dicho conjunto, de manera tal de minimizar el esfuerzo para resolver luego el sistema, por lo que se han propuesto numerosos algoritmos para realizar dicha tarea.

Conclusión

En general, un sistema de ecuaciones tiene la forma:

$$\underline{f}\left(\underline{x}\right)=0 \rightarrow f_i\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right) \quad i=1,2,\ldots,m$$

Los grados de libertad del sistema se definen como la diferencia entre el número de variables menos el de ecuaciones:

$$Gl = (n - m)$$

Se puede fácilmente demostrar que el número de posible combinaciones (NA) para asignar los Gl grados de libertad responde a la siguiente expresión:

$$NA = C_{Gl}^{n} = \begin{pmatrix} n \\ Gl \end{pmatrix} = \frac{n!}{m!\,Gl!}$$

Algoritmos para la selección de variables a especificar

Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd.

Algoritmo para la selección de variables de tal forma de encontrar una secuencia acíclica de resolución (si es que existe).

Se utiliza el grafo bipartito que se construye definiendo:

- nodos f (funciones).
- nodos v (variables).
- arcos dirigidos (conectan las funciones con las variables relacionadas).

Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd

Se define como **grado local (φ)** al número de arcos ligados a cada nodo.

El método se basa, en las siguientes consideraciones:

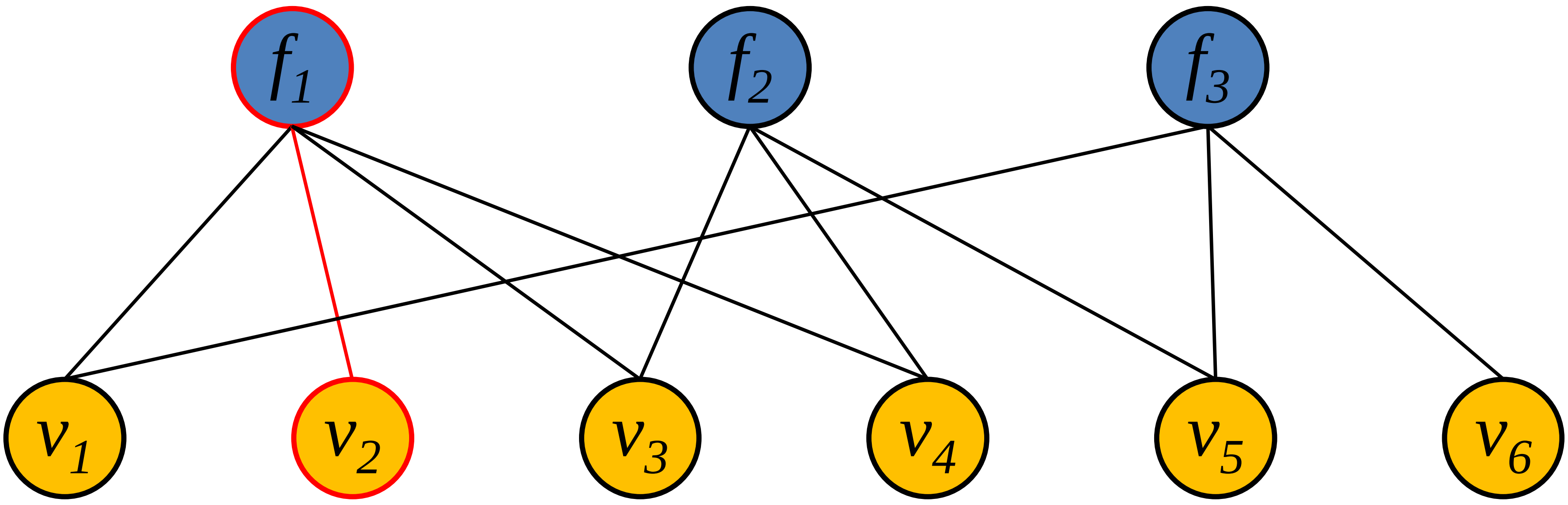
- Cada ecuación contiene exactamente una variable de salida.
- Cada variable aparece como elemento de salida en solamente una ecuación.

Las ecuaciones de grado uno, $f_i(x_j) = 0$, no agregan información, ya que si existe una solución real y única será $x_j = c$. Esto representa a una variable determinada por lo que se eliminan del tratamiento.

Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd (aplicación)

$¿\varphi(f_i) = 1? \quad \Rightarrow \quad NO$

$¿\varphi(v_j) = 1? \quad \Rightarrow \quad SI : \varphi(v_2) = 1 \therefore f_1 \rightarrow v_2$

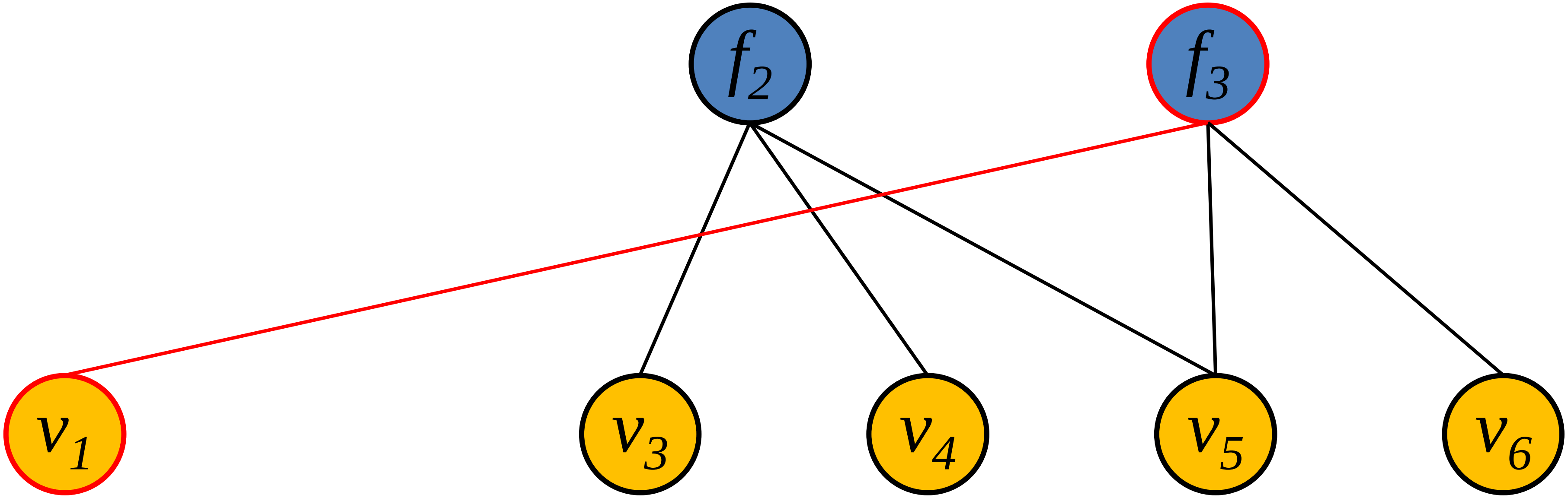


Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd (aplicación)

$¿\varphi(f_i)=1? \quad \Rightarrow \quad NO$

$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI:\varphi(v_2)=1 \therefore f_1 \to v_2$

$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI:\varphi(v_1)=1 \therefore f_3 \to v_1$



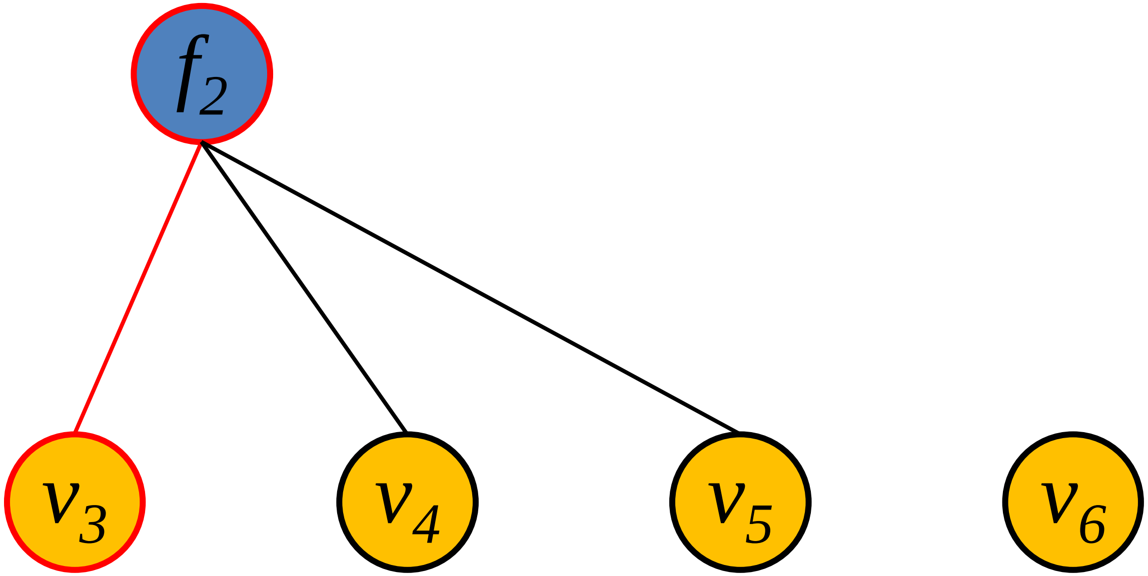
Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd (aplicación)

$¿\varphi(f_i)=1? \quad \Rightarrow \quad NO$

$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI: \varphi(v_2)=1 \therefore\ f_1 \rightarrow v_2$

$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI: \varphi(v_1)=1 \therefore\ f_3 \rightarrow v_1$

$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI: \varphi(v_3)=1 \therefore\ f_2 \rightarrow v_3$



Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd (aplicación)

$$¿\varphi(f_i)=1? \quad \Rightarrow \quad NO$$

$$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI:\varphi(v_2)=1 \therefore\ f_1 \to v_2$$

$$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI:\varphi(v_1)=1 \therefore\ f_3 \to v_1$$

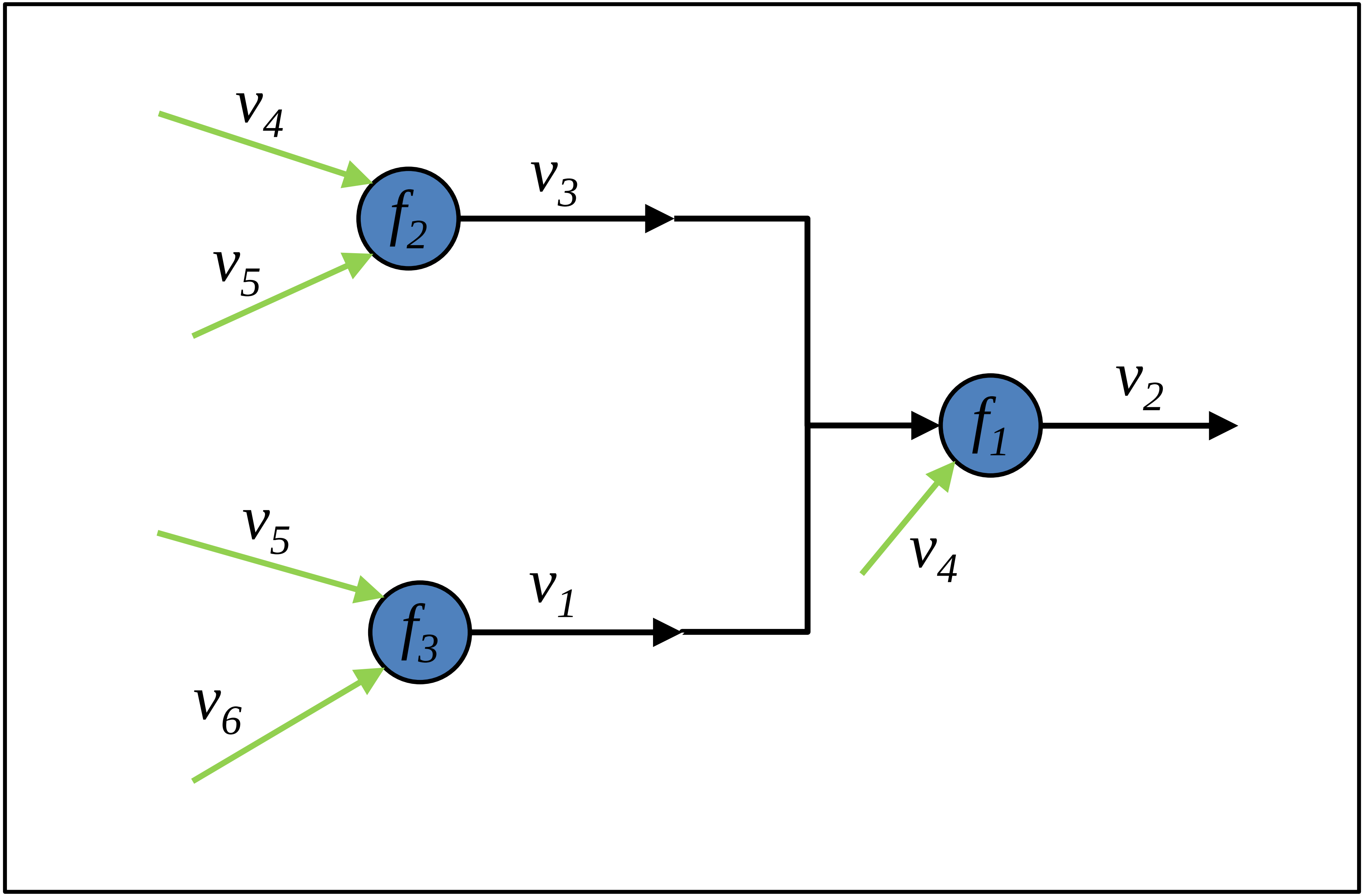
$$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad SI:\varphi(v_3)=1 \therefore\ f_2 \to v_3$$

$$¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow \quad NO$$

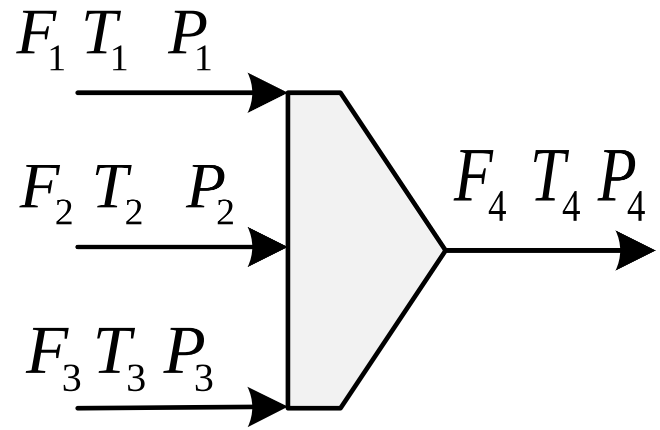
$$¿\varphi(v_j)=0? \quad \Rightarrow \quad SI:(v_4,v_5,v_6)$$

$$¿\exists f_i? \quad \Rightarrow \quad NO \to \text{¡Acíclico!}$$

Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd (aplicación)



Modelo de un mezclador



- Sistema adiabático y estacionario.
- Cañerías de igual sección y altura equivalente.
- Pérdidas de carga despreciables.
- Densidad de los fluidos constante. Fluido puro.
- Trabajo de las fuerzas de presión despreciable. Las presiones de las corrientes de entrada y salida son iguales.
- Sin cambio de fase ni reacción química

Modelo de un mezclador

$$F_1 + F_2 + F_3 - F_4 = 0$$

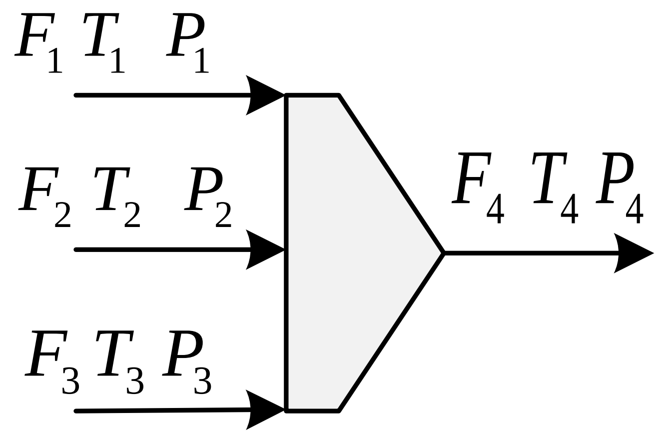
$$F_1H_1 + F_2H_2 + F_3H_3 - F_4H_4 = 0$$

$$H_1 = f\left(T_1, P_1\right)$$

$$H_2 = f\left(T_2, P_2\right)$$

$$H_3 = f\left(T_3, P_3\right)$$

$$H_4 = f\left(T_4, P_4\right)$$



$$\begin{array}{cccc} F_1 & T_1 & P_1 & H_1 \\ F_2 & T_2 & P_2 & H_2 \\ F_3 & T_3 & P_3 & H_3 \\ F_4 & T_4 & P_4 & H_4 \end{array}$$

Modelo de un mezclador

$$F_1 + F_2 + F_3 - F_4 = 0$$

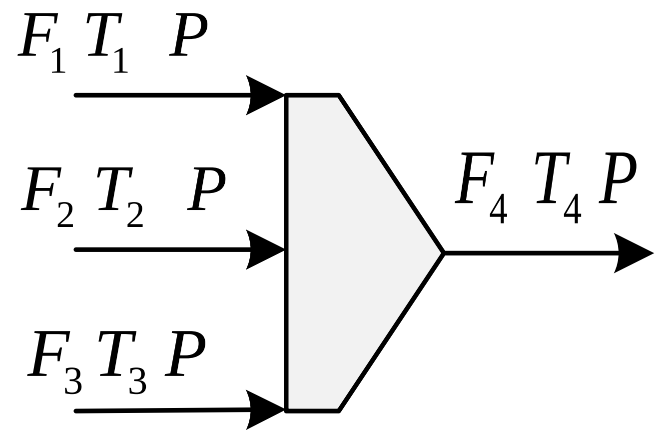
$$F_1 H_1 + F_2 H_2 + F_3 H_3 - F_4 H_4 = 0$$

$$H_1 = f\left(T_1, P\right)$$

$$H_2 = f\left(T_2, P\right)$$

$$H_3 = f\left(T_3, P\right)$$

$$H_4 = f\left(T_4, P\right)$$



$F_1 \; T_1 \; P \; H_1$

$F_2 \; T_2 \; H_2$

$F_3 \; T_3 \; H_3$

$F_4 \; T_4 \; H_4$

Modelo de un mezclador

$$f_1\left(F_1, F_2, F_3, F_4\right)$$

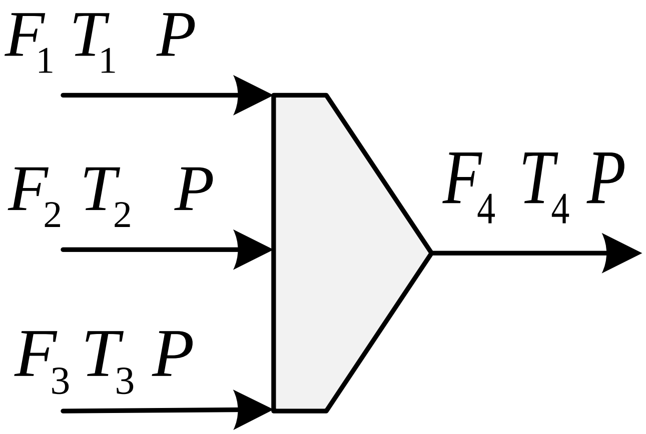
$$f_2\left(F_1, H_1, F_2, H_2, F_3, H_3, F_4, H_4\right)$$

$$f_3\left(H_1, T_1, P\right)$$

$$f_4\left(H_2, T_2, P\right)$$

$$f_5\left(H_3, T_3, P\right)$$

$$f_6\left(H_4, T_4, P\right)$$



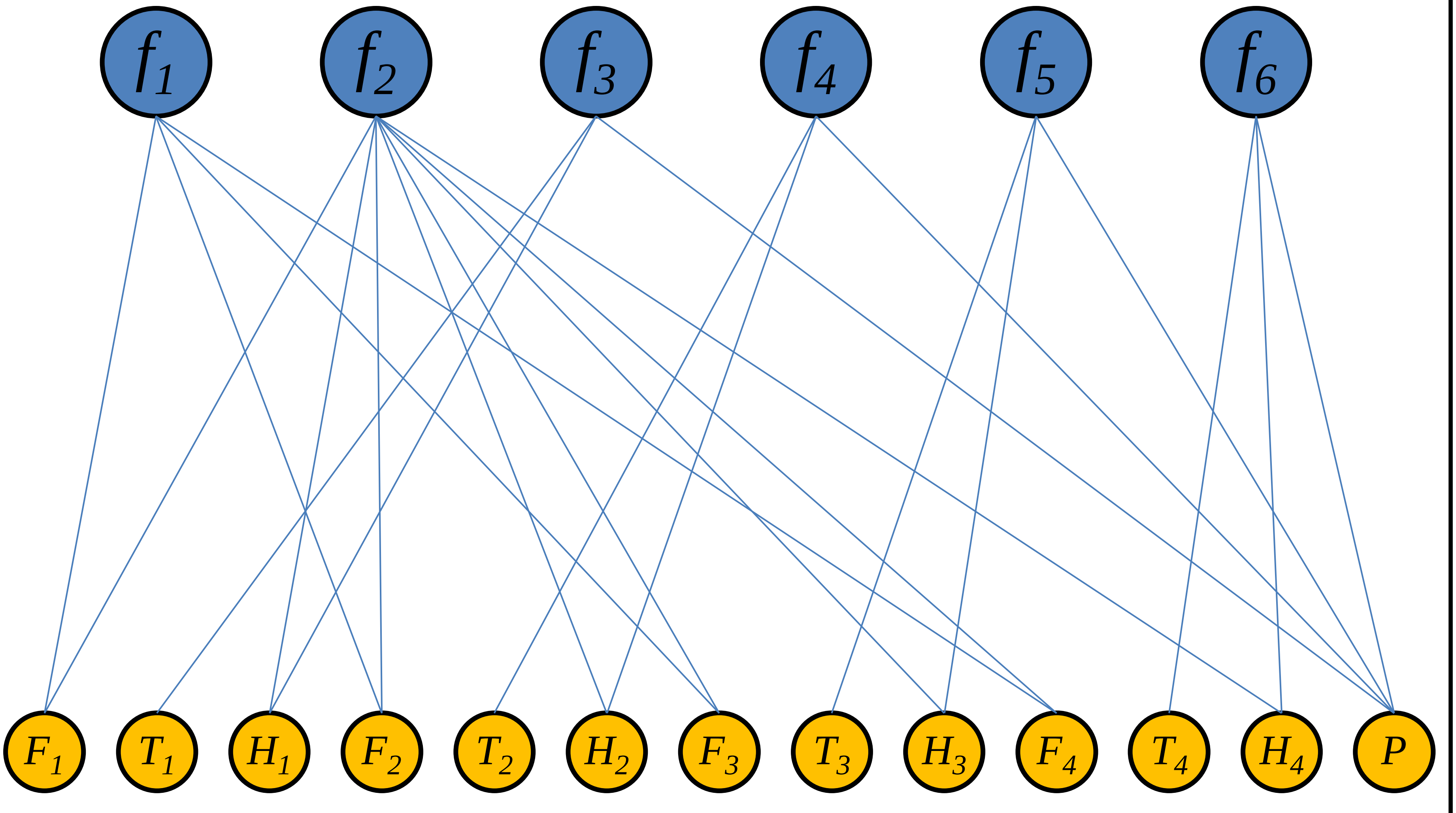
$F_1\ T_1\ P\ H_1$

$F_2\ T_2\ H_2$

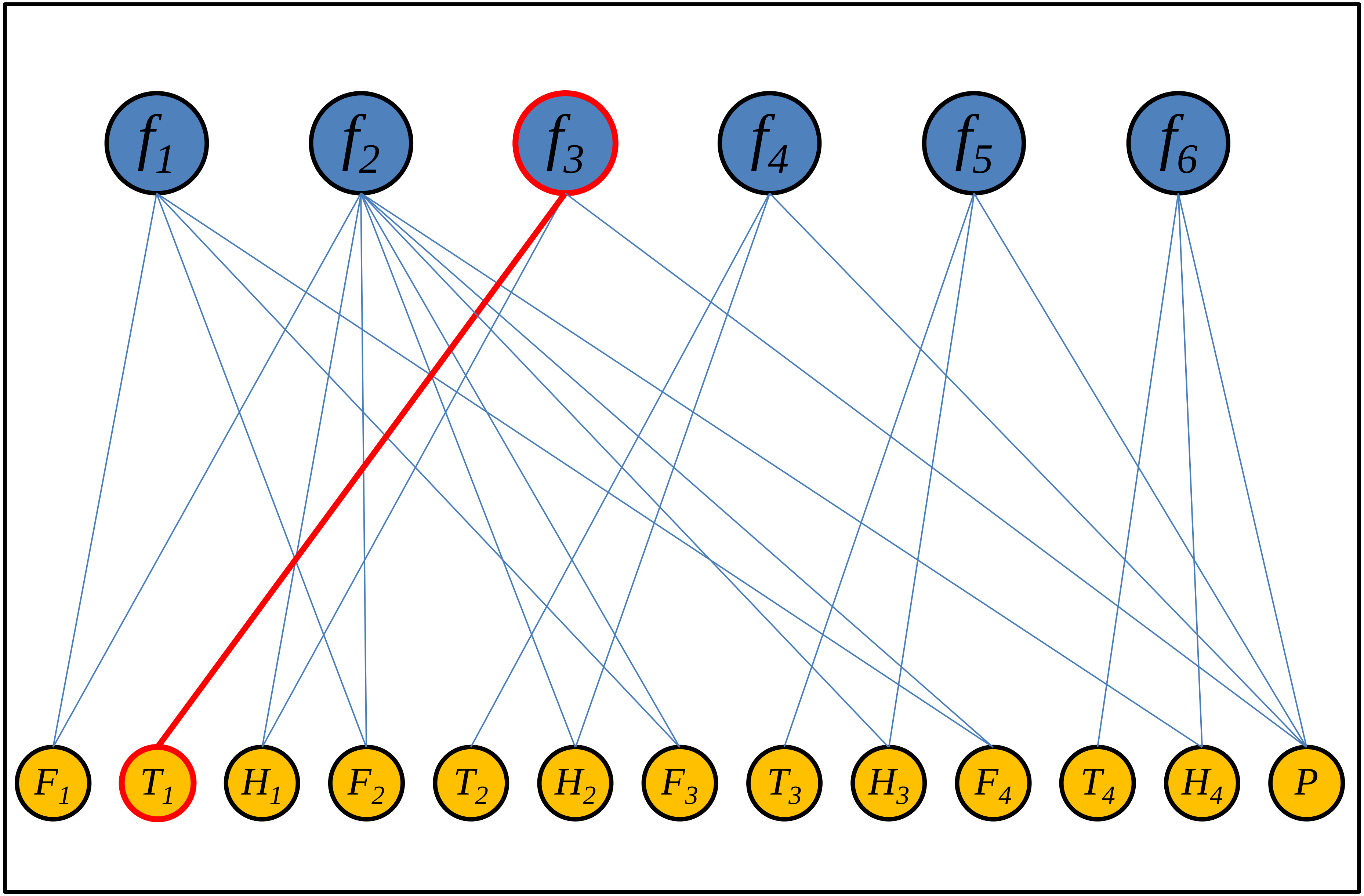
$F_3\ T_3\ H_3$

$F_4\ T_4\ H_4$

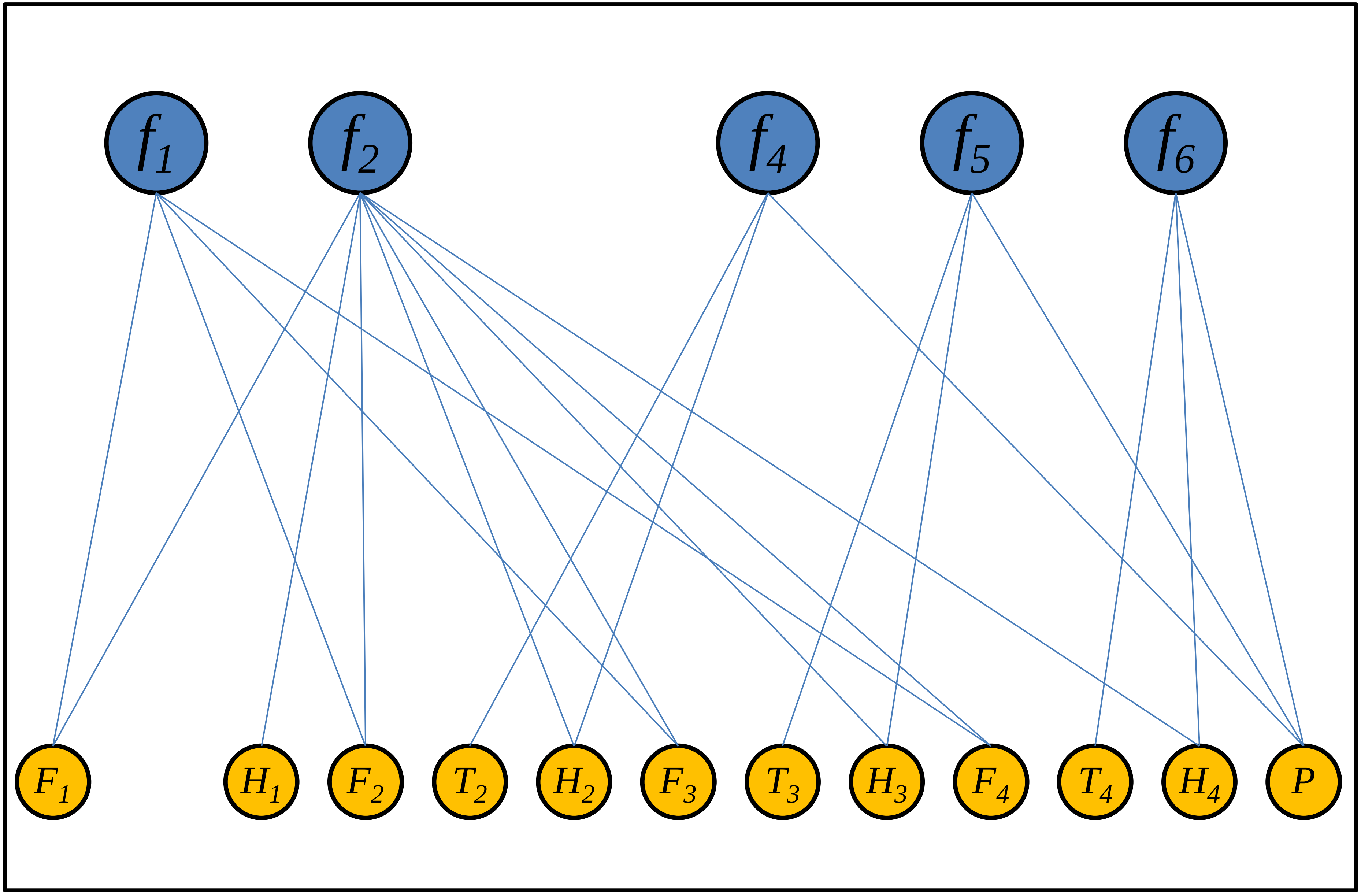
Modelo de un mezclador



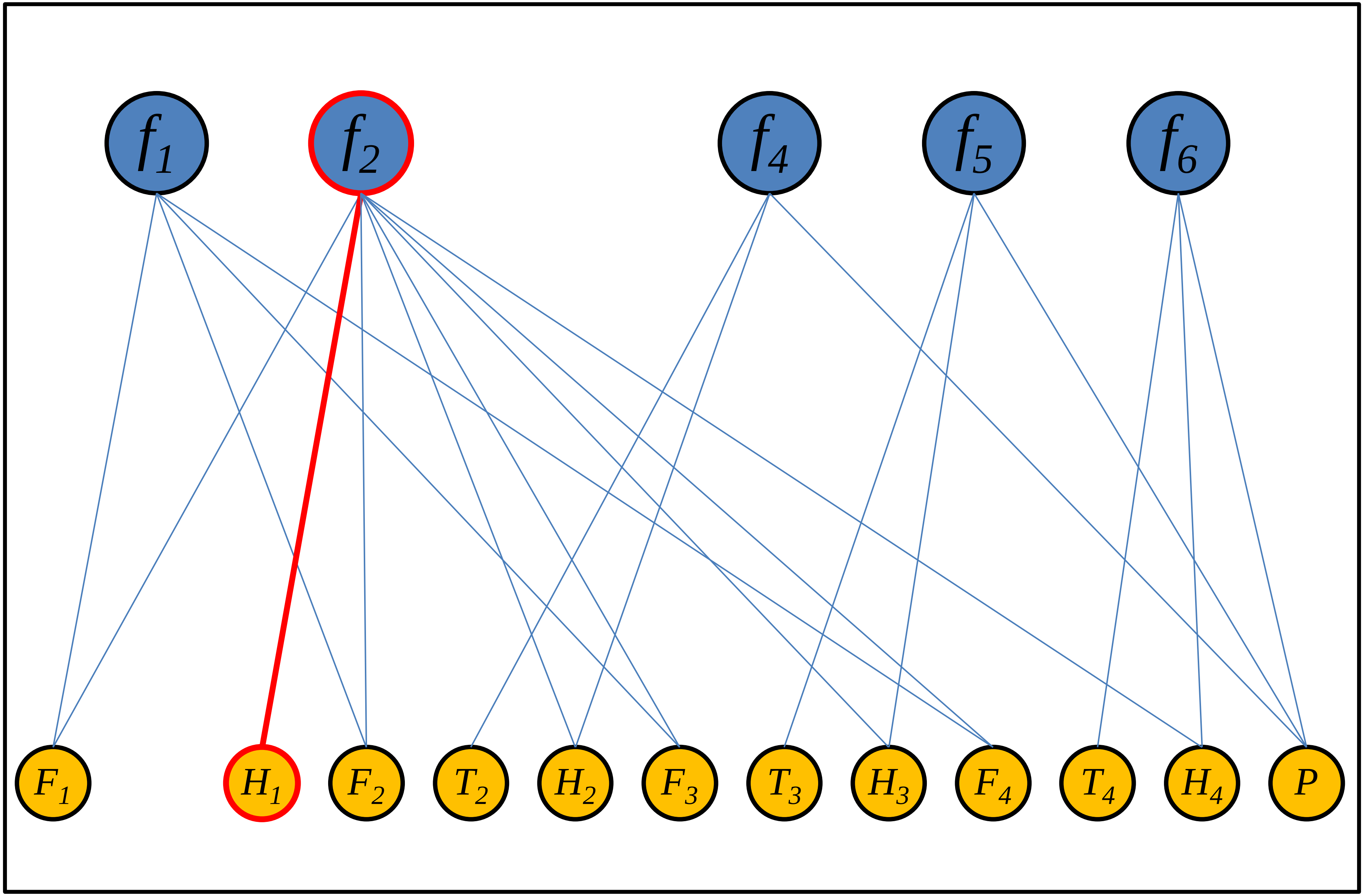
Modelo de un mezclador



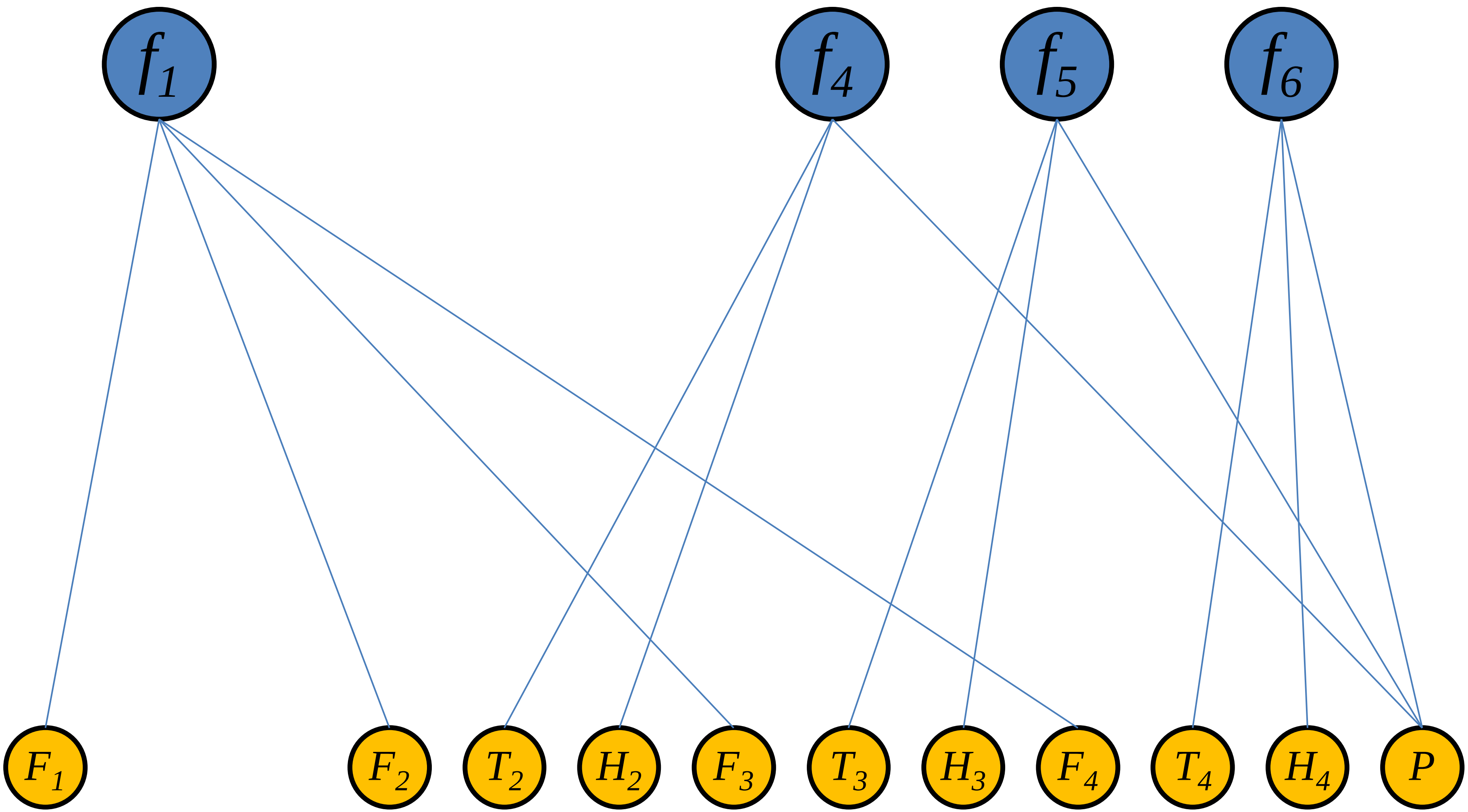
Modelo de un mezclador



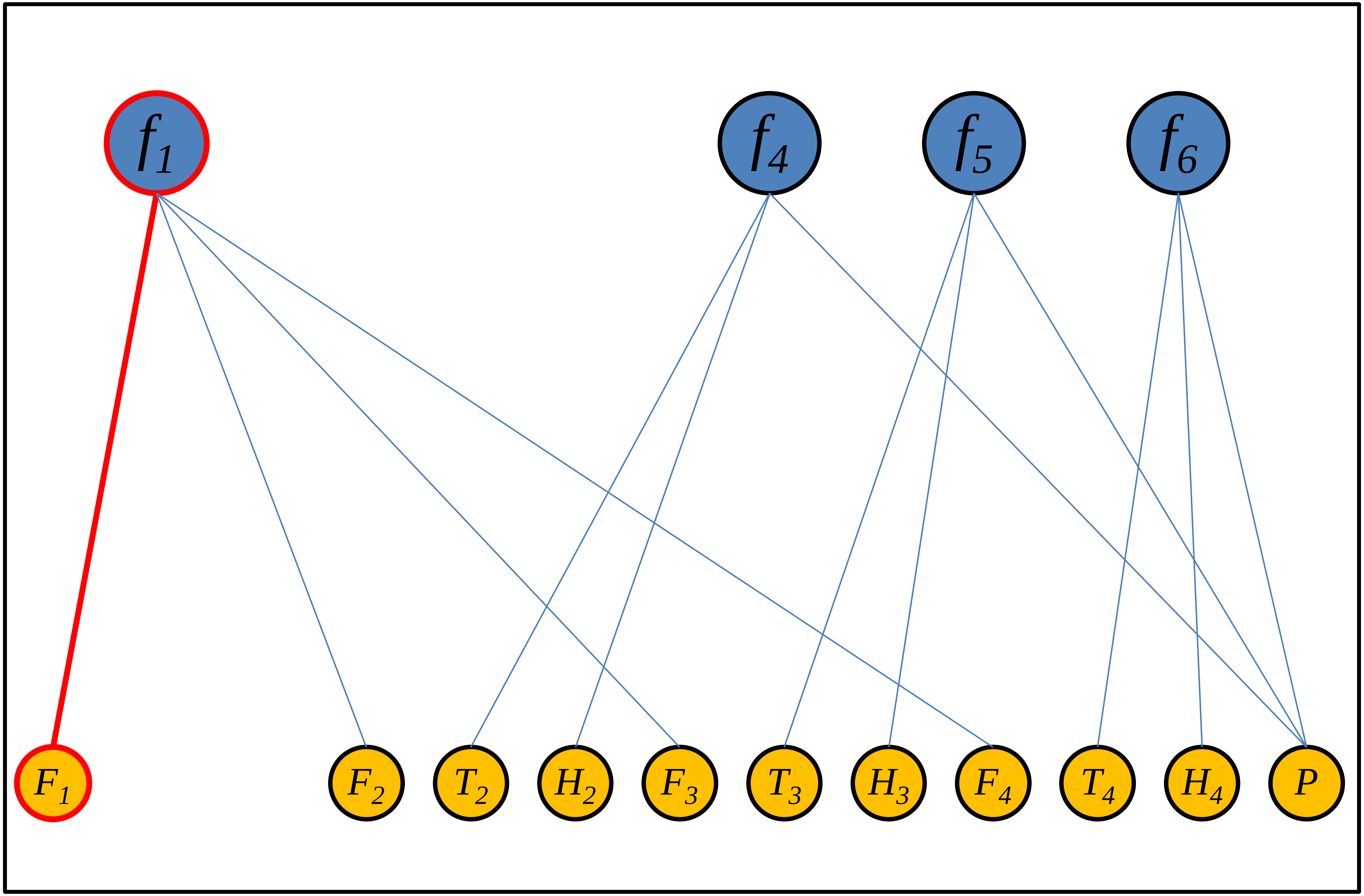
Modelo de un mezclador



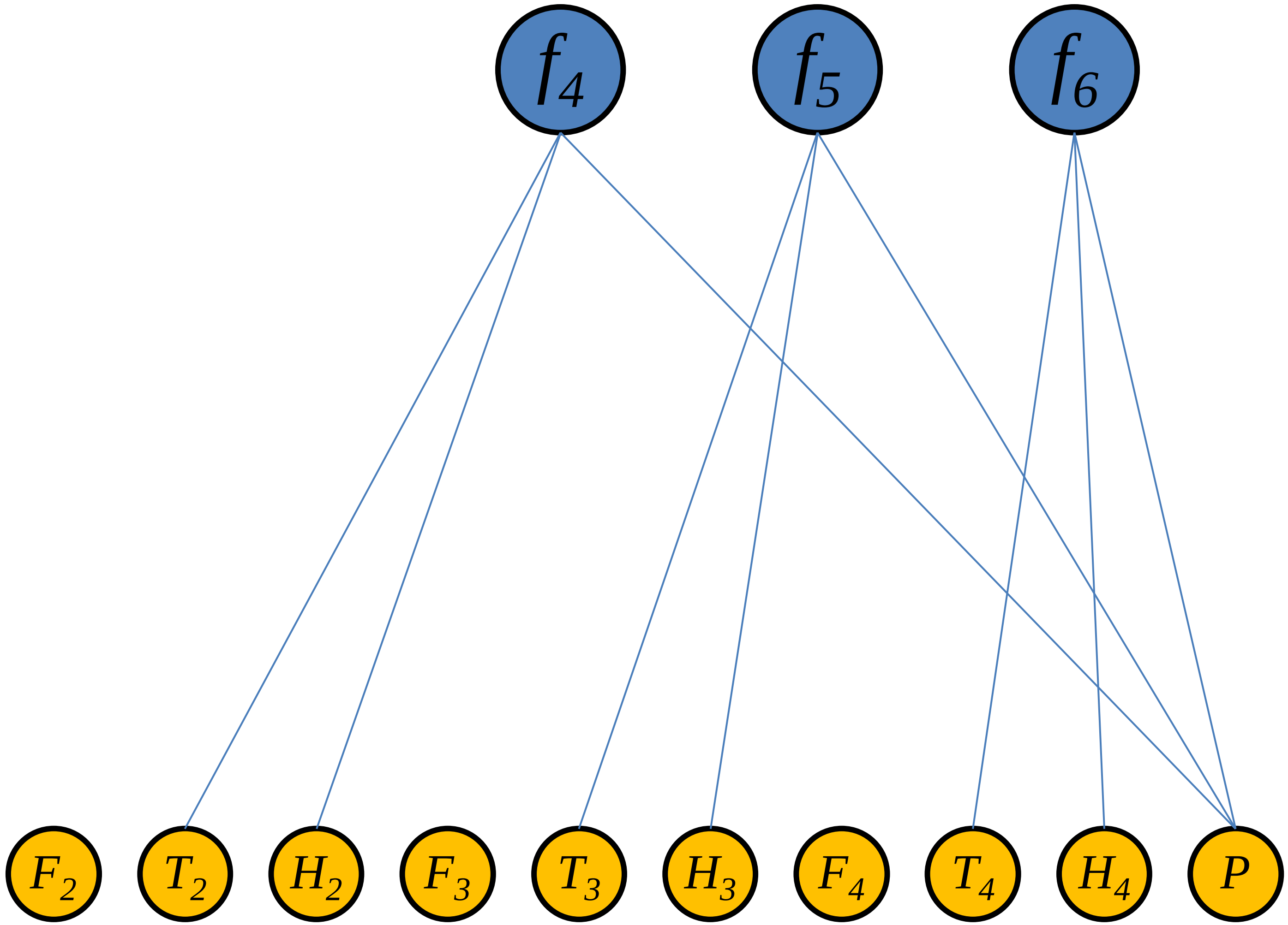
Modelo de un mezclador



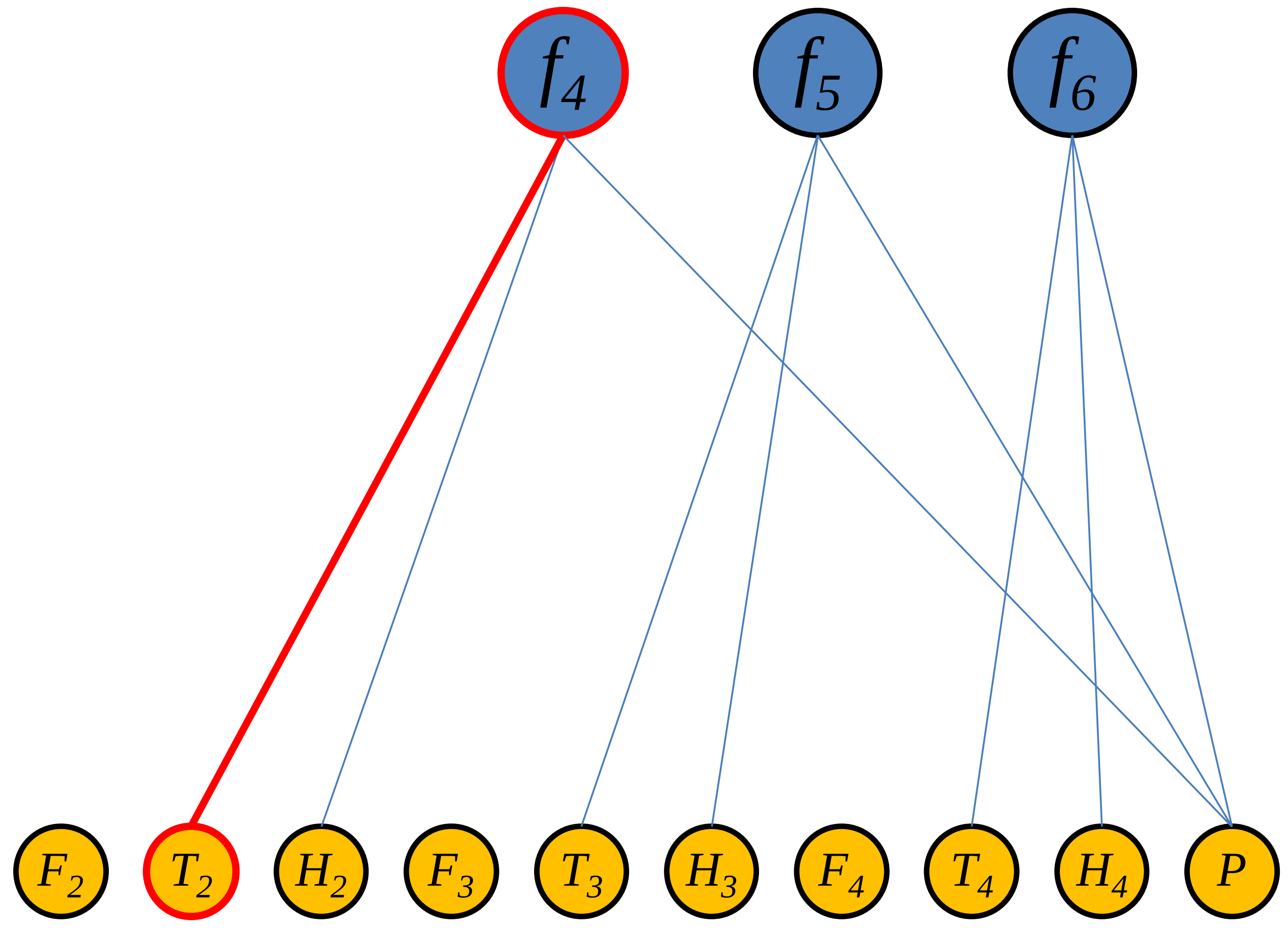
Modelo de un mezclador



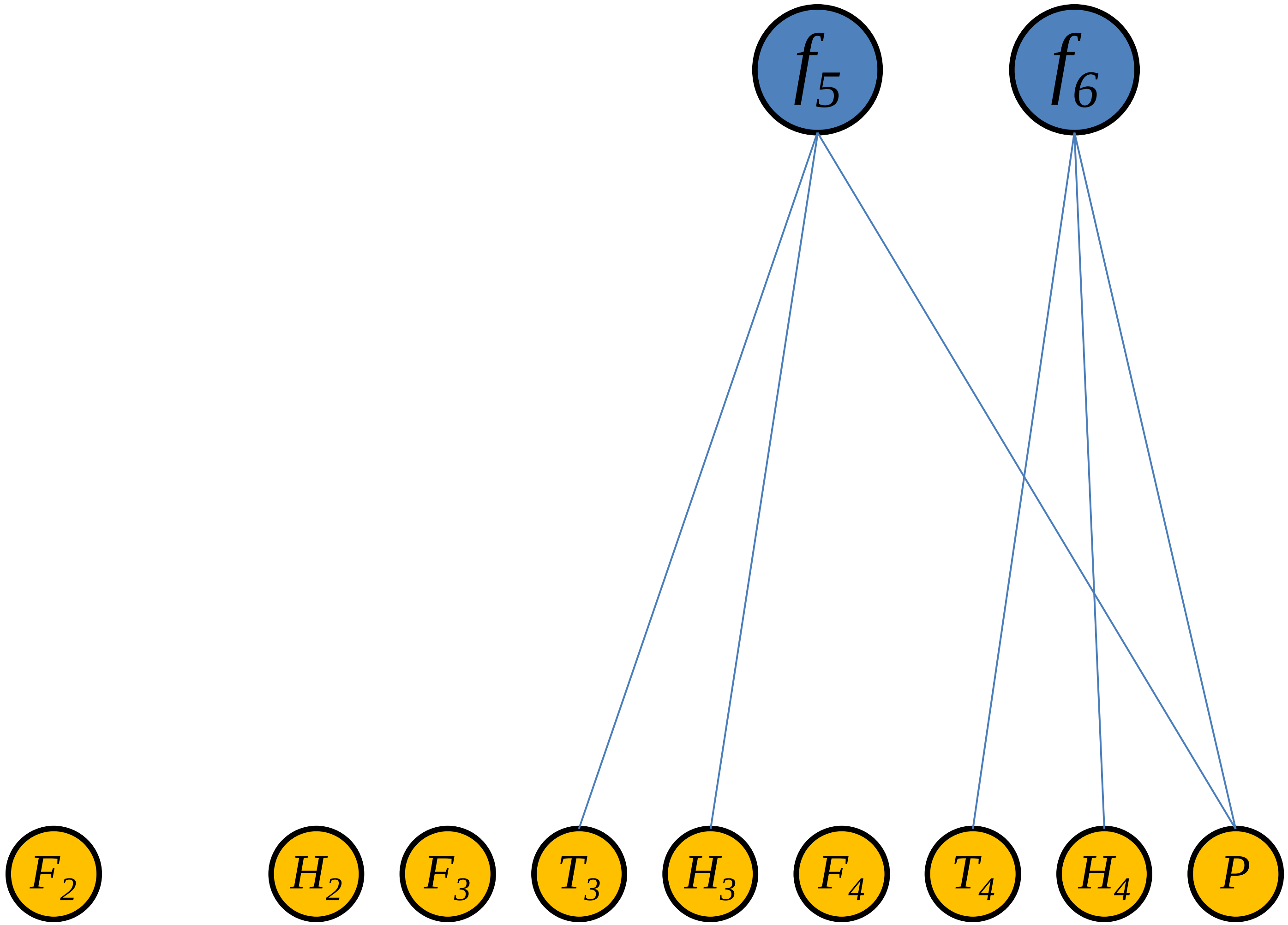
Modelo de un mezclador



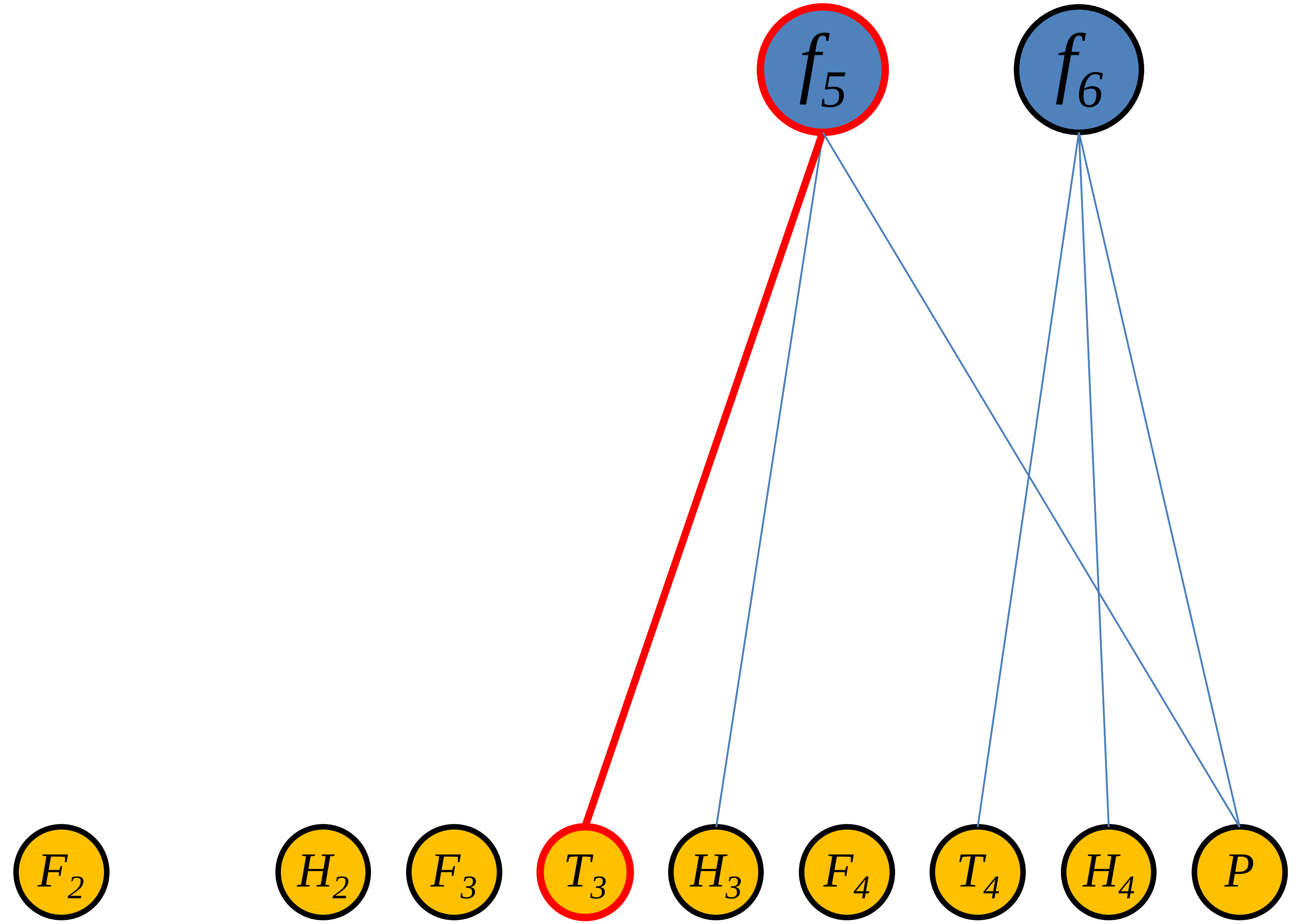
Modelo de un mezclador **sin** cambio de fase



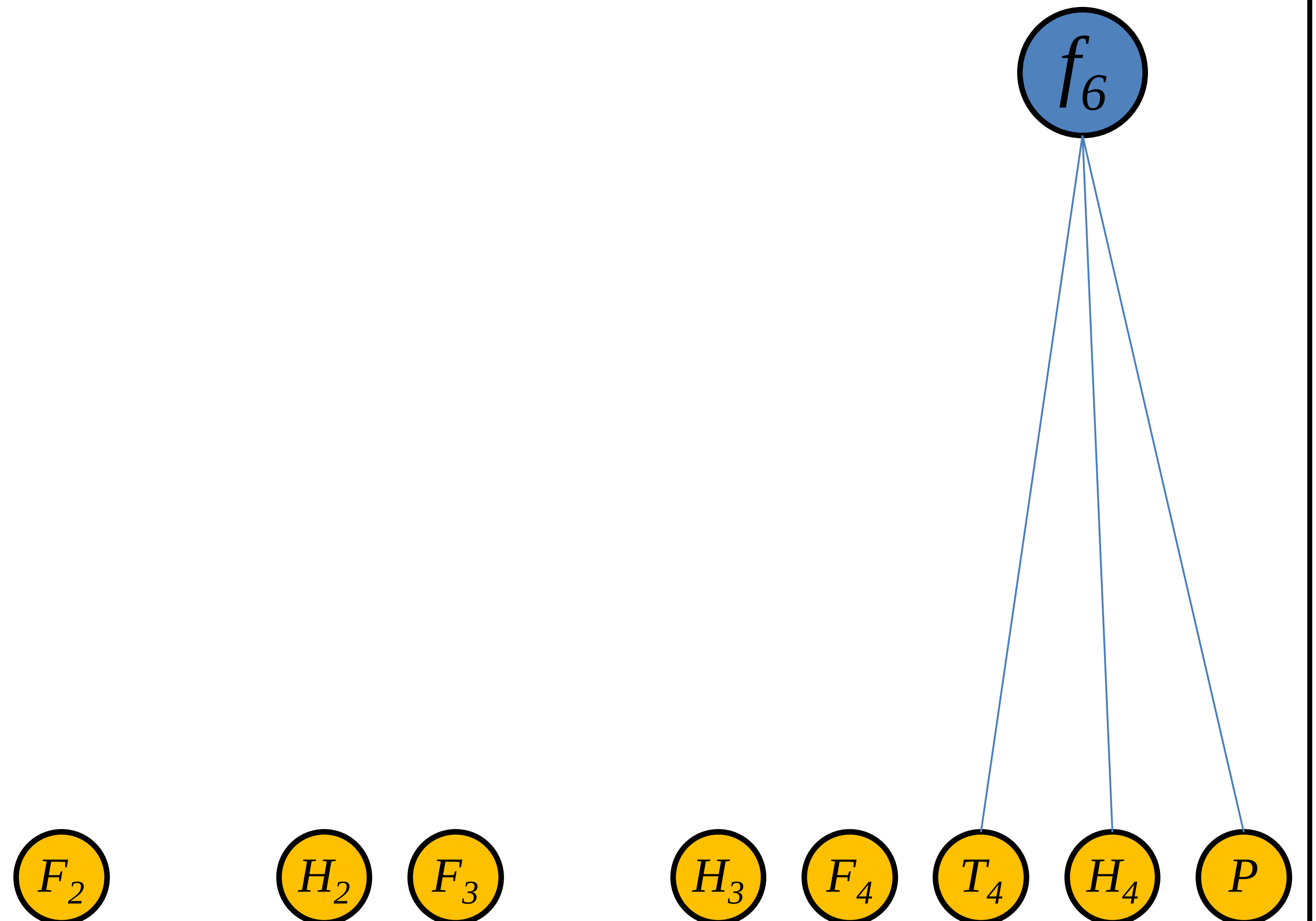
Modelo de un mezclador



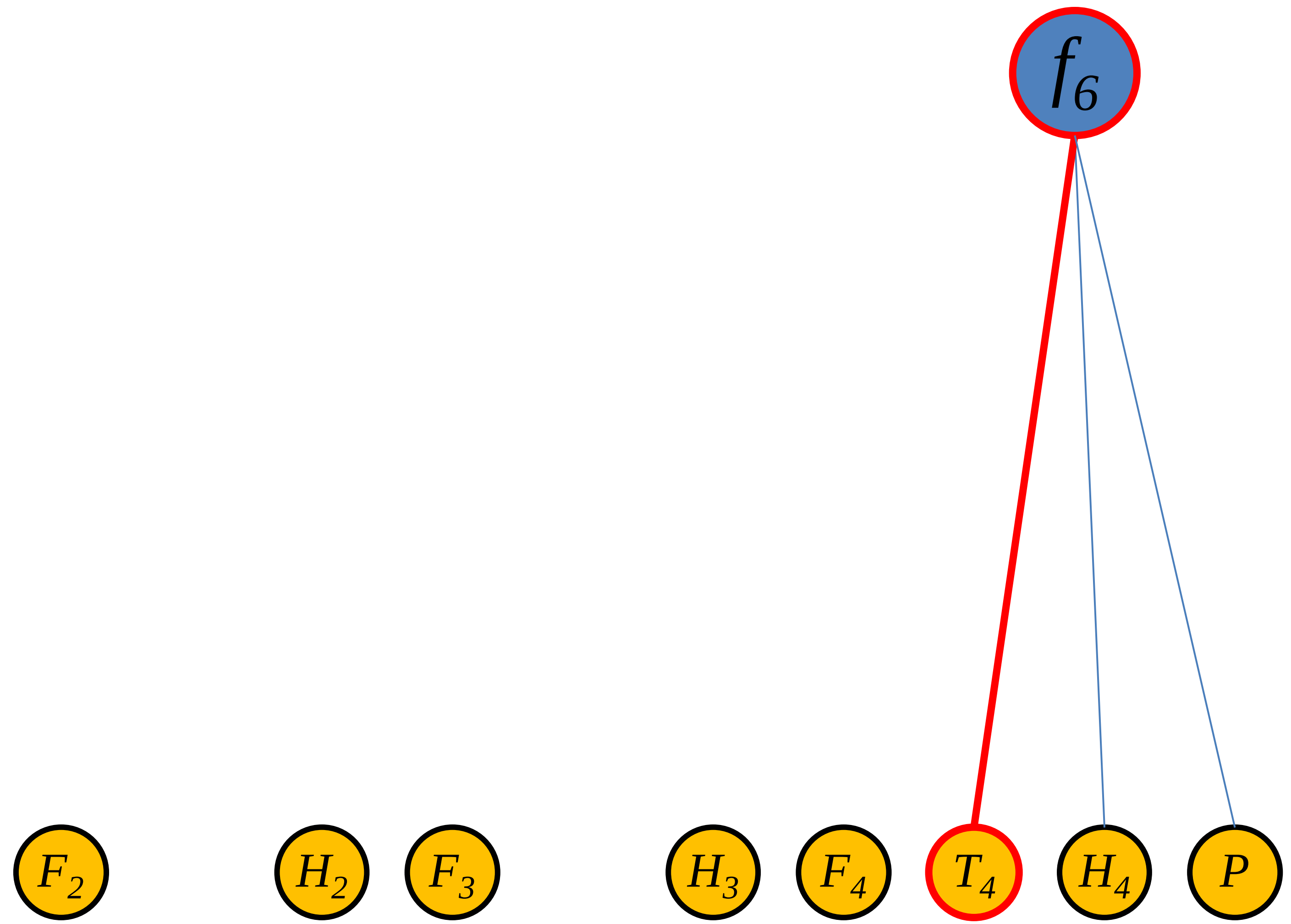
Modelo de un mezclador



Modelo de un mezclador



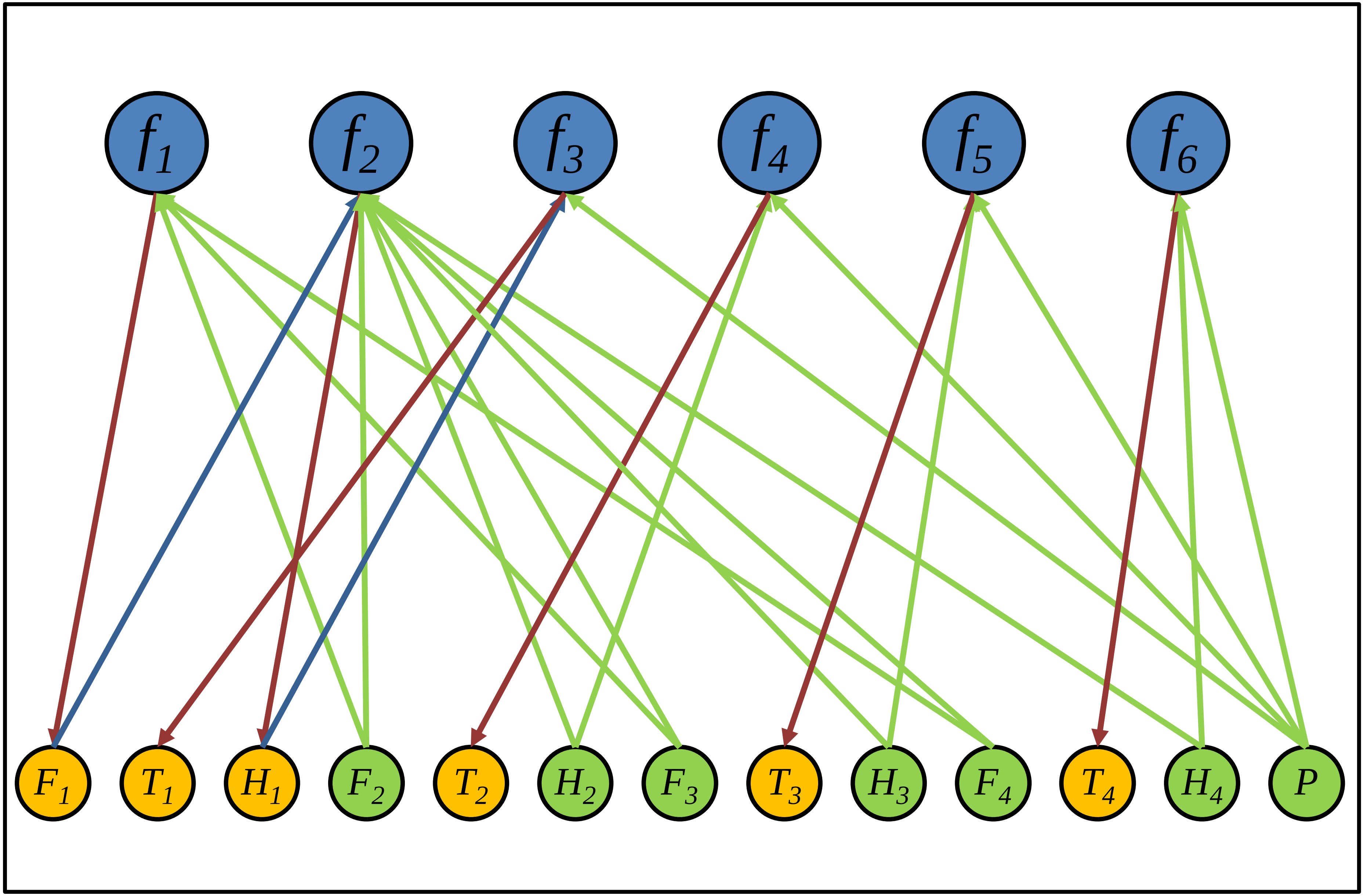
Modelo de un mezclador



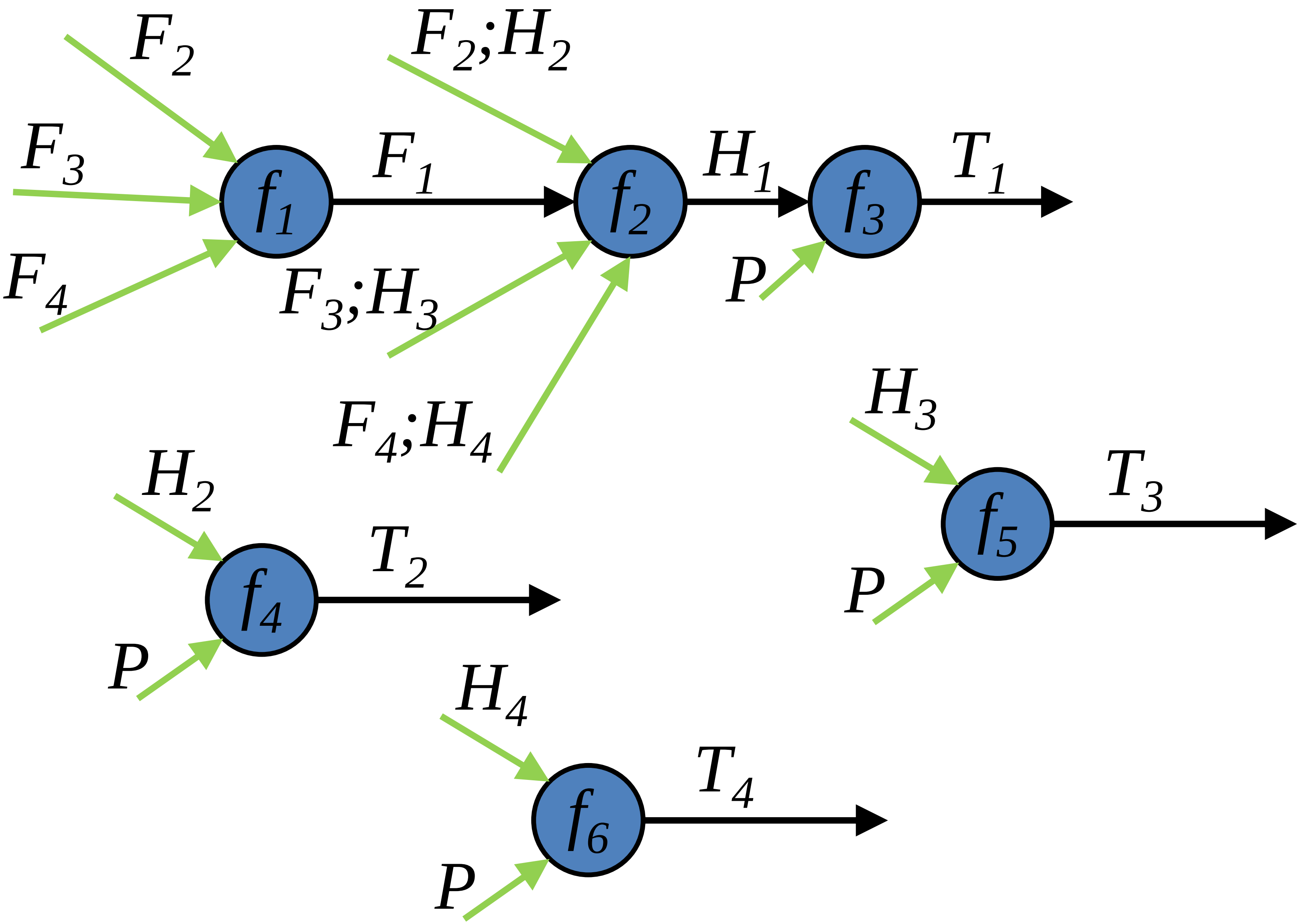
Modelo de un mezclador

F_2 H_2 F_3 H_3 F_4 H_4 P

Modelo de un mezclador



Modelo de un mezclador



Modelo de un mezclador

$$F_1 + F_2 + F_3 - F_4 = 0$$

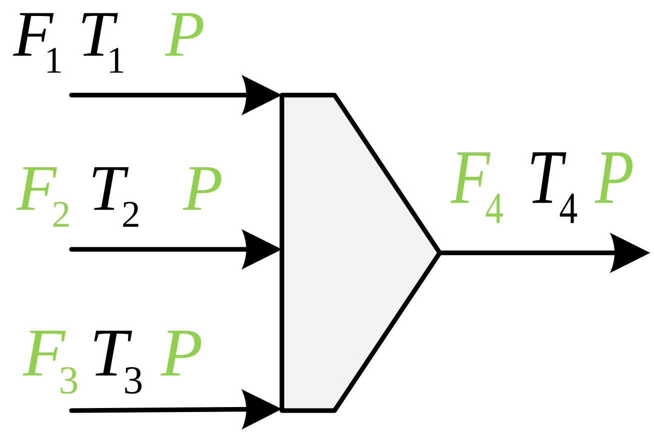
$$F_1H_1 + F_2H_2 + F_3H_3 - F_4H_4 = 0$$

$$H_1 = f\left(T_1, P\right)$$

$$H_2 = f\left(T_2, P\right)$$

$$H_3 = f\left(T_3, P\right)$$

$$H_4 = f\left(T_4, P\right)$$



F_1 T_1 P H_1

F_2 T_2 H_2

F_3 T_3 H_3

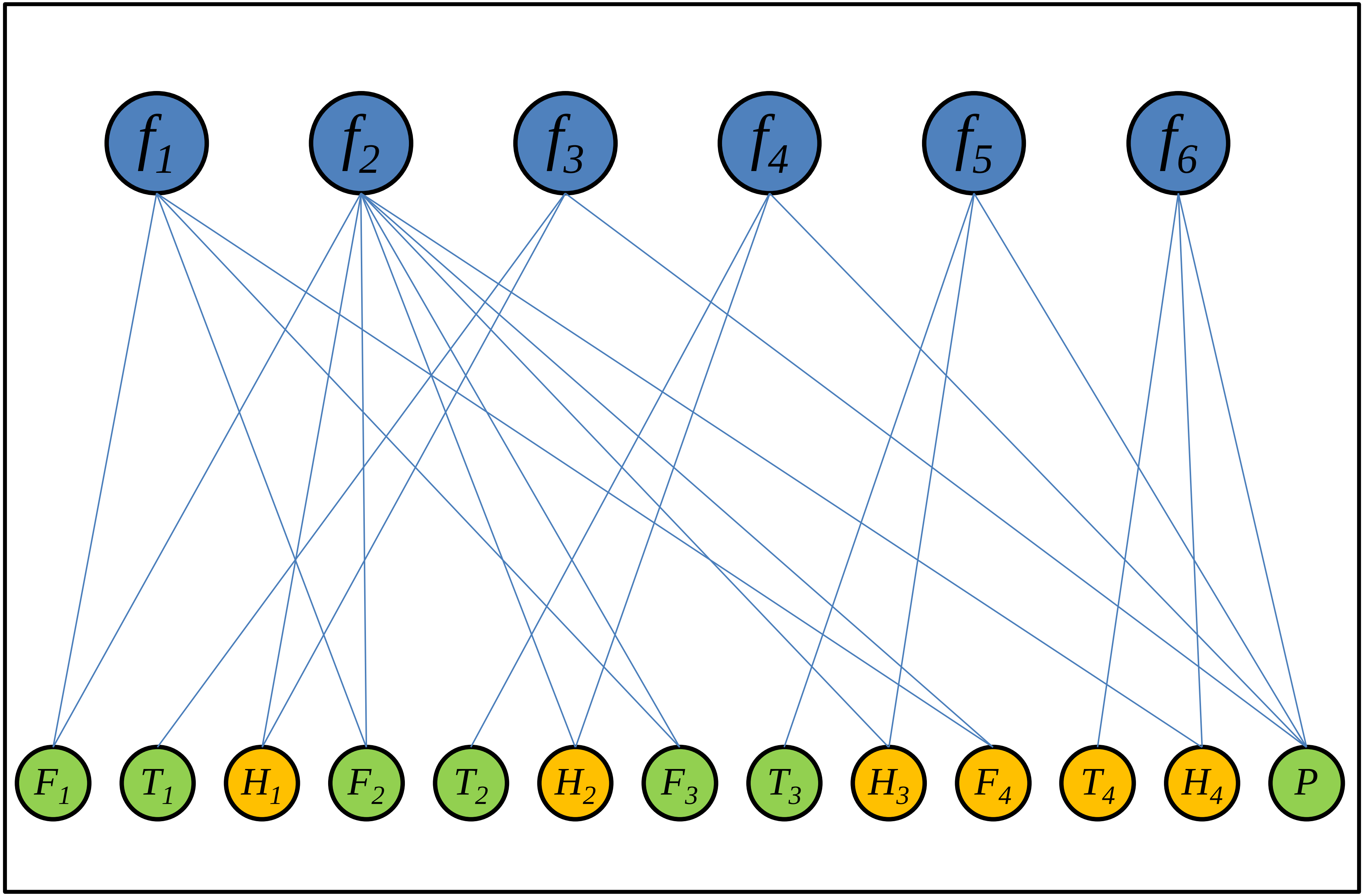
F_4 T_4 H_4

Modelo de un mezclador

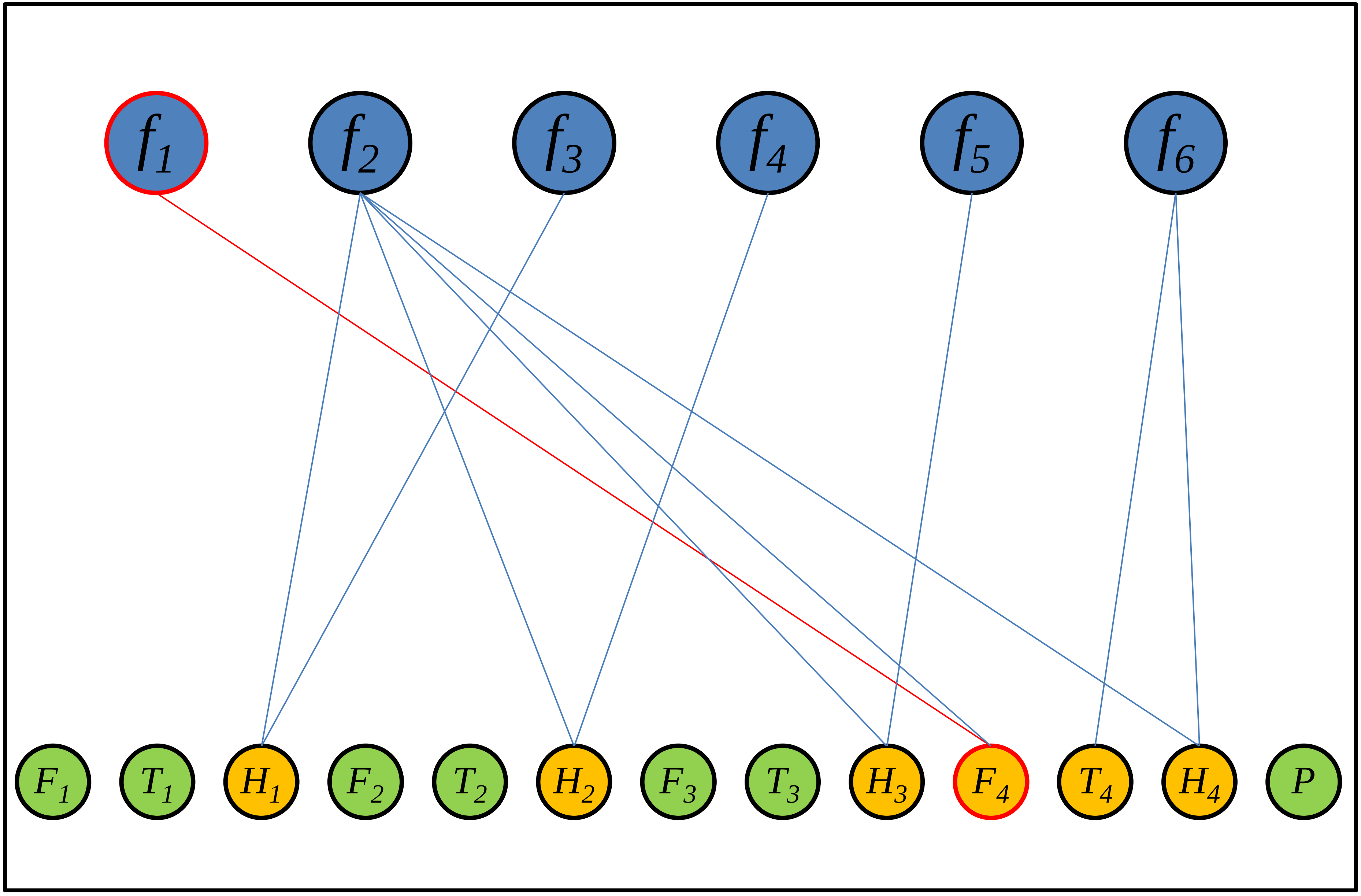
Al no incluir ninguna información adicional, respecto a la conveniencia de especificar o no determinadas variables, el conjunto de variables a especificar obtenido fue (F_2, F_3, F_4, H_2, H_3, H_4 *y* P)

La secuencia (F_1, F_2, F_3, T_1, T_2, T_3 *y* P) impuesta por el criterio directo (**modular secuencial**), no siempre resultará en una secuencia acíclica y por lo tanto, no siempre será la más conveniente. Sin embargo, físicamente es atractiva ya que representa naturalmente el flujo de la planta real.

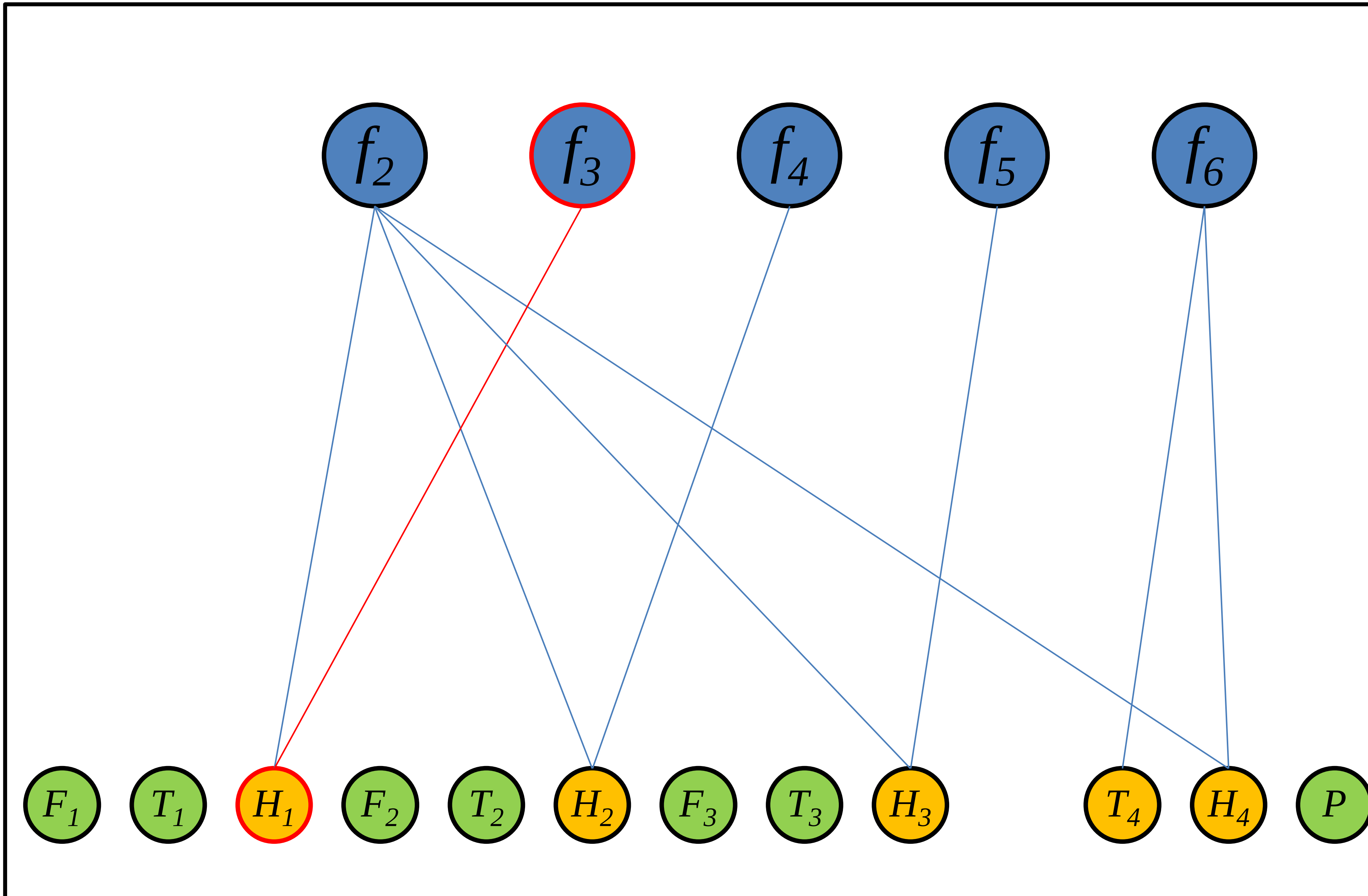
Modelo de un mezclador (MS)



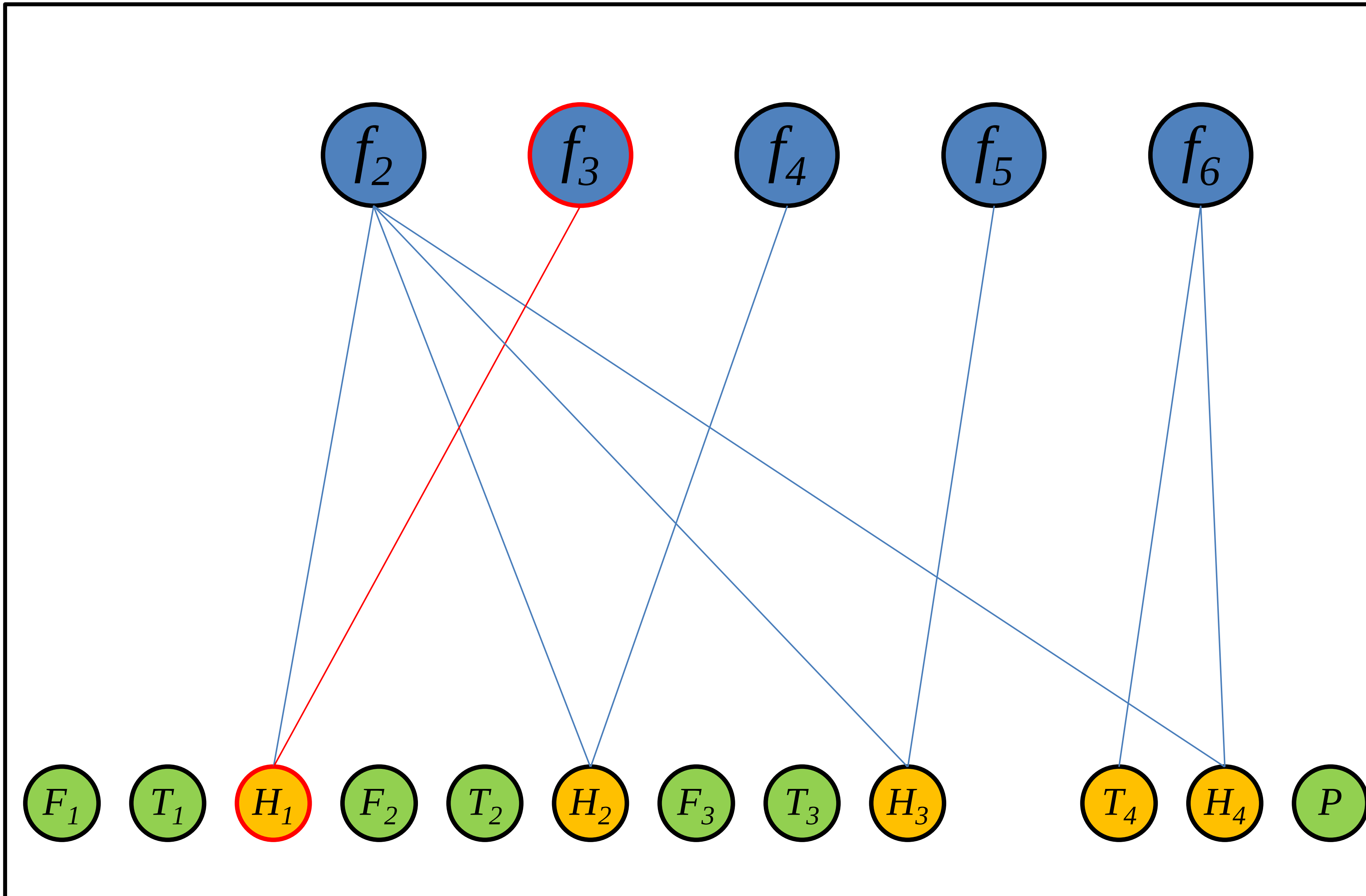
Modelo de un mezclador (MS)



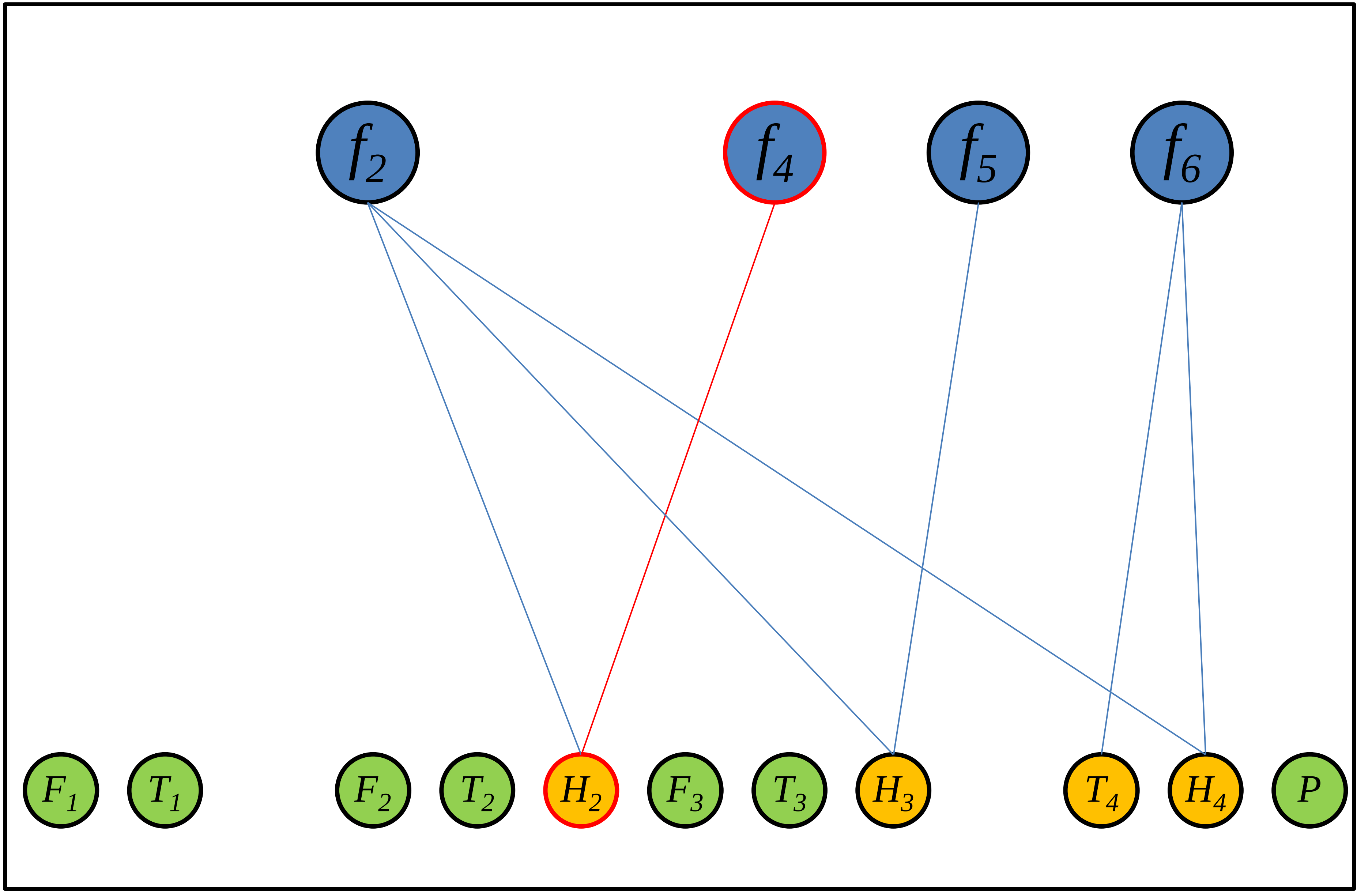
Modelo de un mezclador (MS)



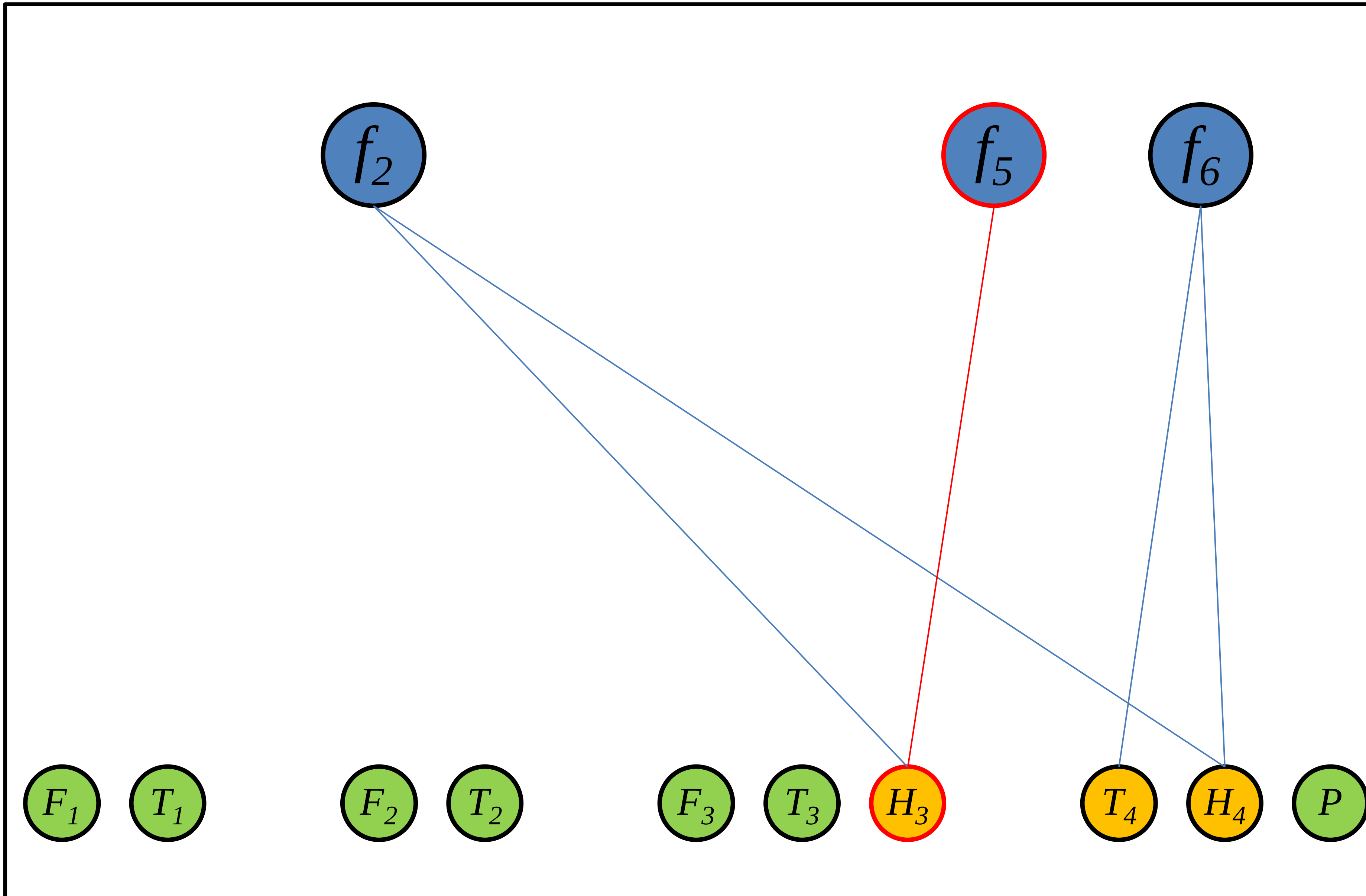
Modelo de un mezclador (MS)



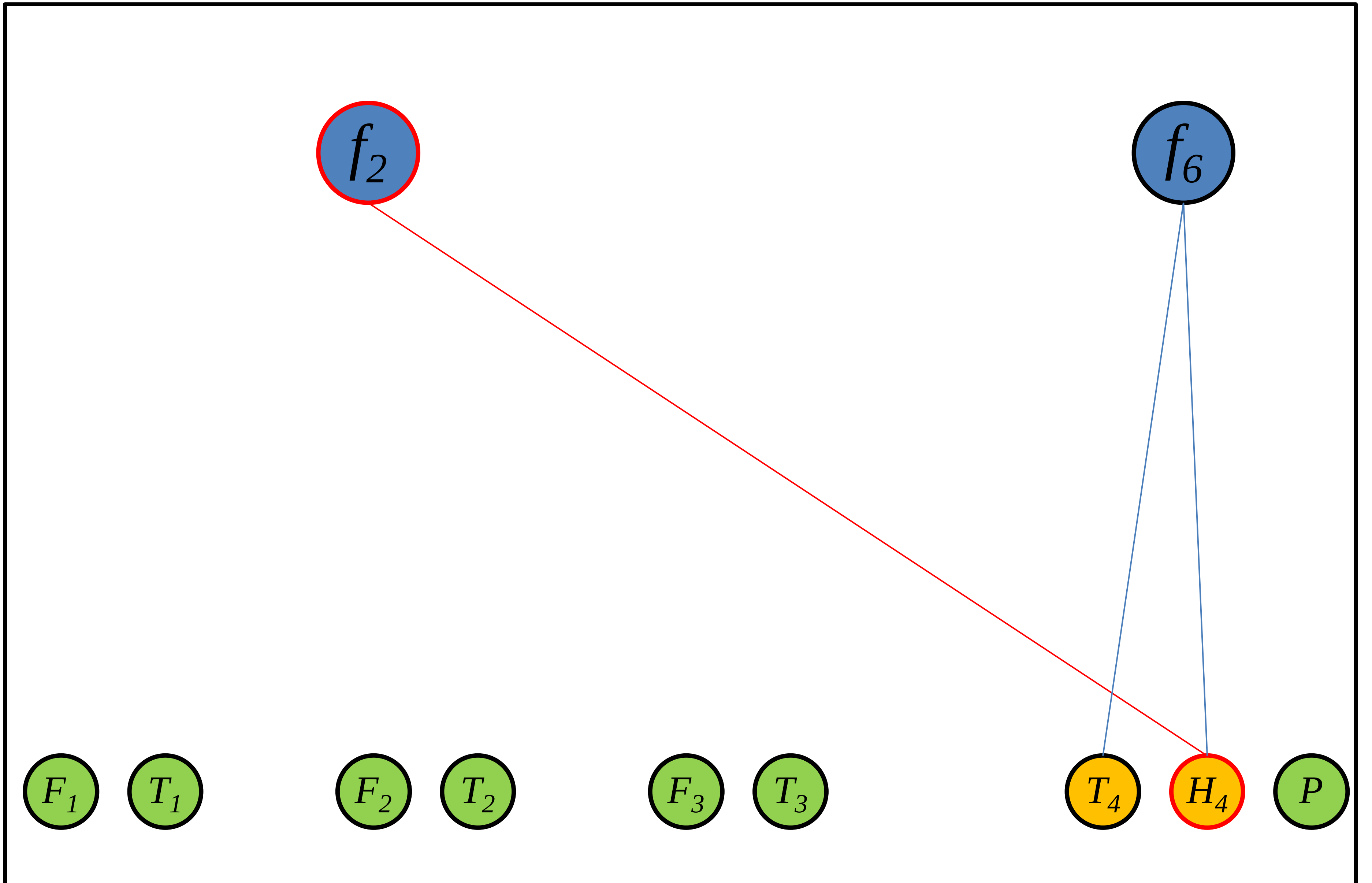
Modelo de un mezclador (MS)



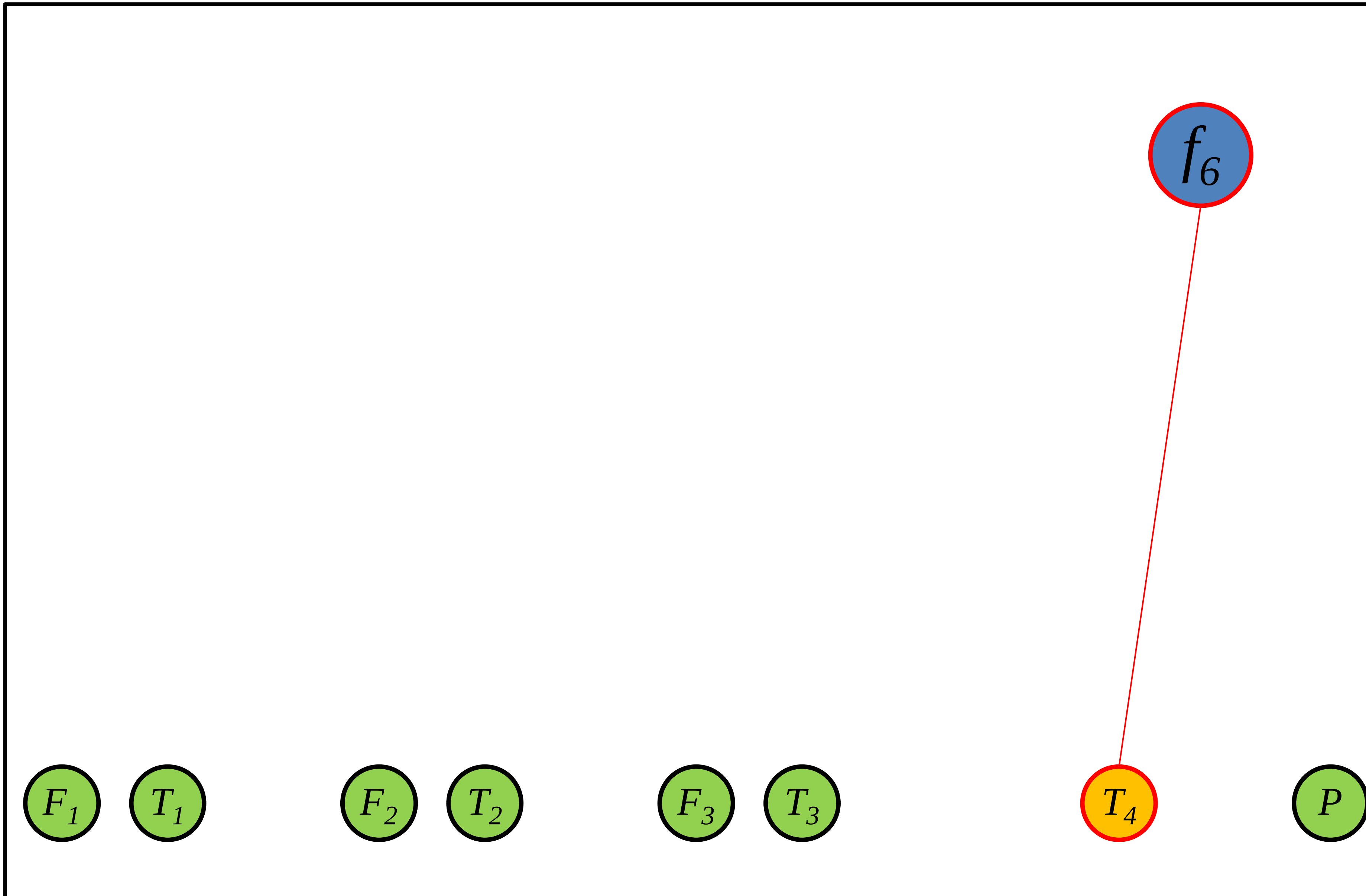
Modelo de un mezclador (MS)



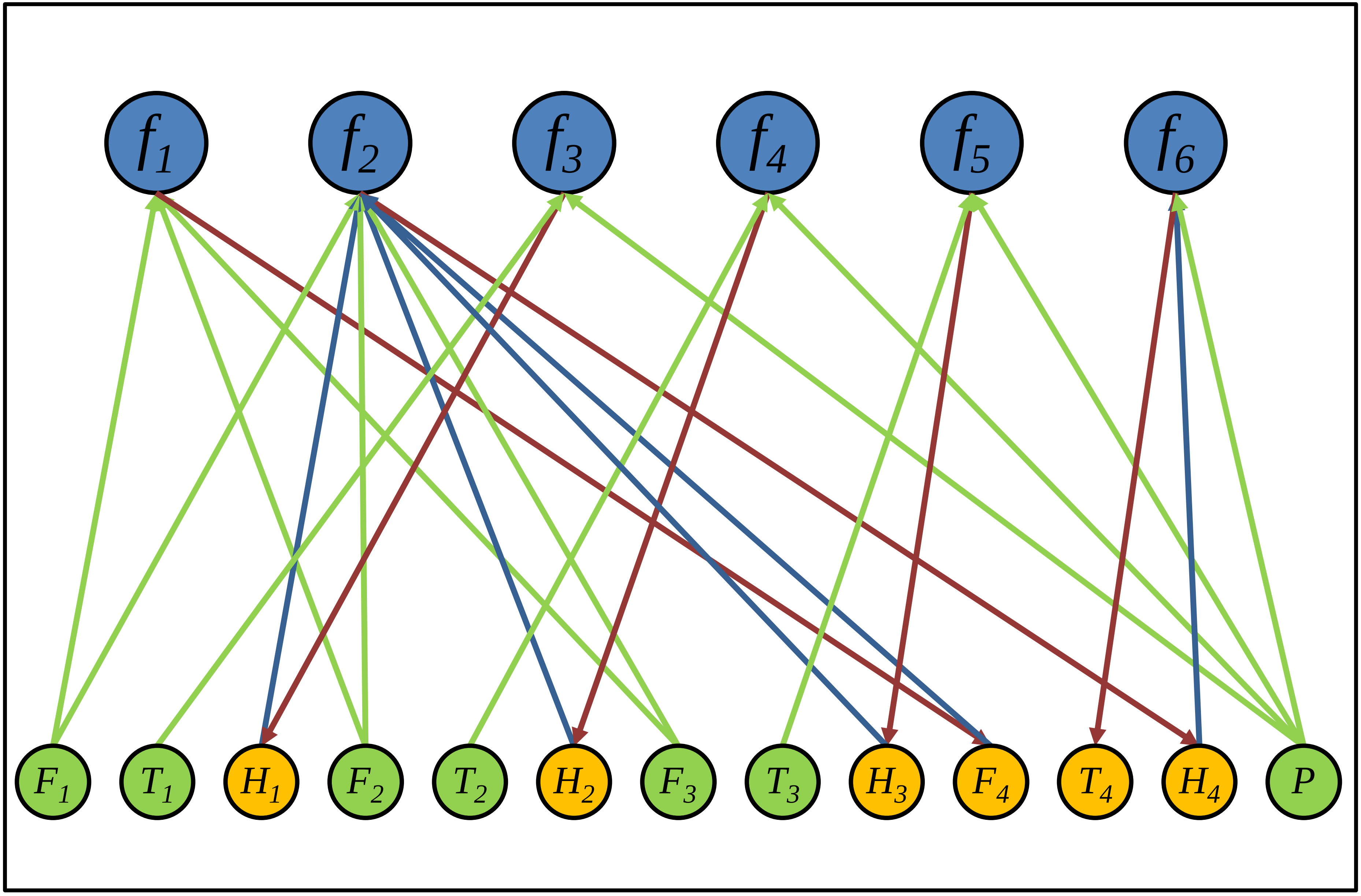
Modelo de un mezclador (MS)



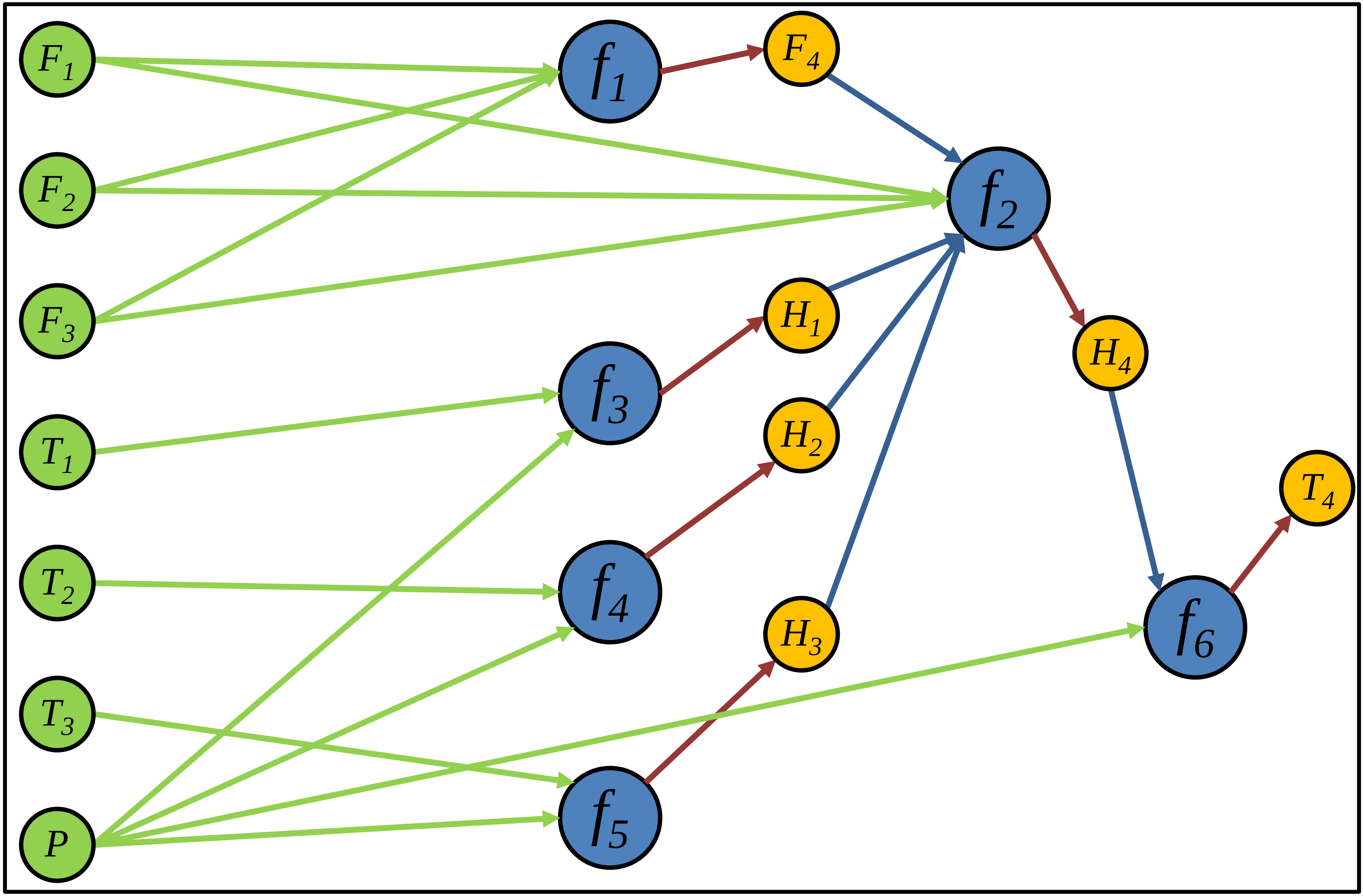
Modelo de un mezclador (MS)



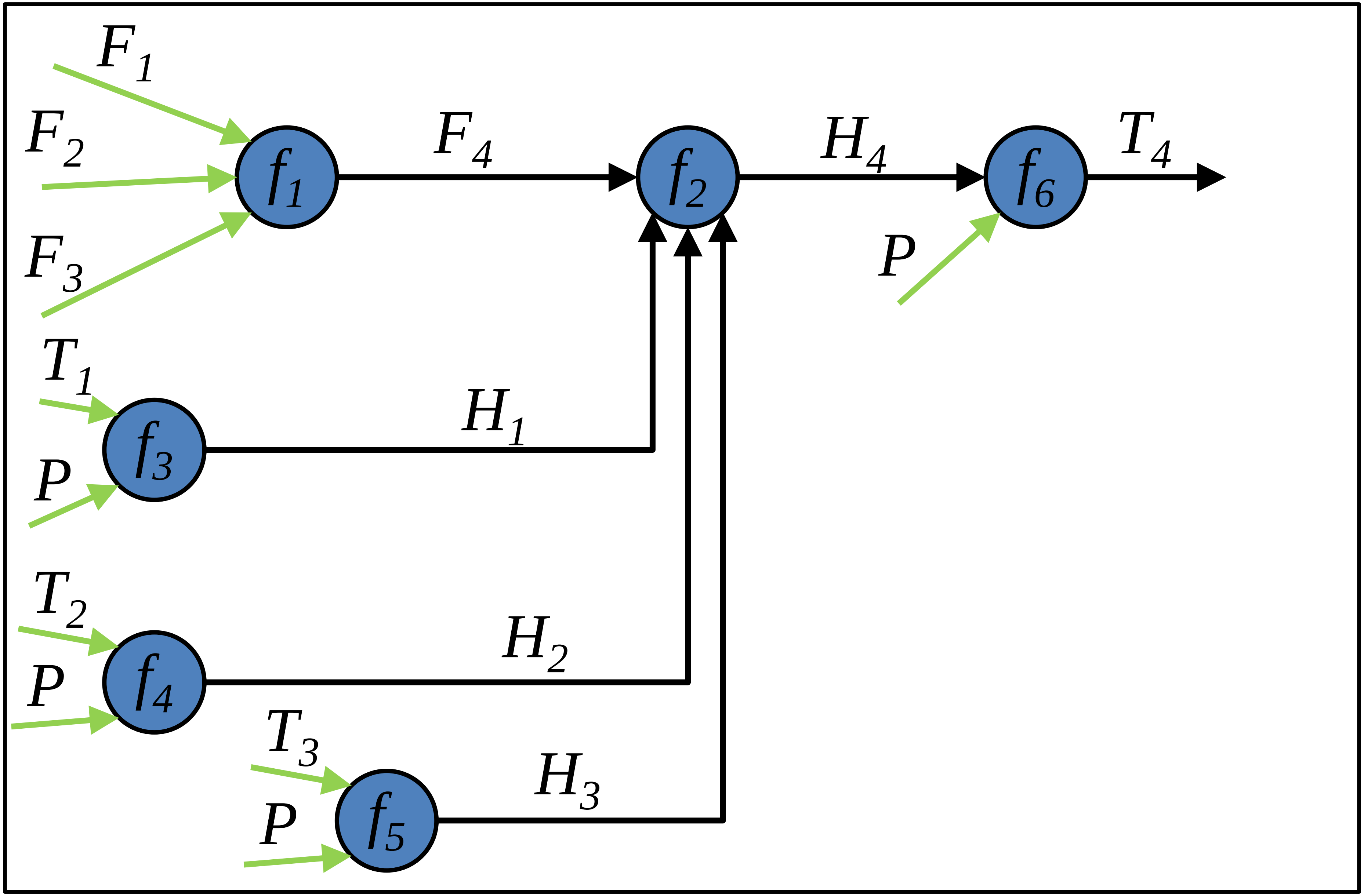
Modelo de un mezclador (MS)



Modelo de un mezclador (MS)



Modelo de un mezclador (MS)



Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd (aplicación)

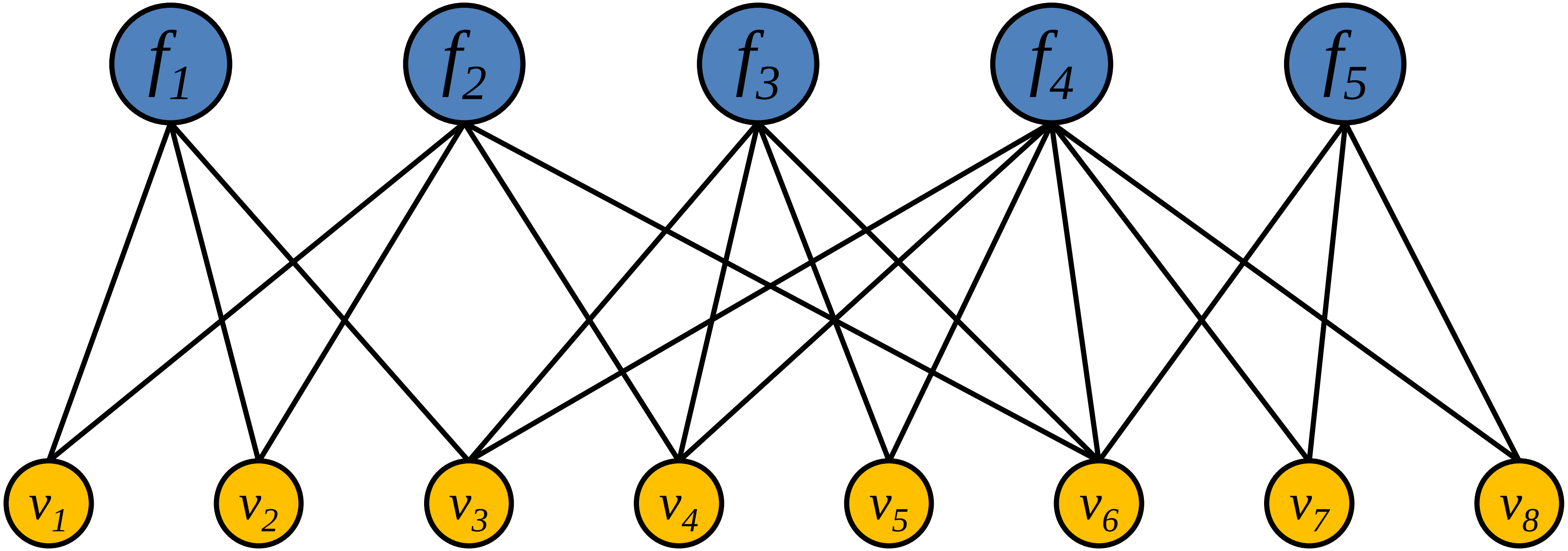
$$f_1(v_1, v_2, v_3) = 0$$

$$f_2(v_1, v_2, v_4, v_6) = 0$$

$$f_3(v_3, v_4, v_5, v_6) = 0$$

$$f_4(v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8) = 0$$

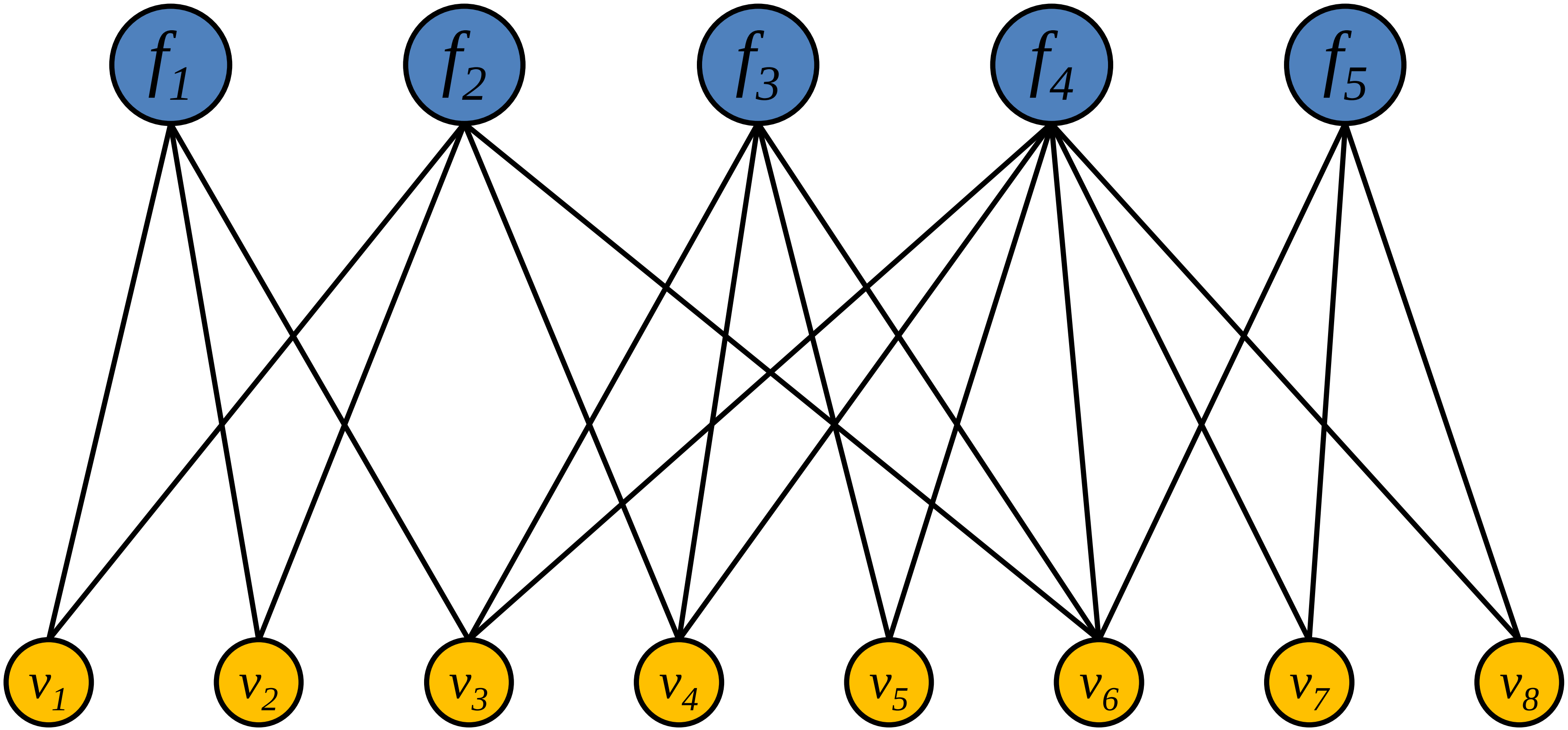
$$f_5(v_6, v_7, v_8) = 0$$



Algoritmo de Lee, Christensen y Rudd (aplicación)

$¿\varphi\left(f_i\right)=1? \quad \Rightarrow \quad NO$

$¿\varphi\left(v_j\right)=1? \quad \Rightarrow \quad NO$



Variante de LC&R para sistemas cíclicos

Para el caso en que se detecten ciclos, el subgrafo tiene todos los grados locales mayores o iguales que dos.

Se propone **cortar (rasgar)** el grafo de tal forma que el número de variables iteradoras sea mínimo. Estas variables son aquellas que deben ser inicializadas para generar una secuencia iterativa a los efectos de resolver el sistema de ecuaciones correspondiente.

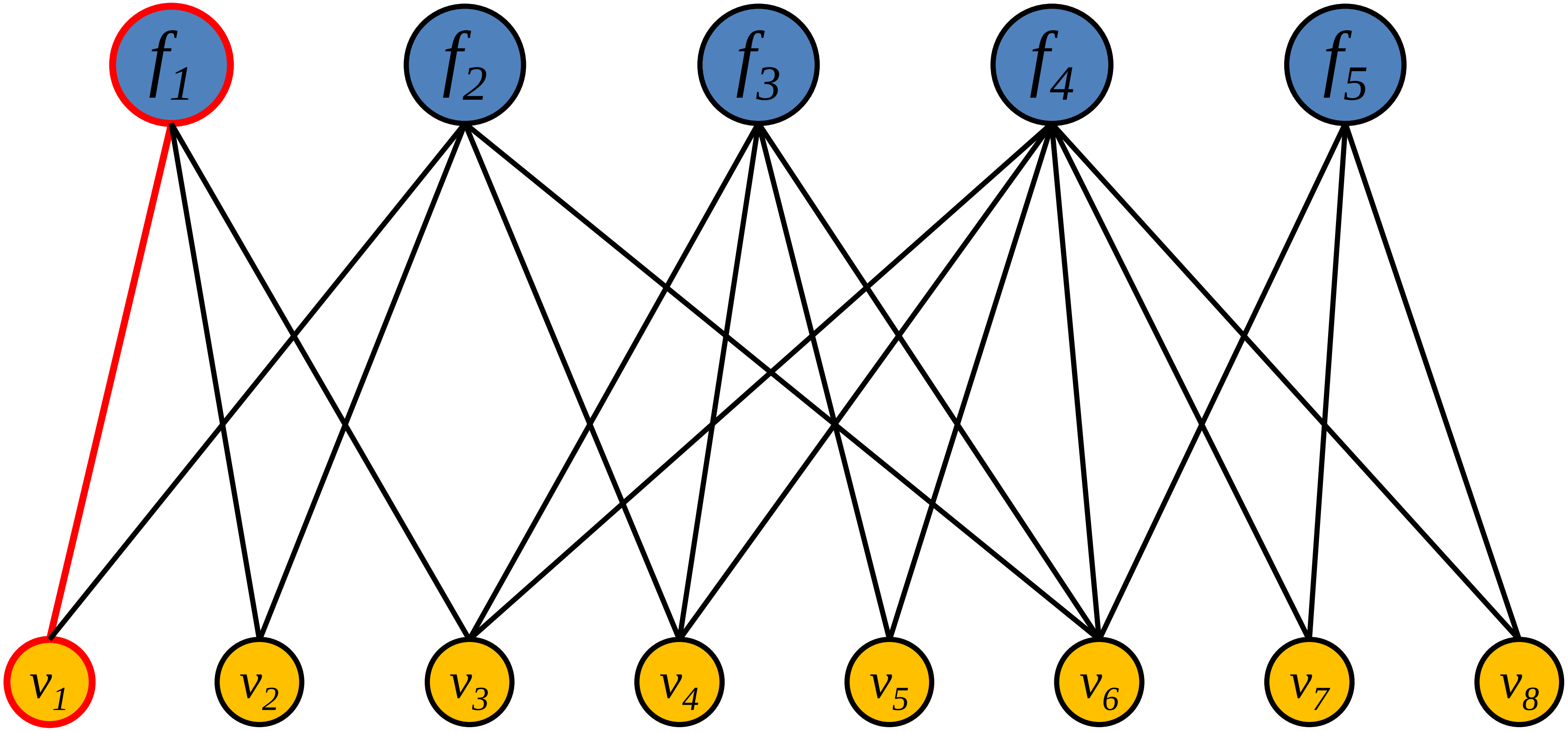
El número mínimo c_{min} de variables de corte se relaciona con el grado local de la siguiente forma:

$$c_{\min} = \min_j \left(\varphi \left(v_j \right) \right) - 1$$

Variante de LC&R para sistemas cíclicos

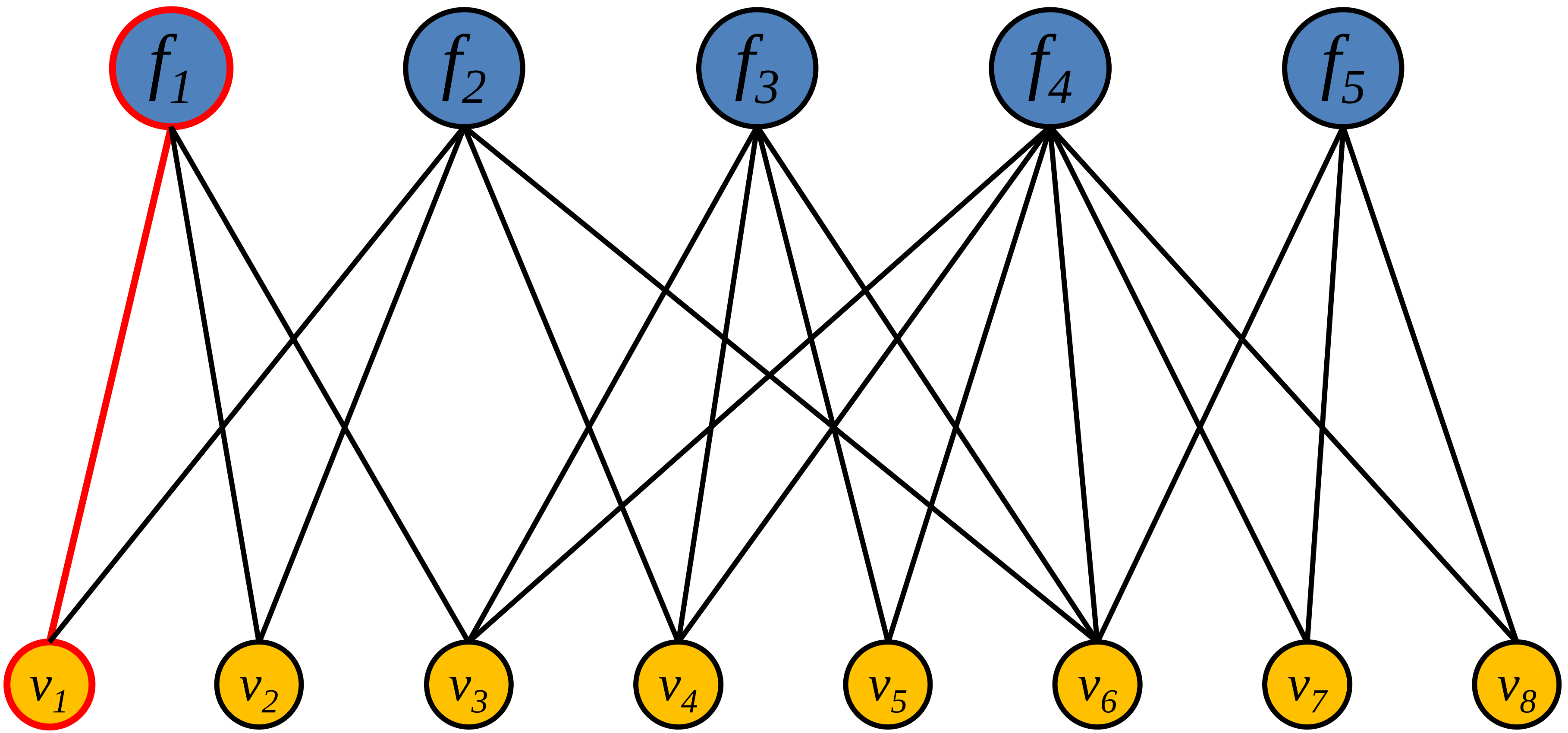
$¿\varphi(f_i)=1?; \quad ¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow$ NO, Sistema Cíclico

$\min_j\left(\varphi\left(v_j\right)\right)=2 \rightarrow c_{\min}=2-1=1 \longrightarrow$ Un corte



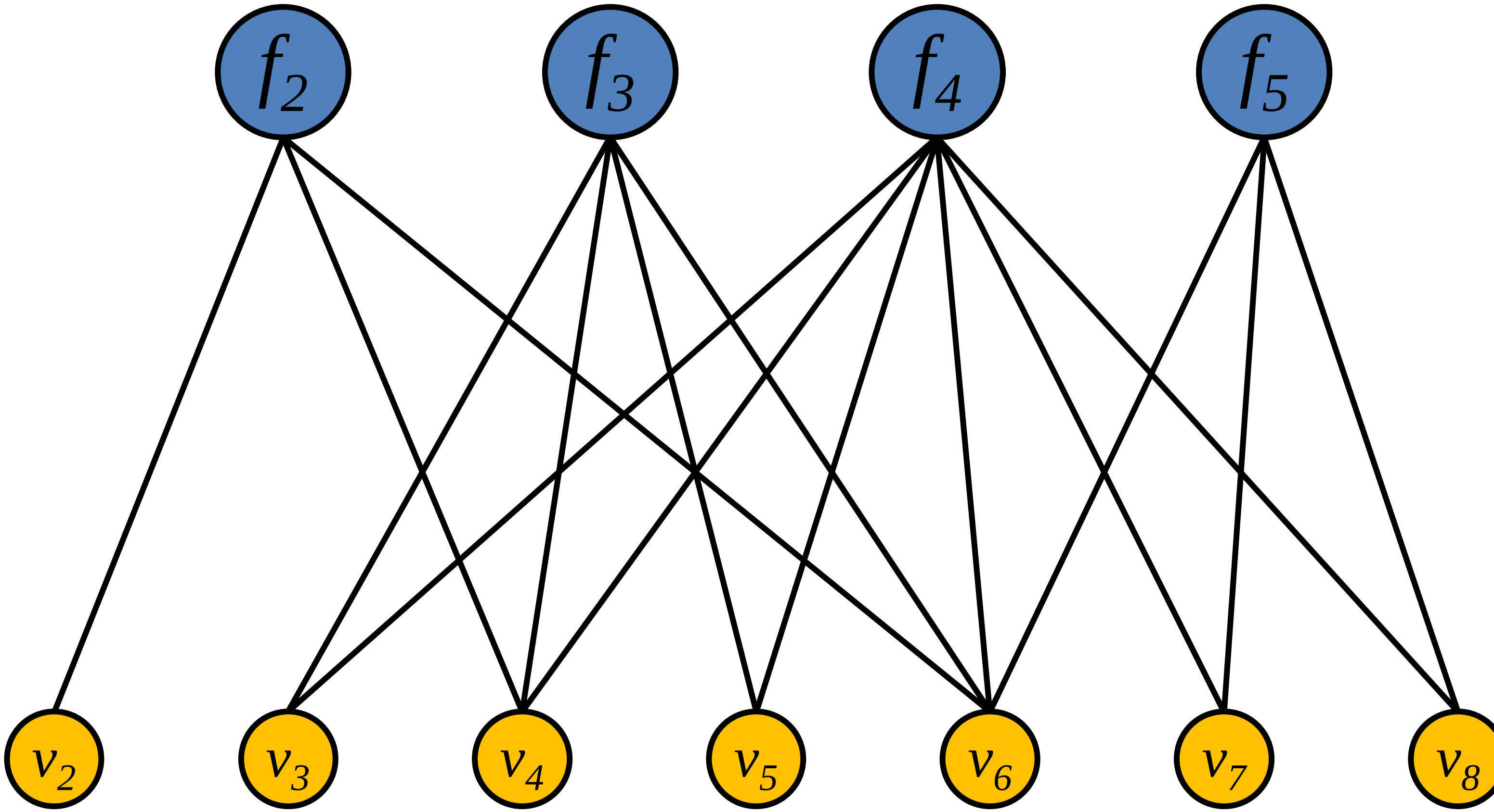
Variante de LC&R para sistemas cíclicos

Se asigna $f_1 \to v_1$ (corriente iteradora)



Variante de LC&R para sistemas cíclicos

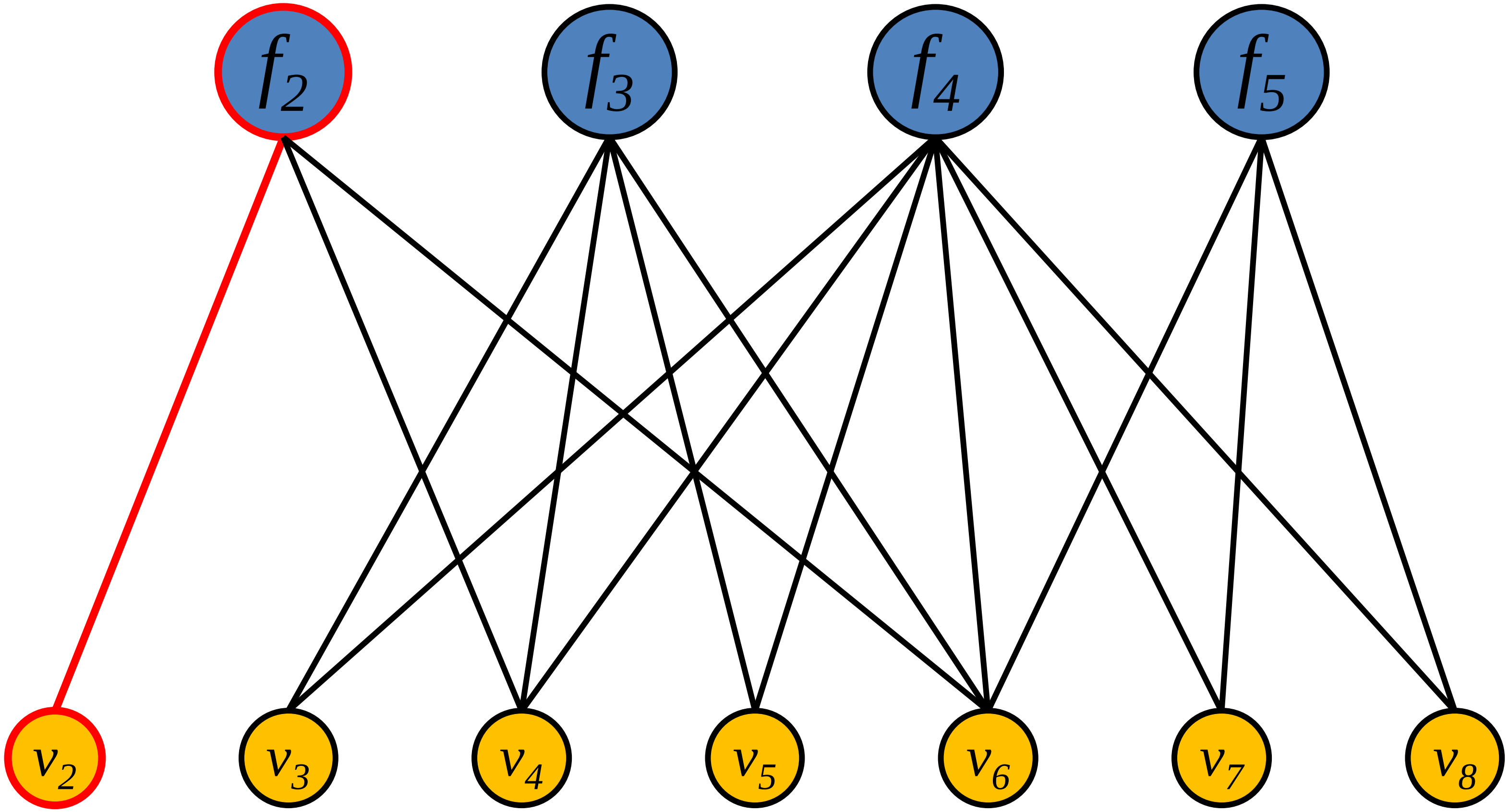
$f_1 \rightarrow v_1$



Variante de LC&R para sistemas cíclicos

$f_1 \rightarrow v_1$

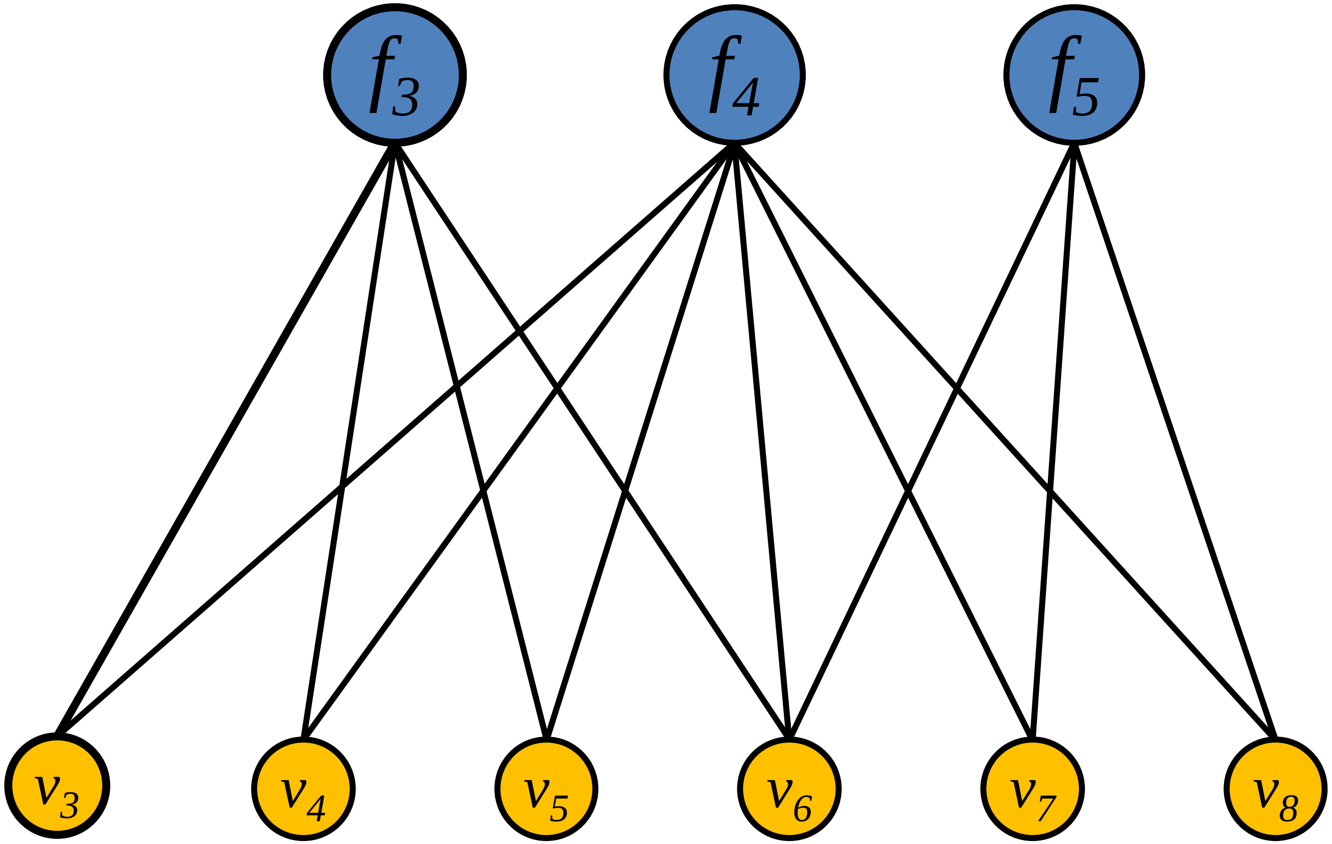
$f_2 \rightarrow v_2$



Variante de LC&R para sistemas cíclicos

$¿\varphi(f_i)=1?; \quad ¿\varphi(v_j)=1? \quad \Rightarrow$ NO, Sistema Cíclico

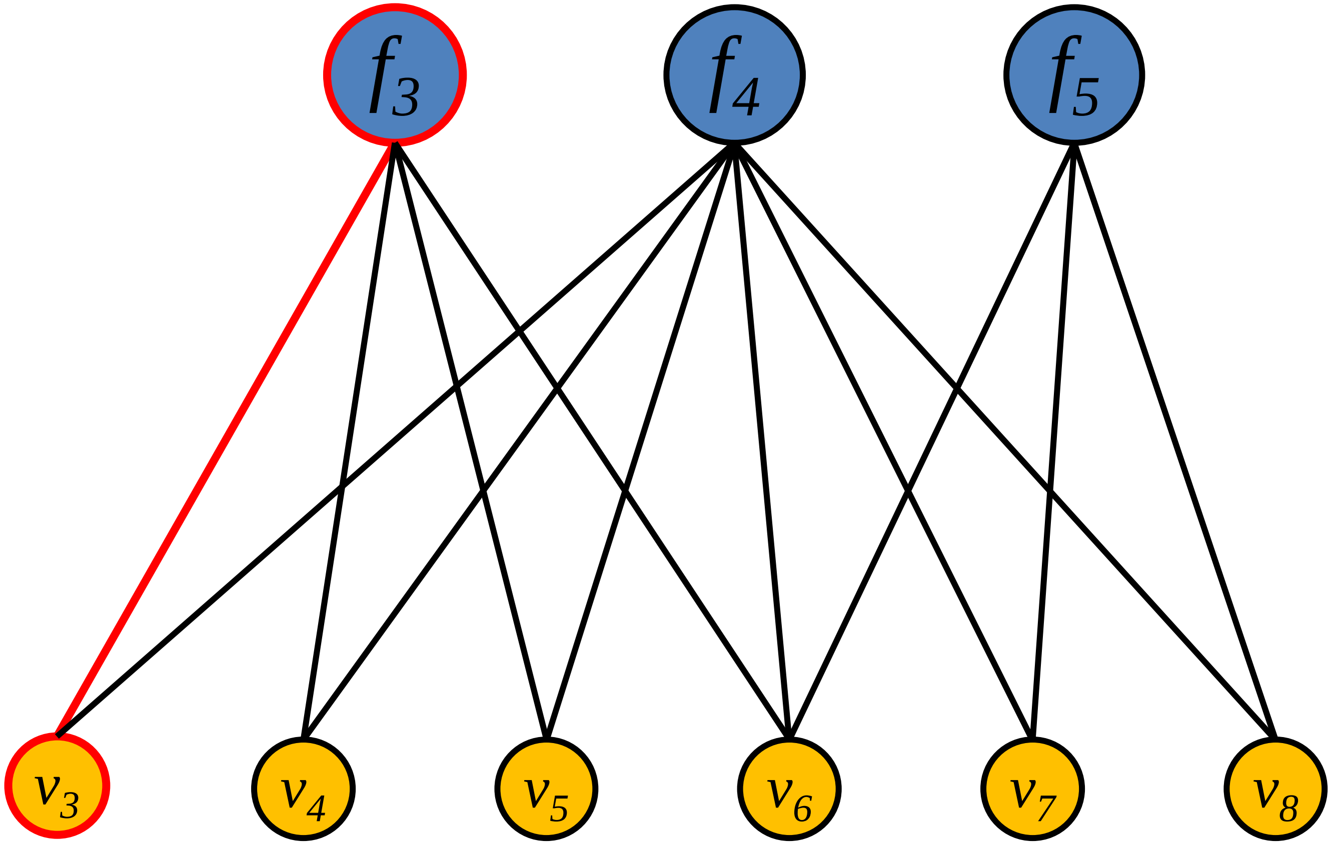
$\min_j(\varphi(v_j))=2 \to c_{\min}=2-1=1$ → Otro corte



Variante de LC&R para sistemas cíclicos

$f_1 \rightarrow v_1$
$f_2 \rightarrow v_2$
$f_3 \rightarrow v_3$

$f_3 \rightarrow v_3$ (otra corriente iteradora)



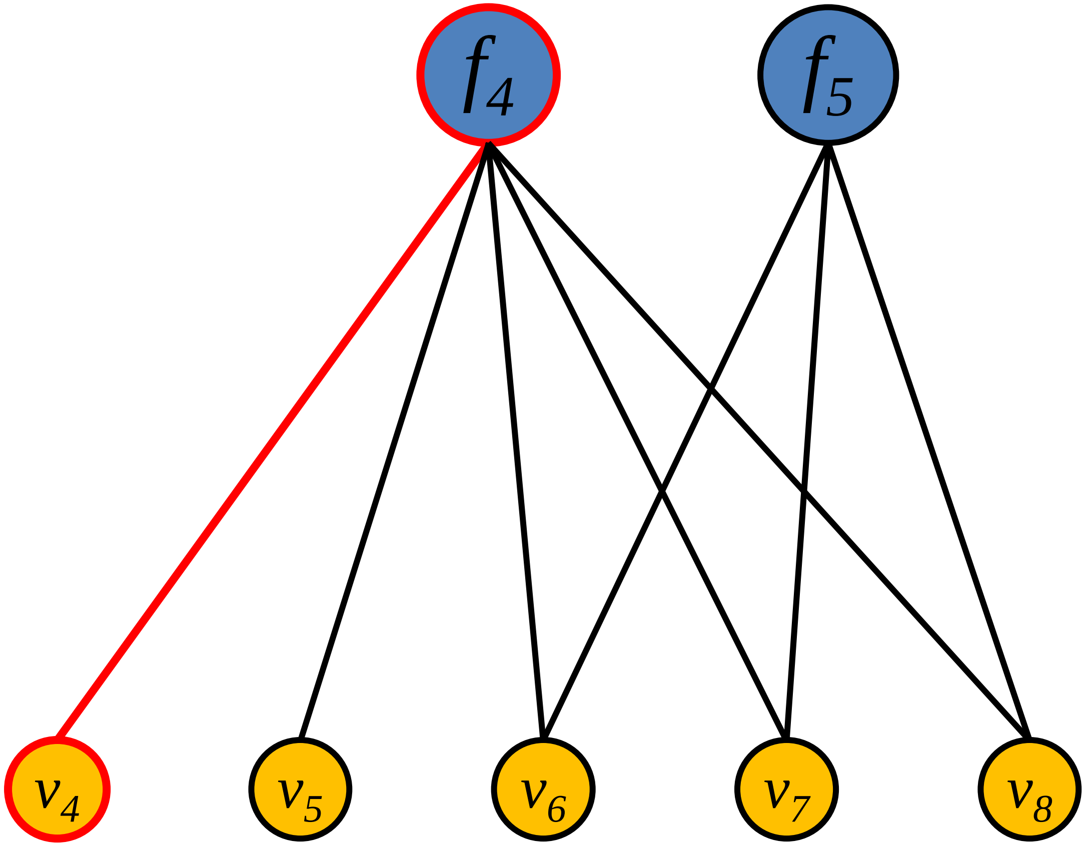
Variante de LC&R para sistemas cíclicos

$f_1 \rightarrow v_1$

$f_2 \rightarrow v_2$

$f_3 \rightarrow v_3$

$f_4 \rightarrow v_4$



Variante de LC&R para sistemas cíclicos

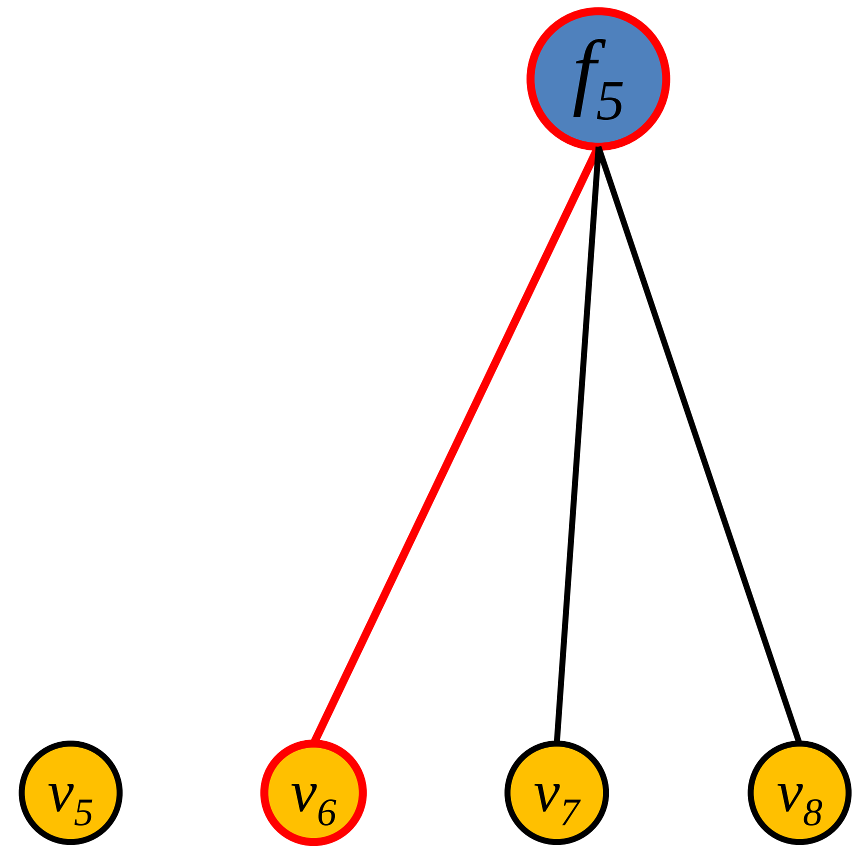
$f_1 \to v_1$

$f_2 \to v_2$

$f_3 \to v_3$

$f_4 \to v_4$

$f_5 \to v_6$



Variante de LC&R para sistemas cíclicos

$f_1 \rightarrow v_1$

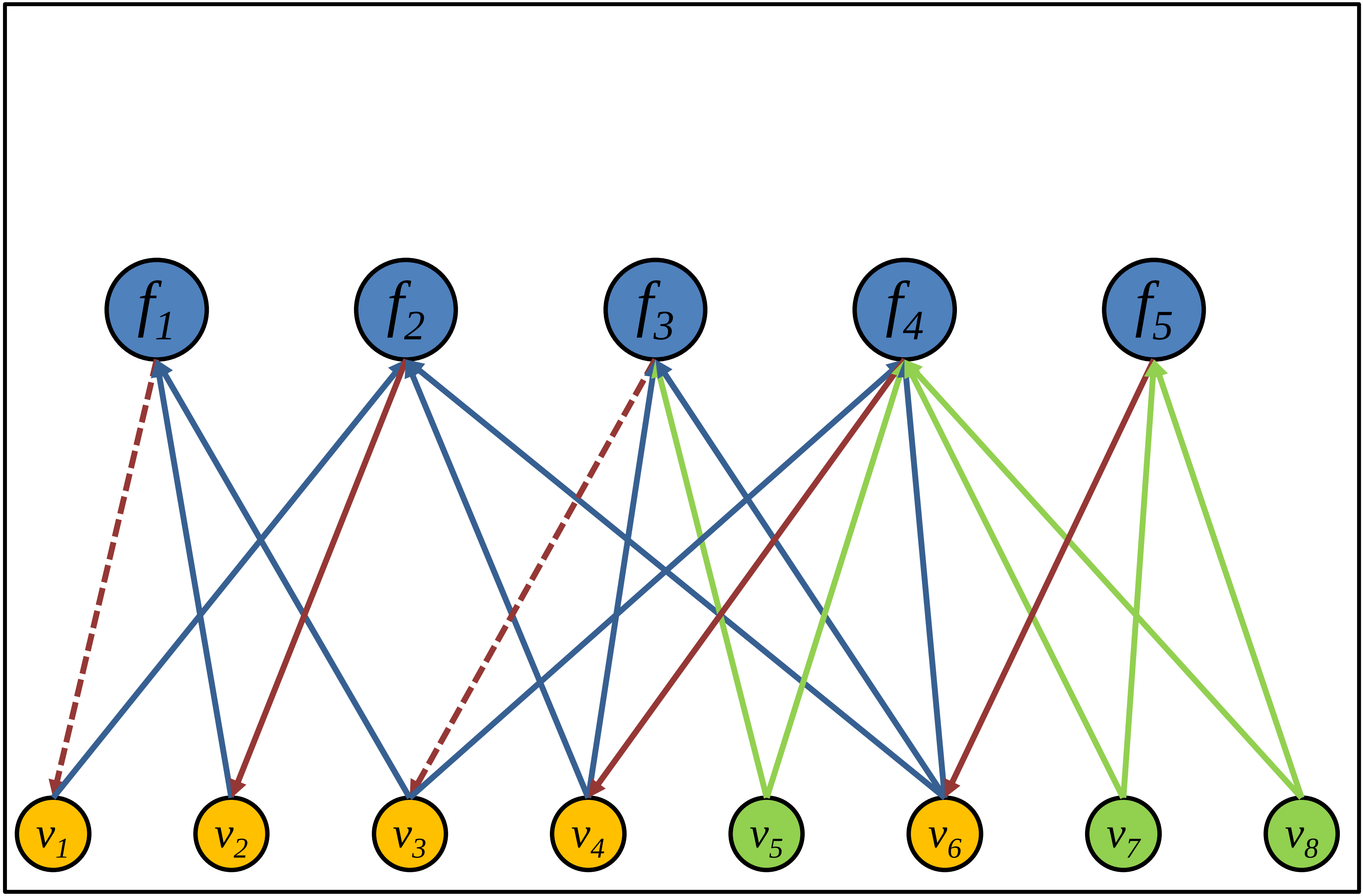
$f_2 \rightarrow v_2$

$f_3 \rightarrow v_3$

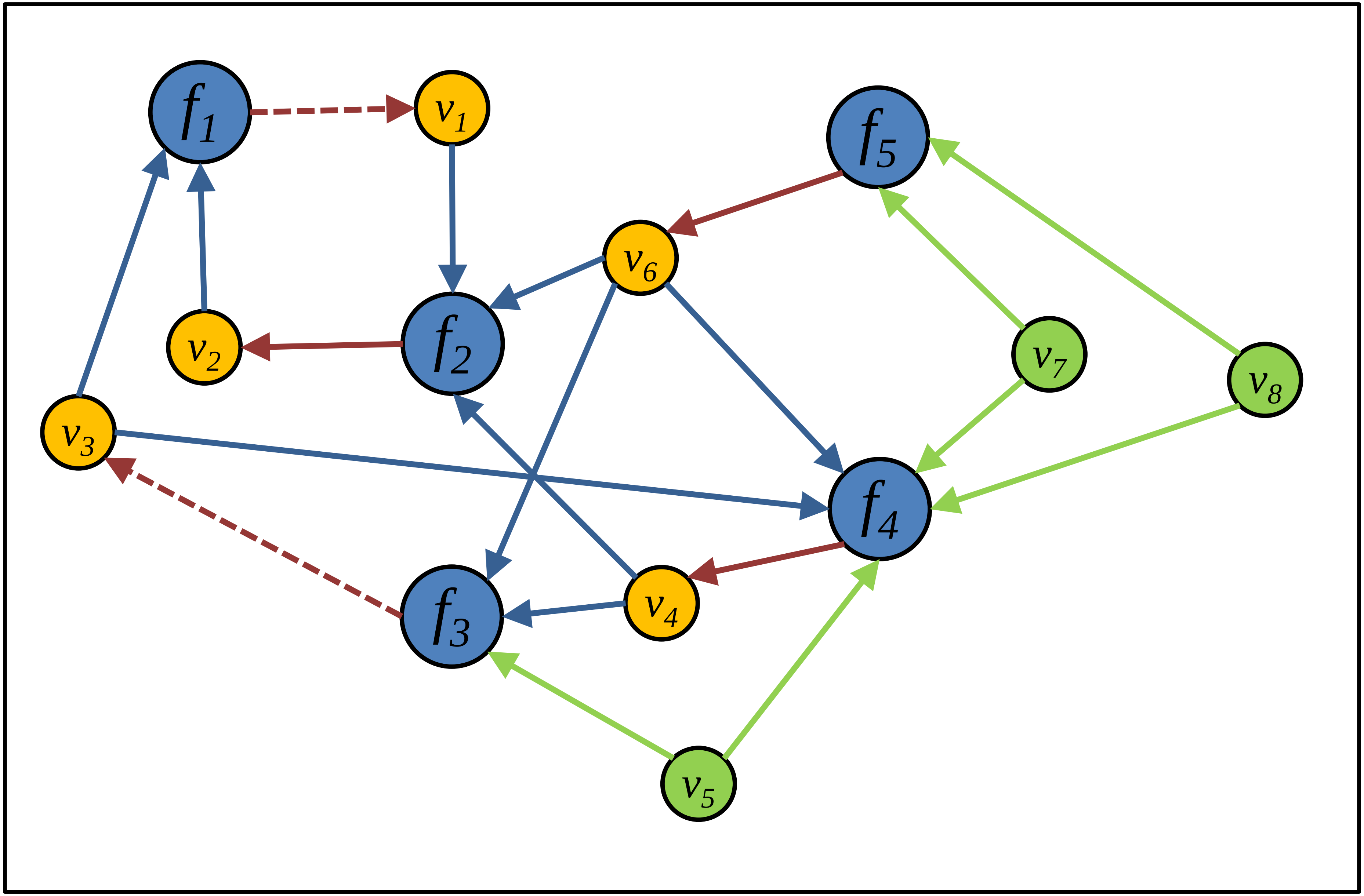
$f_4 \rightarrow v_4$

$f_5 \rightarrow v_6$

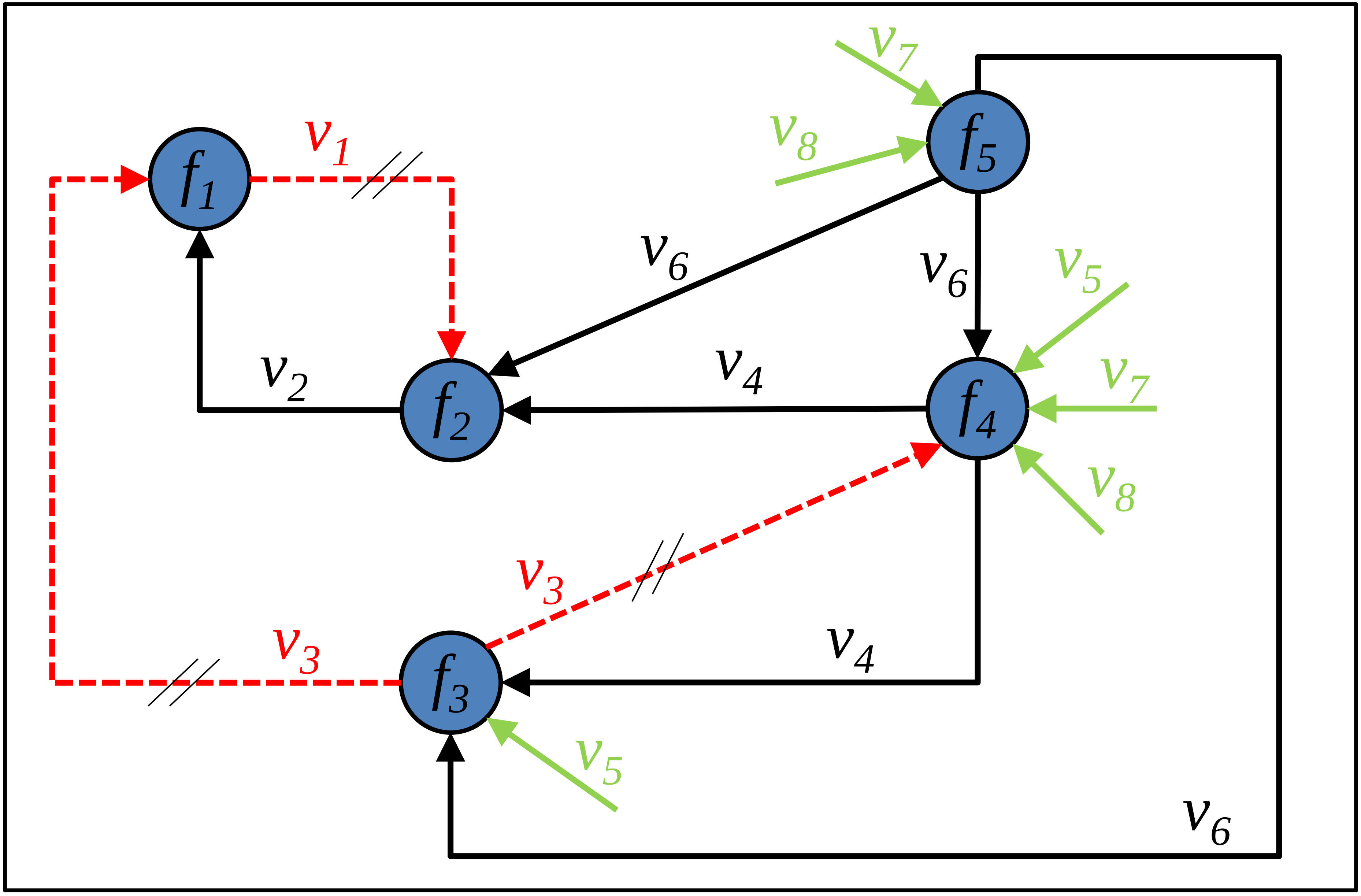
Variante de LC&R para sistemas cíclicos



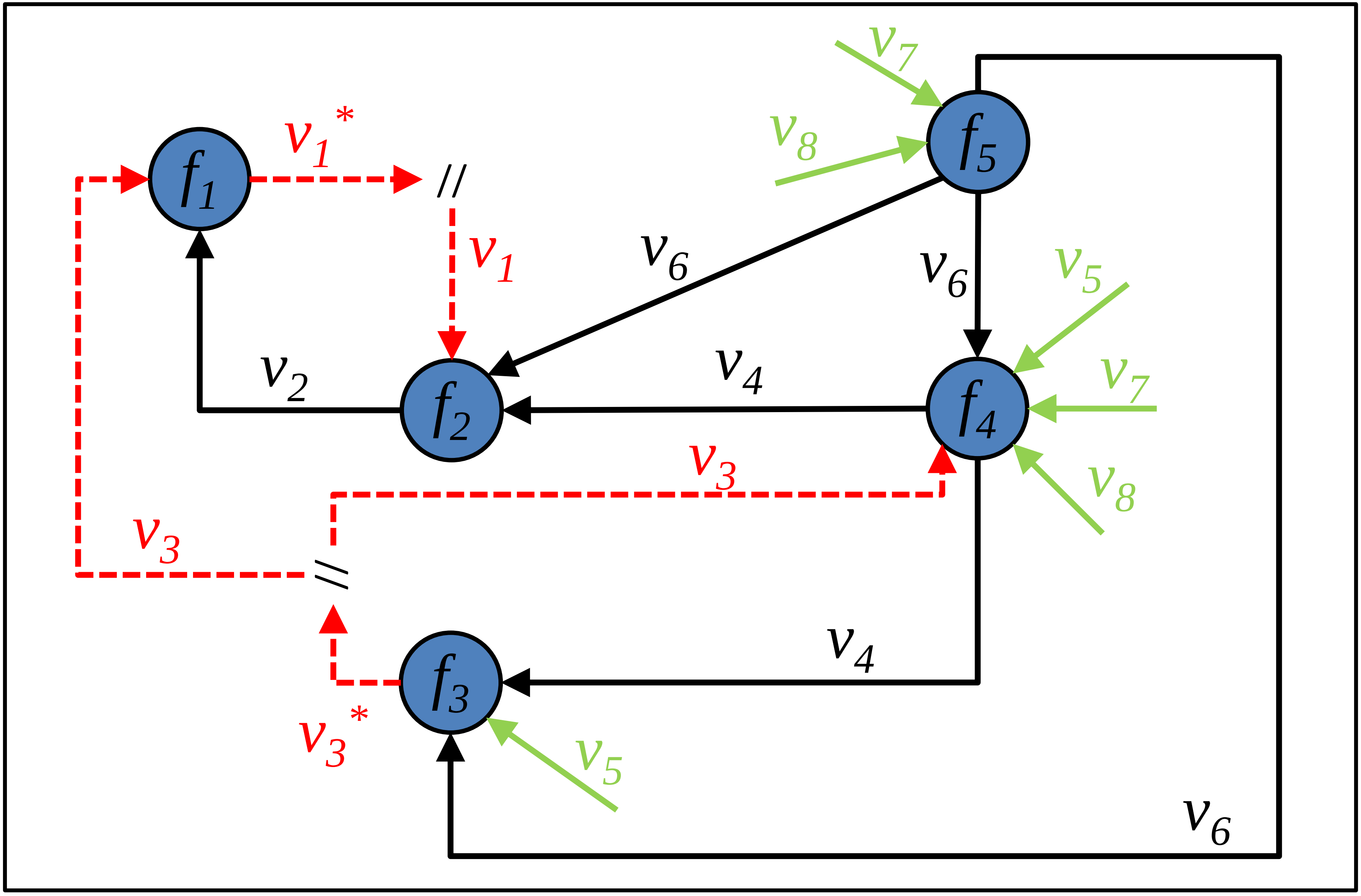
Variante de LC&R para sistemas cíclicos



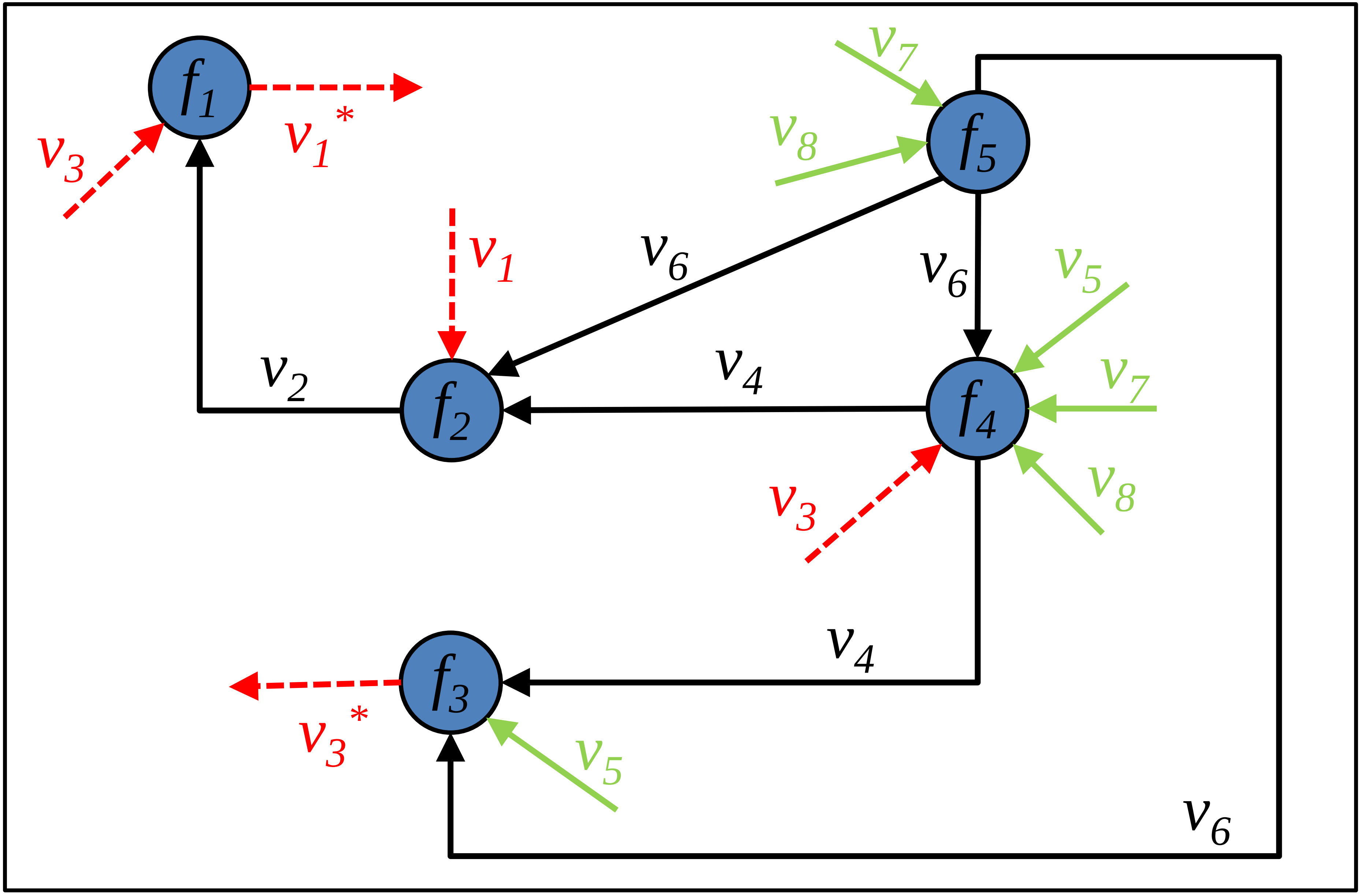
Variante de LC&R para sistemas cíclicos



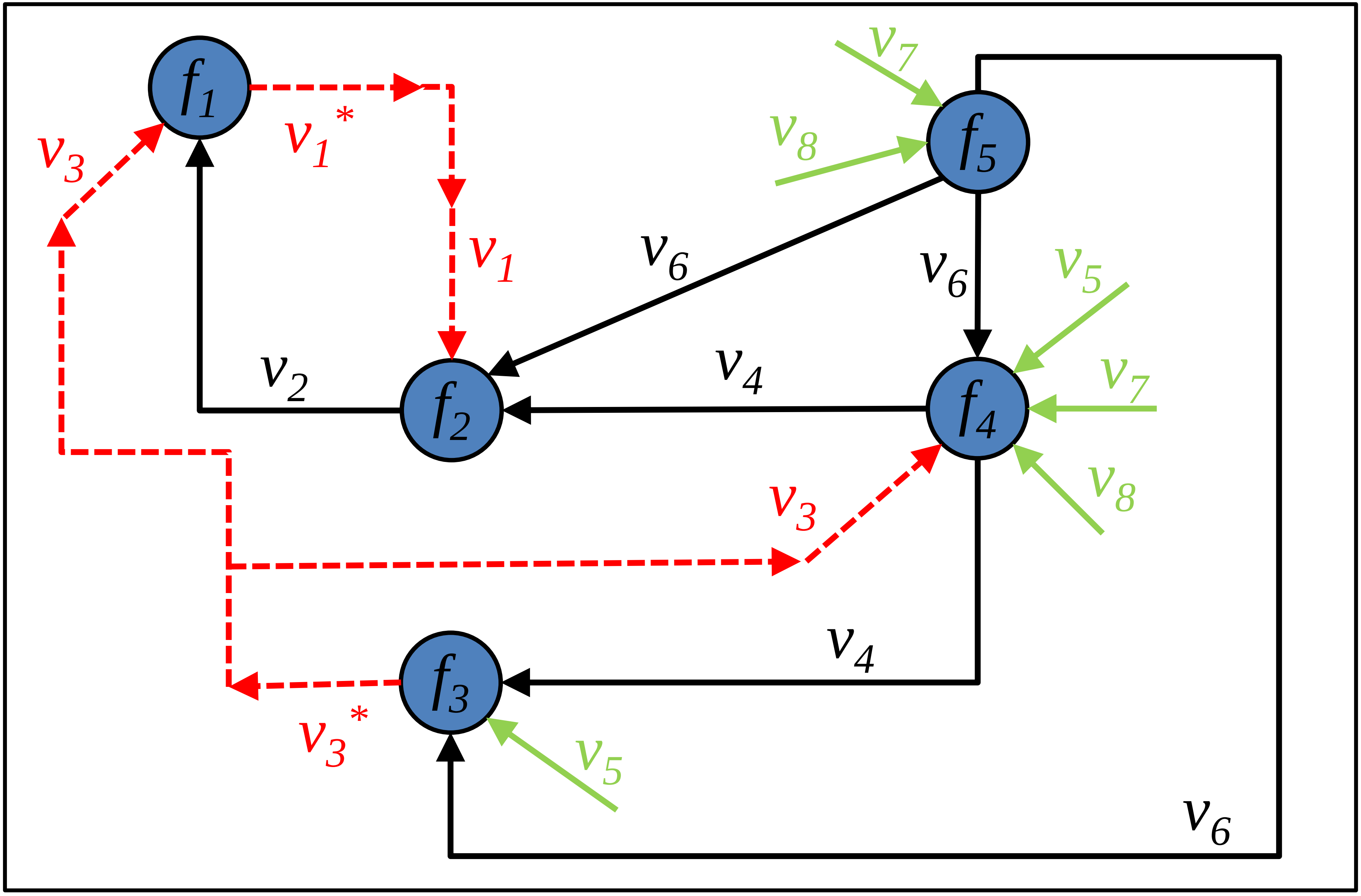
Variante de LC&R para sistemas cíclicos



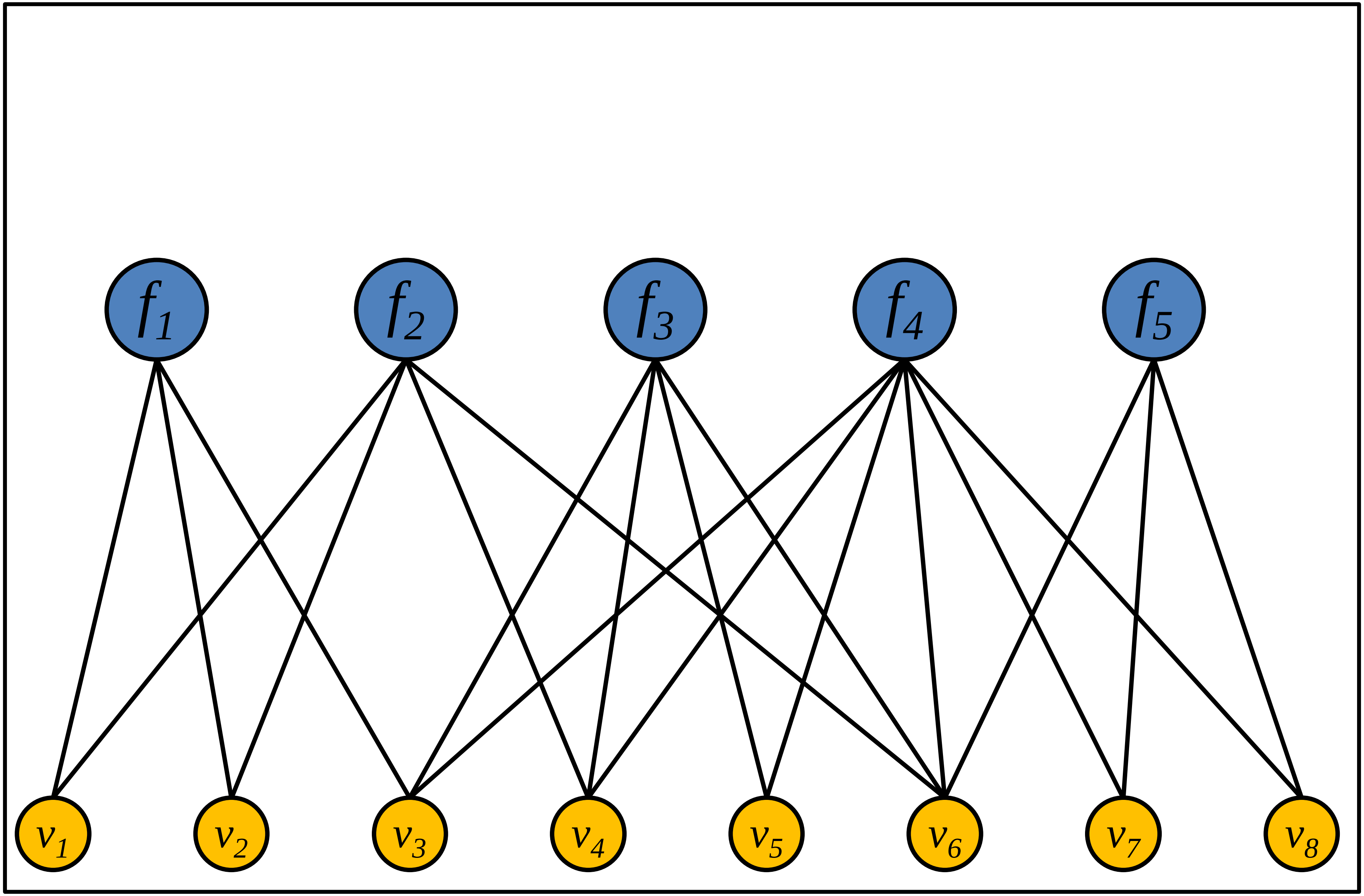
Variante de LC&R para sistemas cíclicos



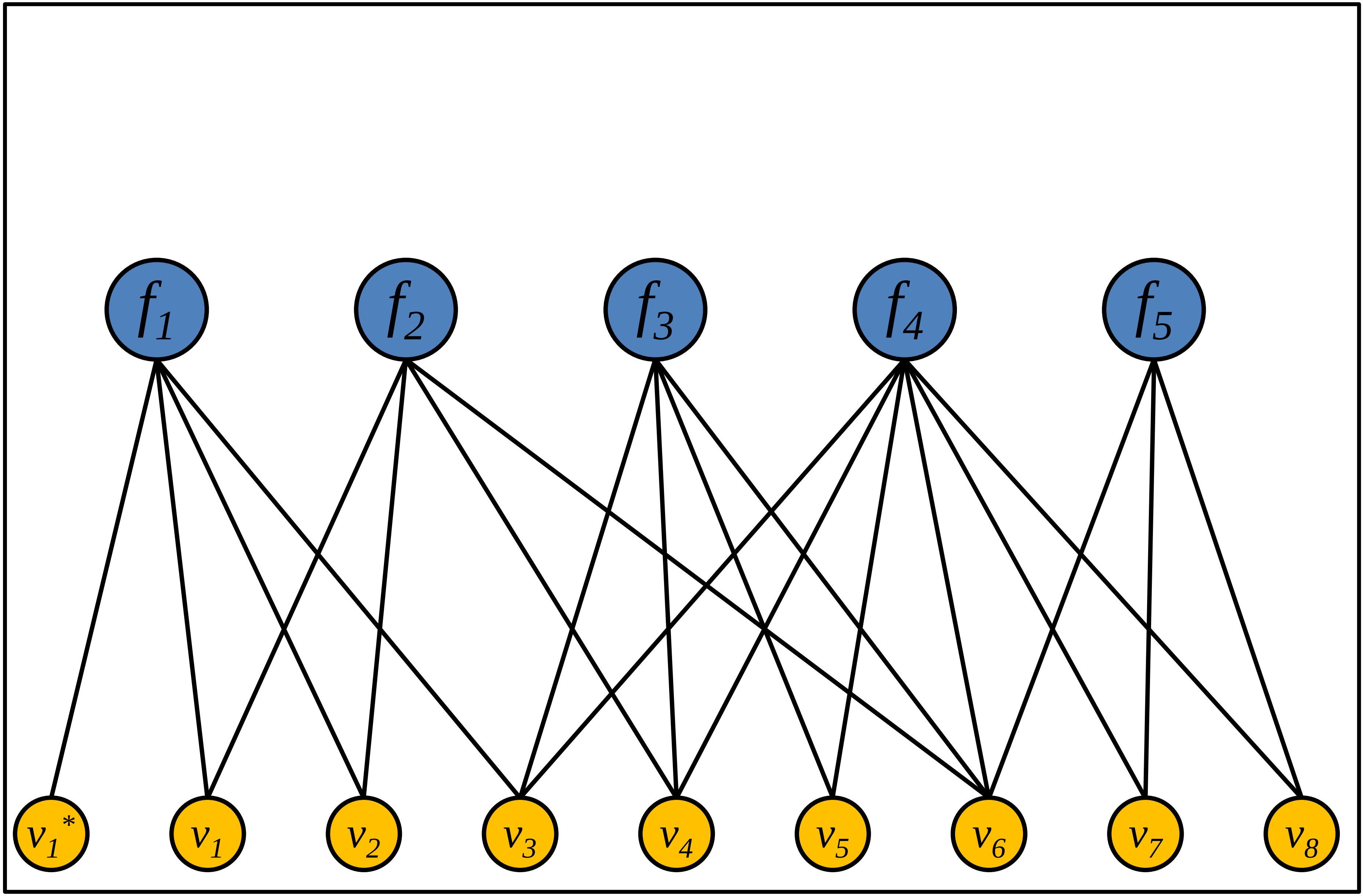
Variante de LC&R para sistemas cíclicos



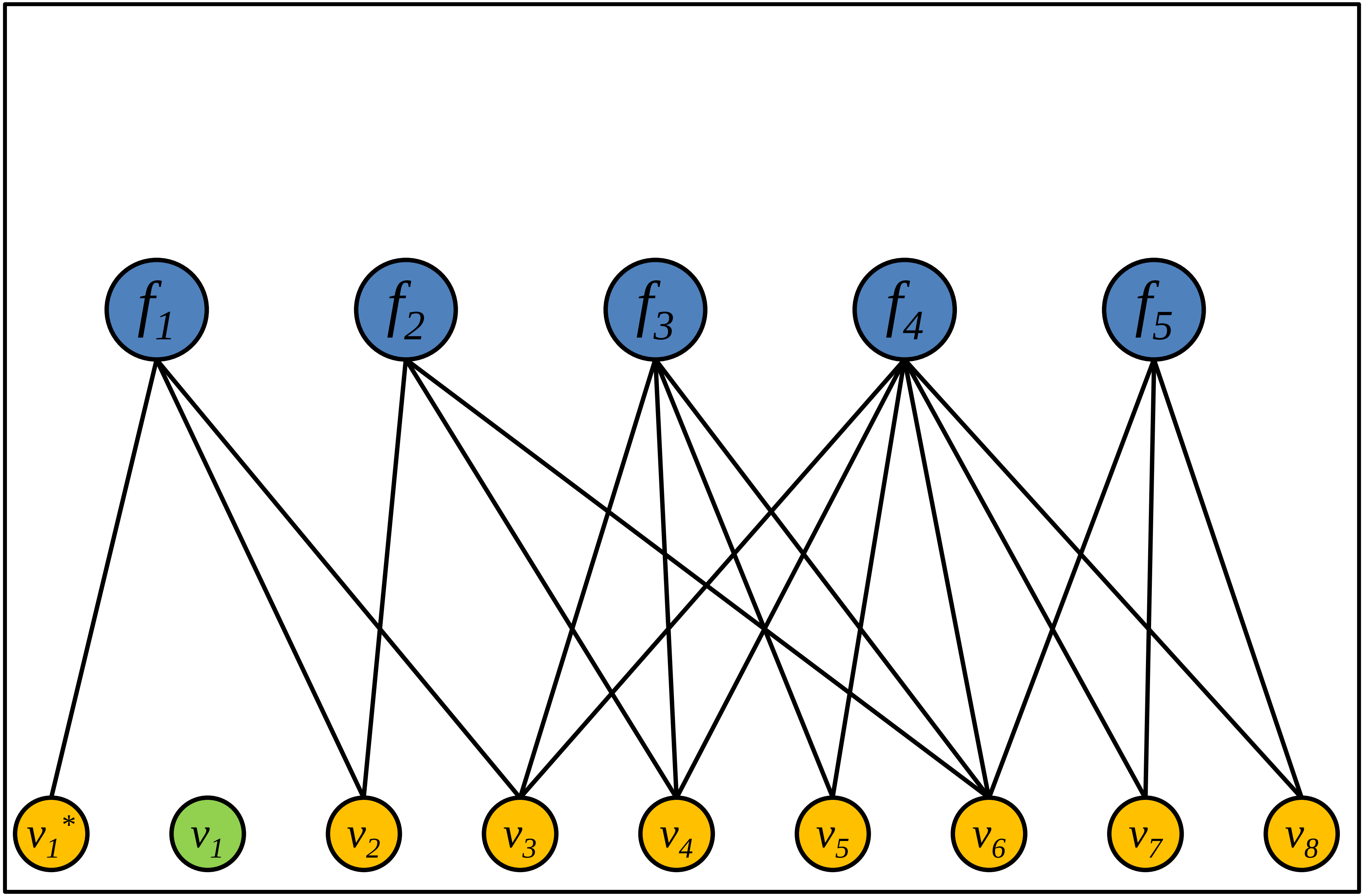
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



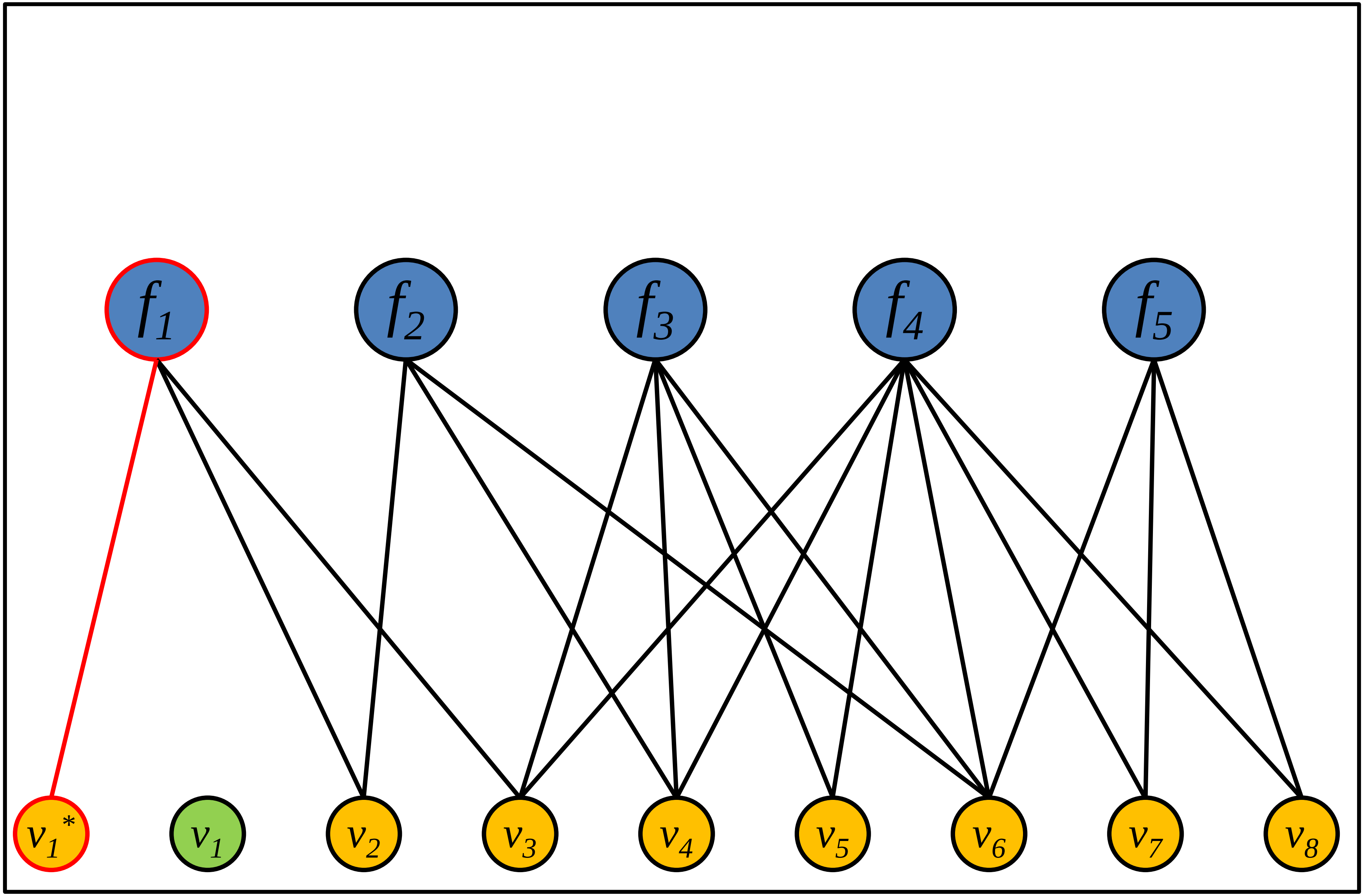
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



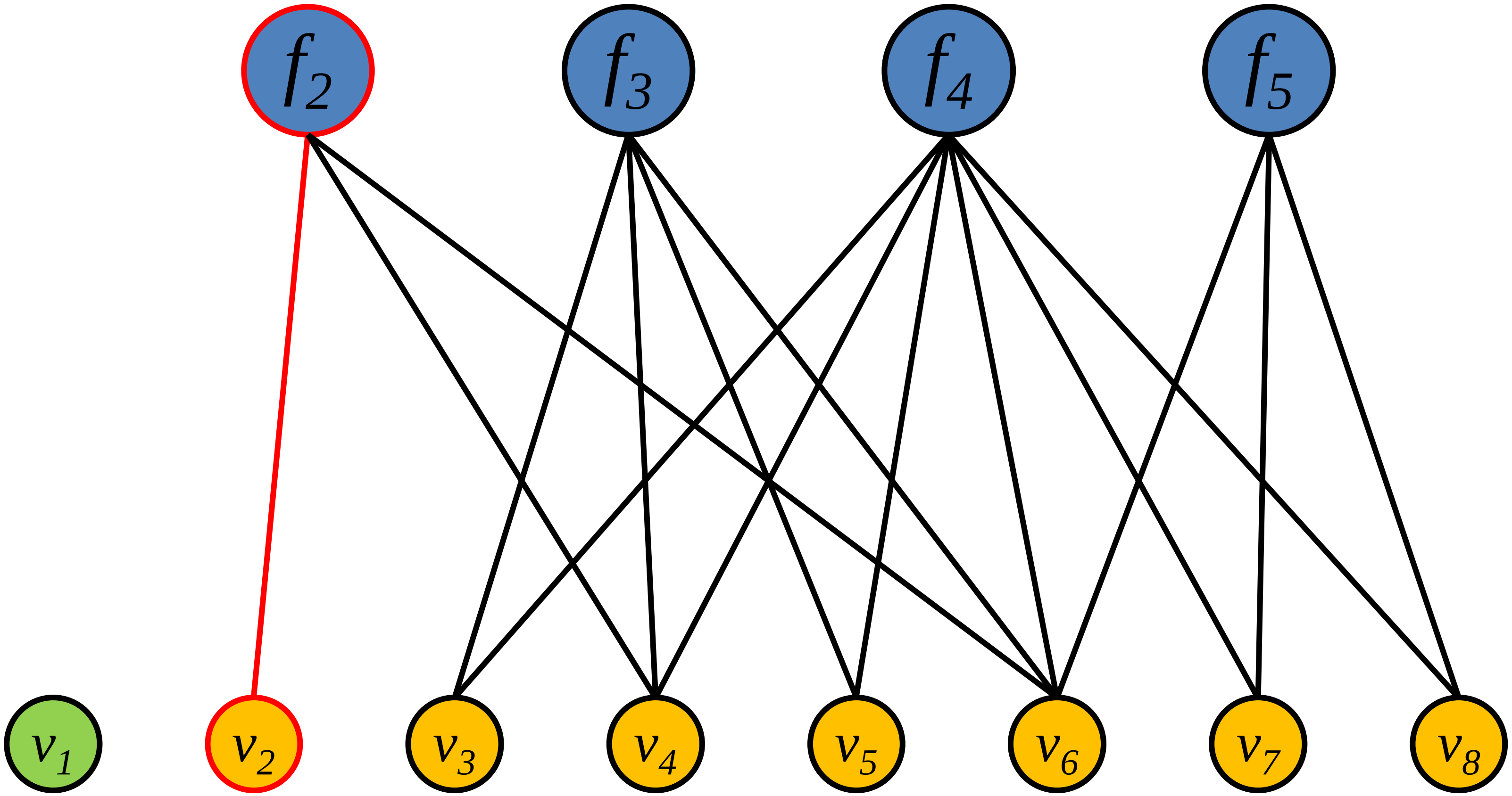
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



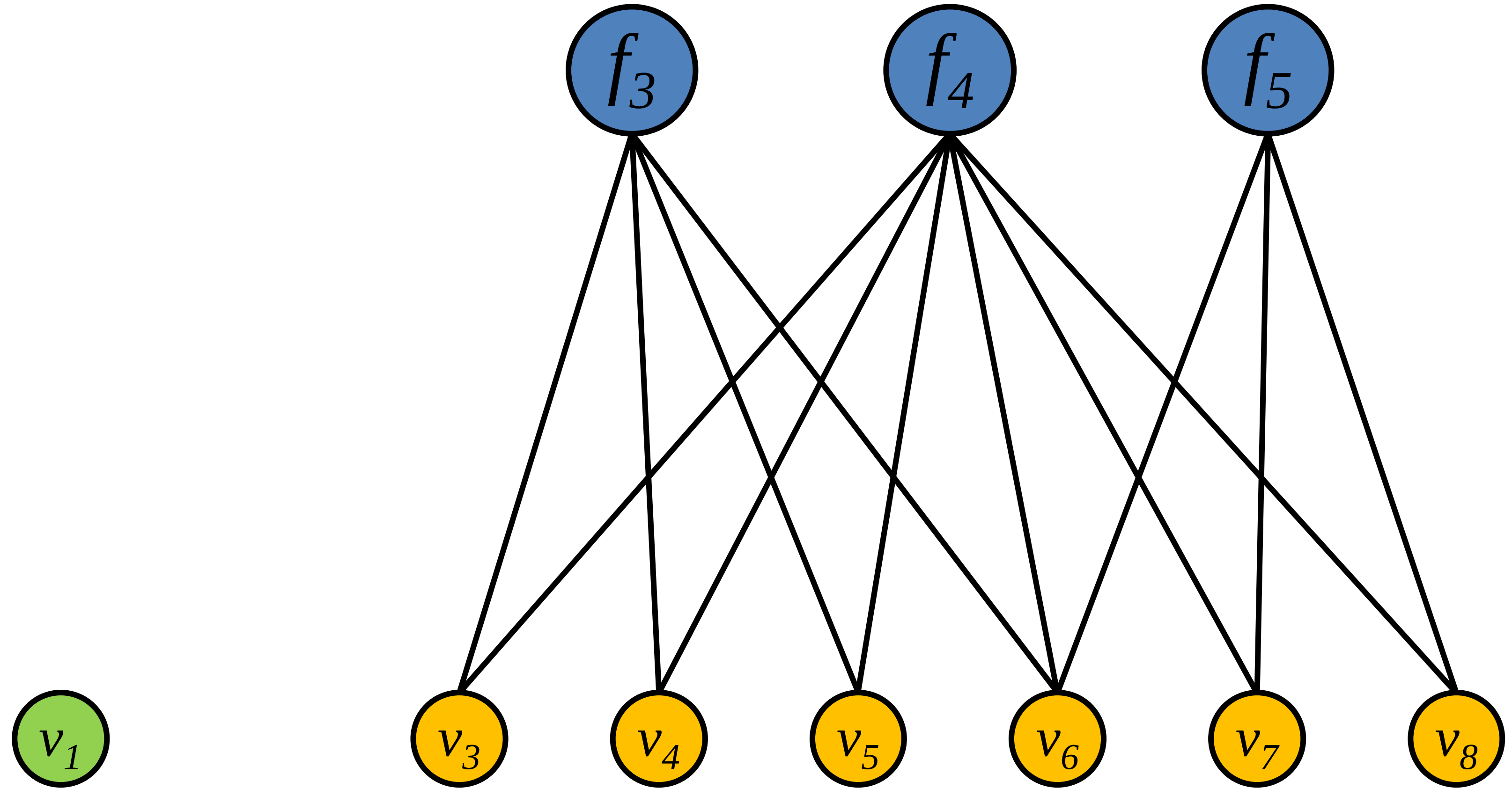
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



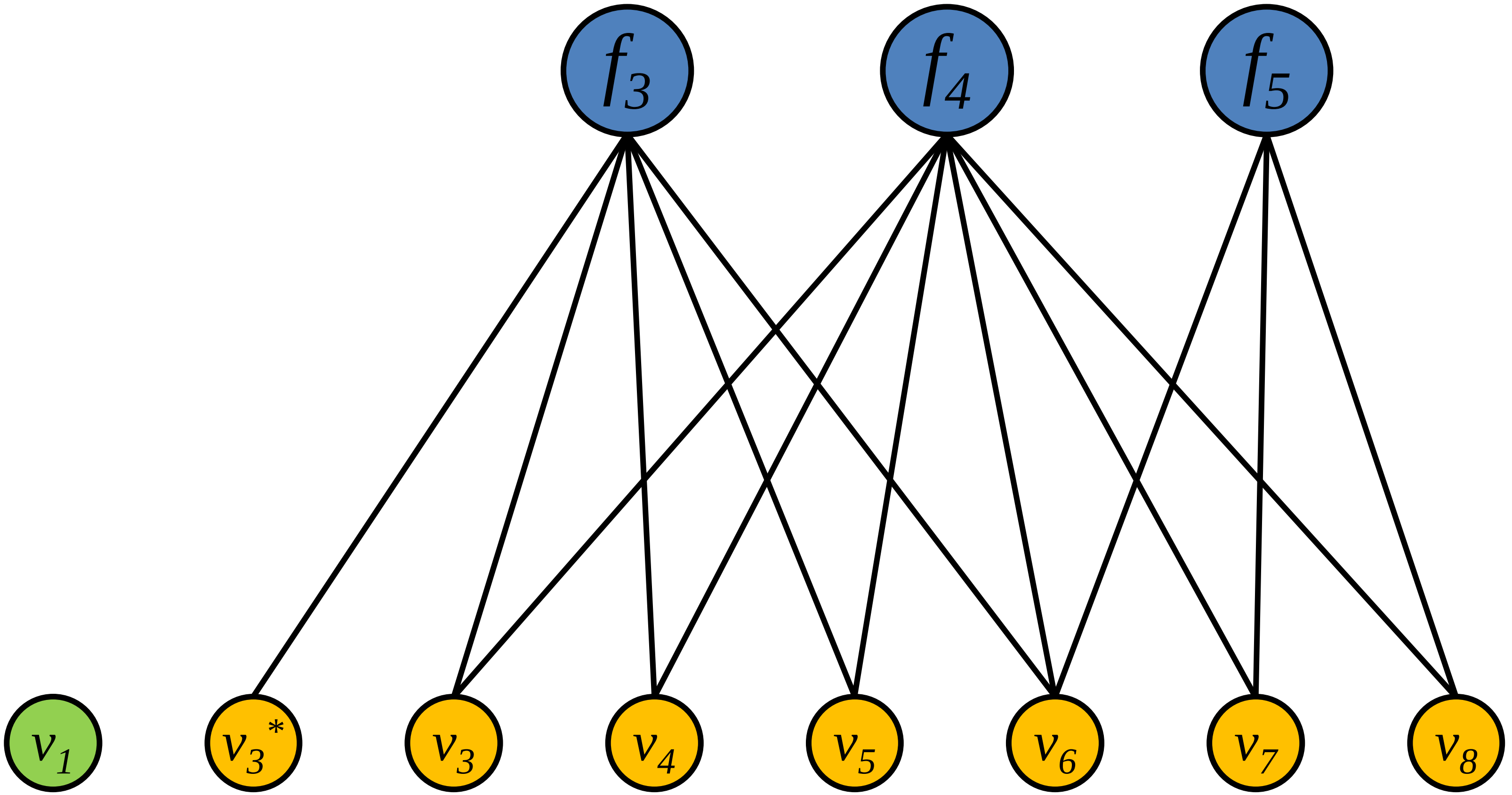
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



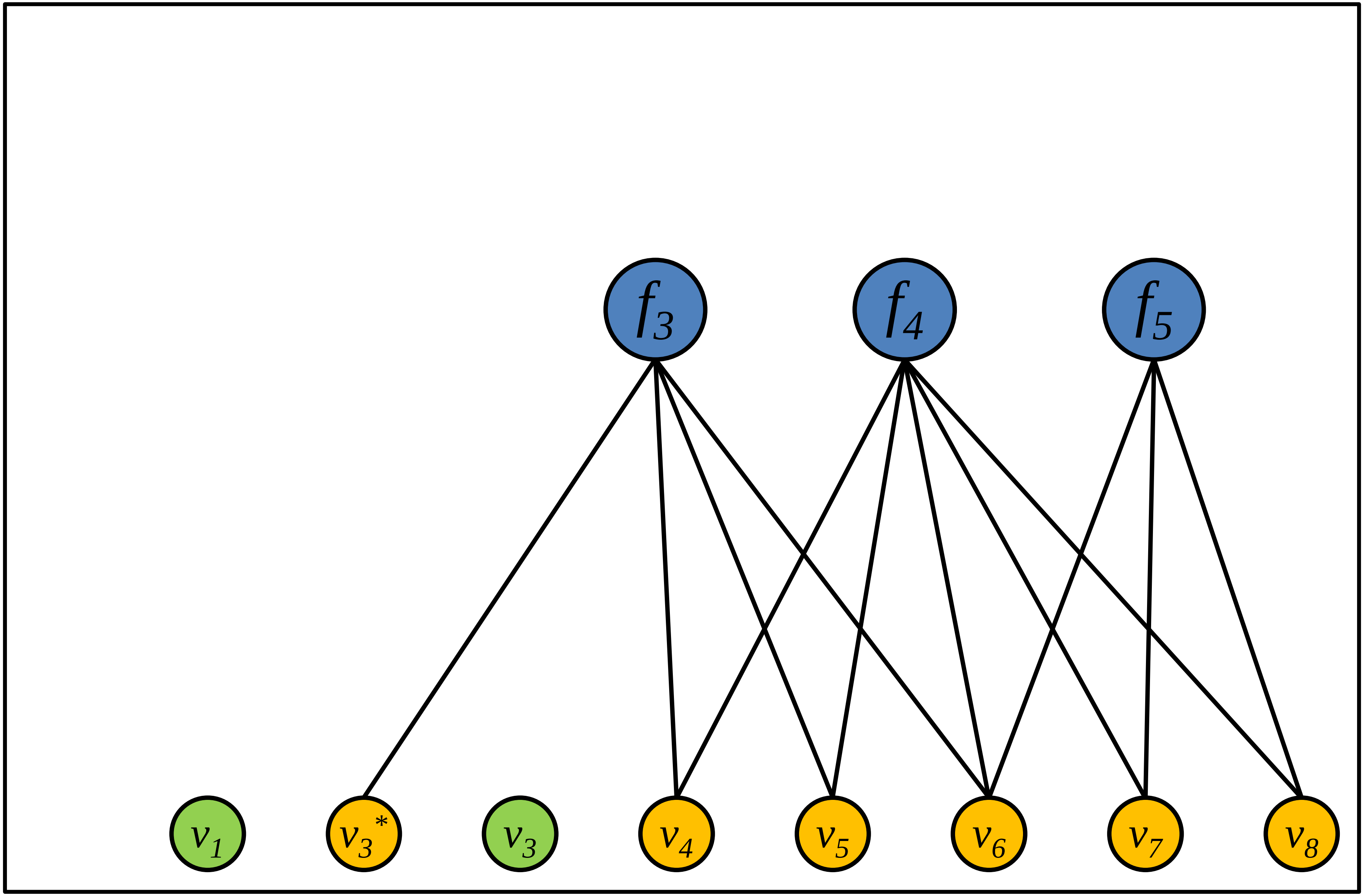
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



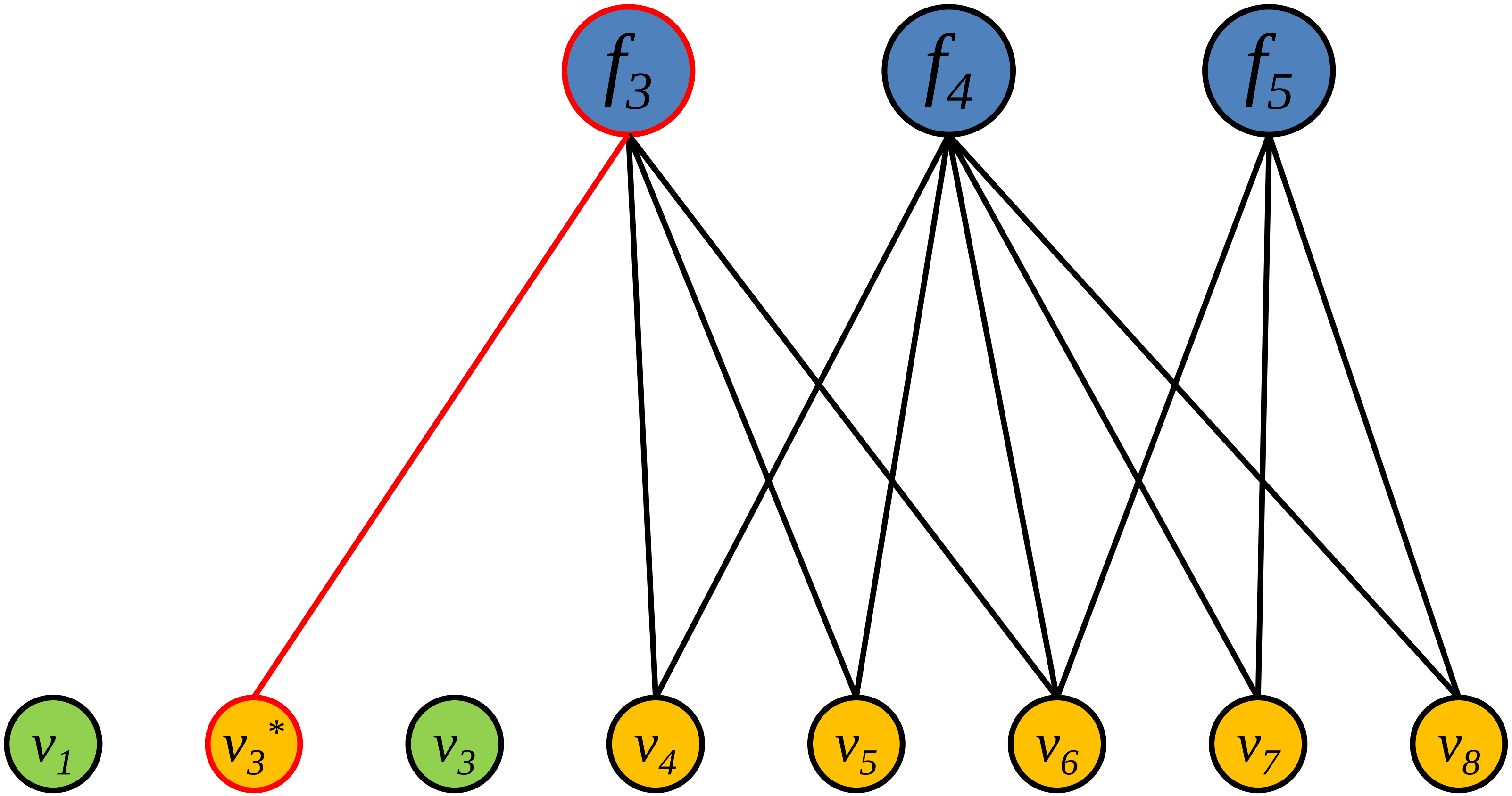
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



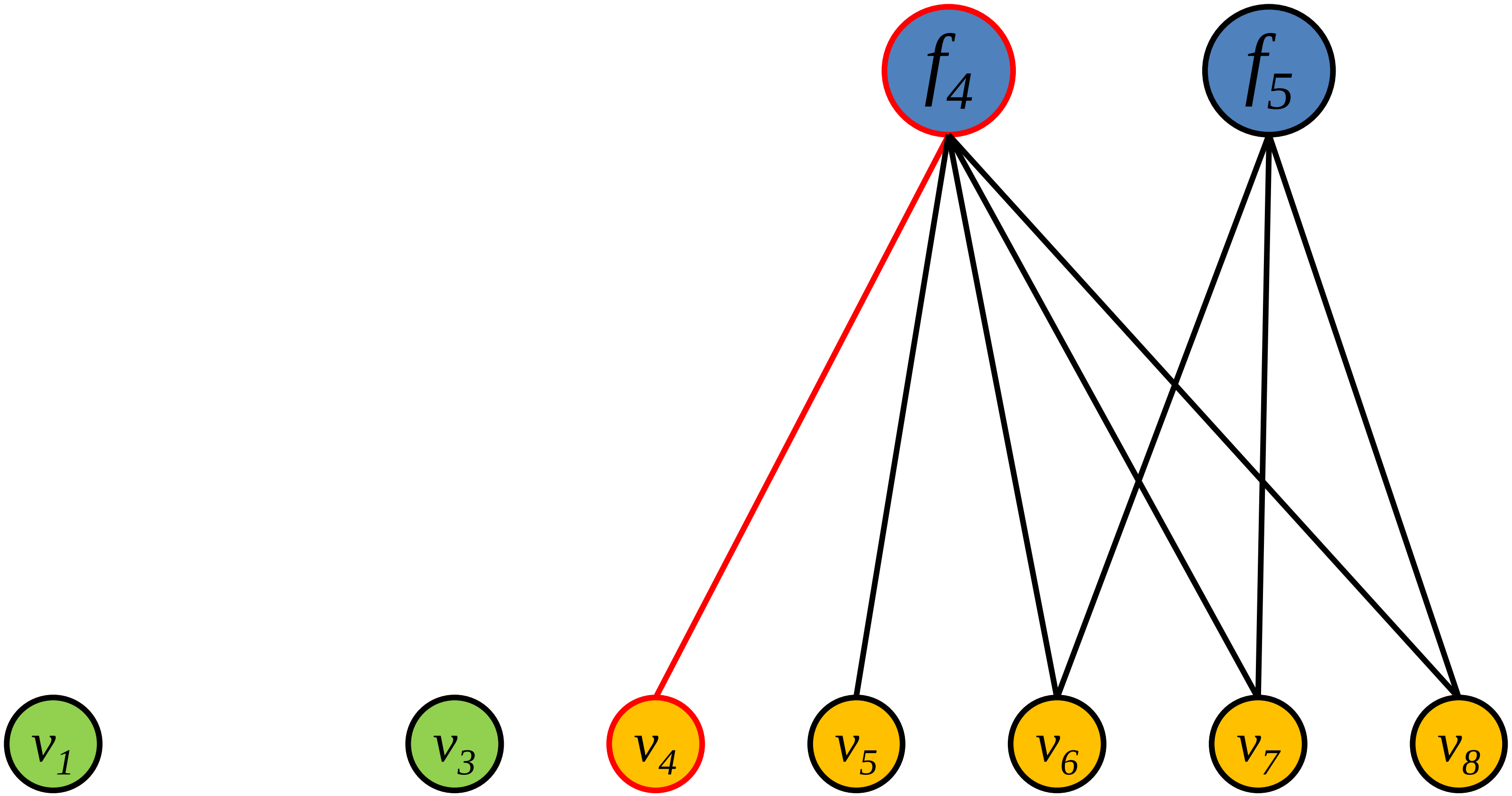
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



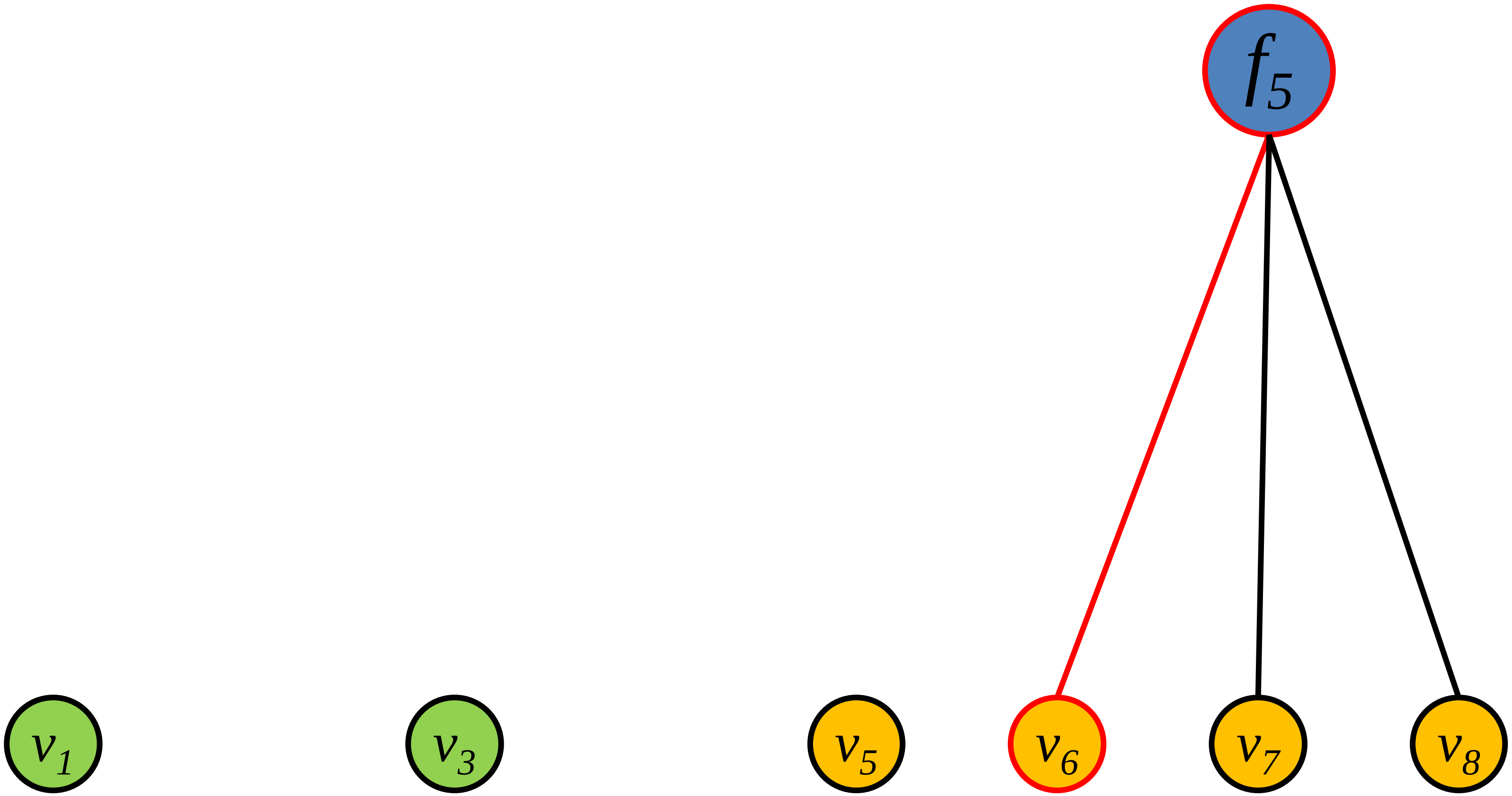
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)

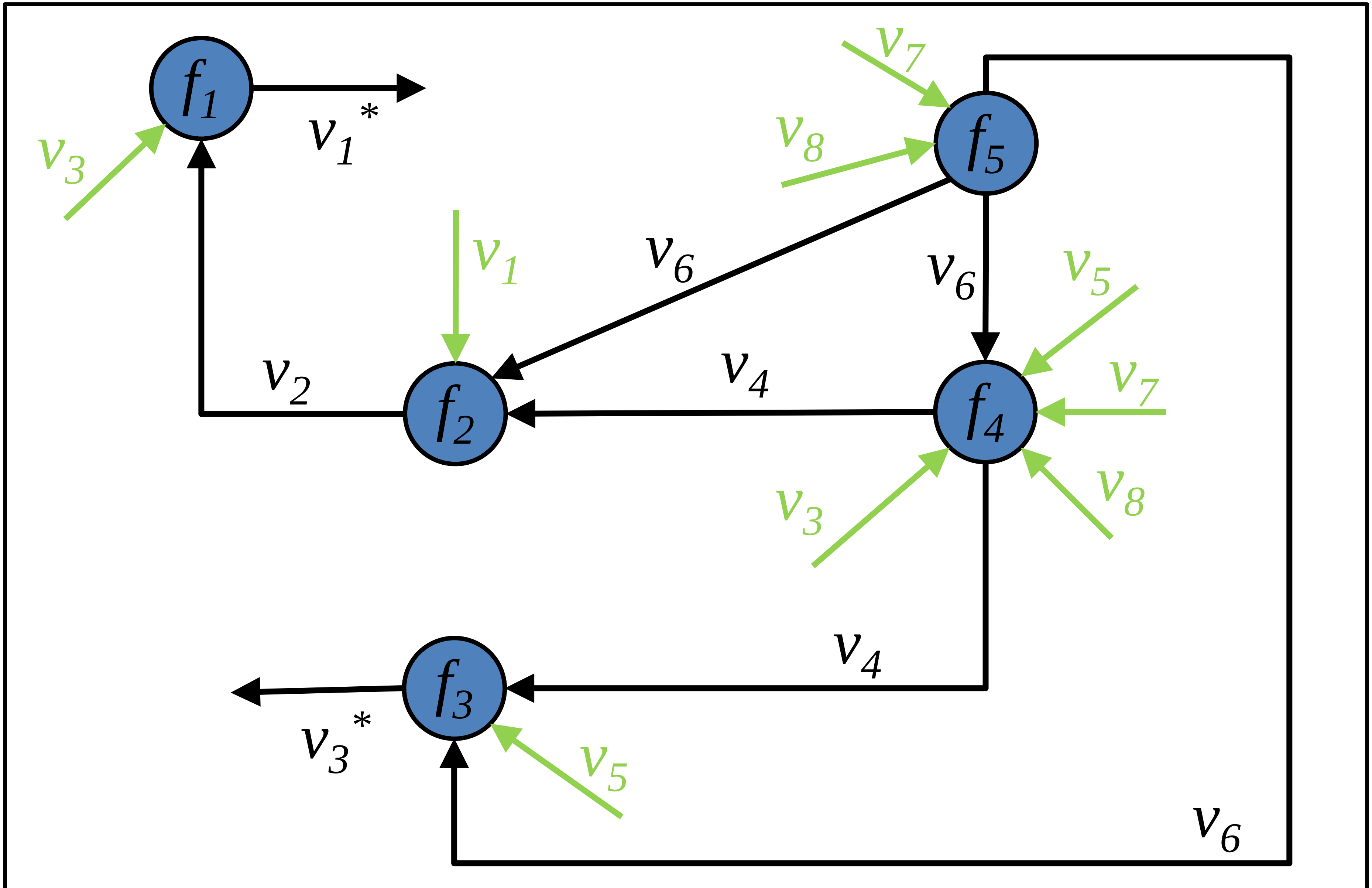


Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



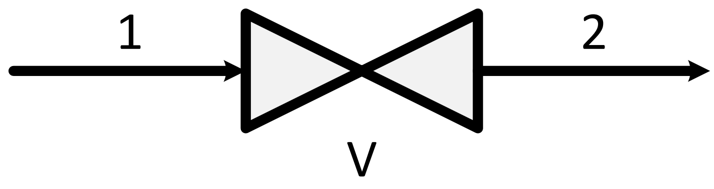
Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)

Variante de LC&R para sistemas cíclicos (Nodo *)



Modelo de una Válvula

$$m_1 x_{1,i} - m_2 x_{2,i} = 0 \qquad \forall i$$



$$\sum_i x_{1,i} = 1$$

$$\sum_i x_{2,i} = 1$$

$$H_1 = H_2$$

$$H_1 = f\left(T_1, P_1, x_1\right)$$

$$H_2 = f\left(T_2, P_2, x_2\right)$$

$m_1 \quad x_{1,i} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1$

$m_2 \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

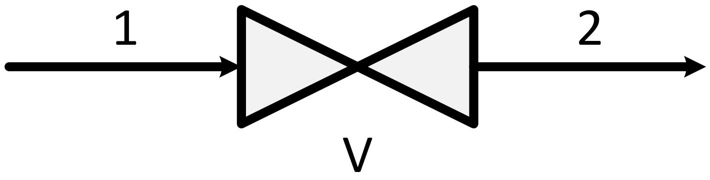
8 + 2i variables

– 5 + i ecuaciones

3 + i Grados de libertad

Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

$$m_1 x_{1,a} - m_2 x_{2,a} = 0$$



$$m_1 x_{1,b} - m_2 x_{2,b} = 0$$

$m_1 \quad x_{1,a} \; x_{1,b} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1$

$m_2 \quad x_{2,a} \; x_{2,b} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

$$x_{1,a} + x_{1,b} = 1$$

$$x_{2,b} + x_{2,b} = 1$$

$$H_1 = H_2$$

$$H_1 = f\left(T_1, P_1, x_{1,a}, x_{1,b}\right)$$

$$H_2 = f\left(T_2, P_2, x_{2,a}, x_{2,b}\right)$$

Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

$$m_1 x_{1,a} - m_2 x_{2,a} = 0$$

$$m_1 x_{1,b} - m_2 x_{2,b} = 0$$

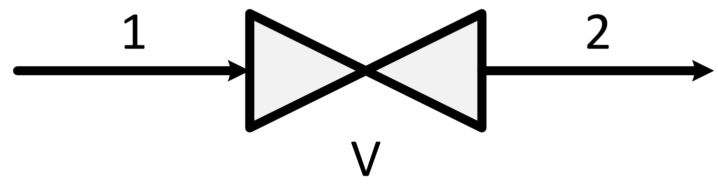
$$x_{1,a} + x_{1,b} - 1 = 0$$

$$x_{2,a} + x_{2,b} - 1 = 0$$

$$H_1 - H_2 = 0$$

$$H_1 - f\left(T_1, P_1, x_{1,a}, x_{1,b}\right) = 0$$

$$H_2 - f\left(T_2, P_2, x_{2,a}, x_{2,b}\right) = 0$$



$m_1 \quad x_{1,a} \; x_{1,b} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1$

$m_2 \quad x_{2,a} \; x_{2,b} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

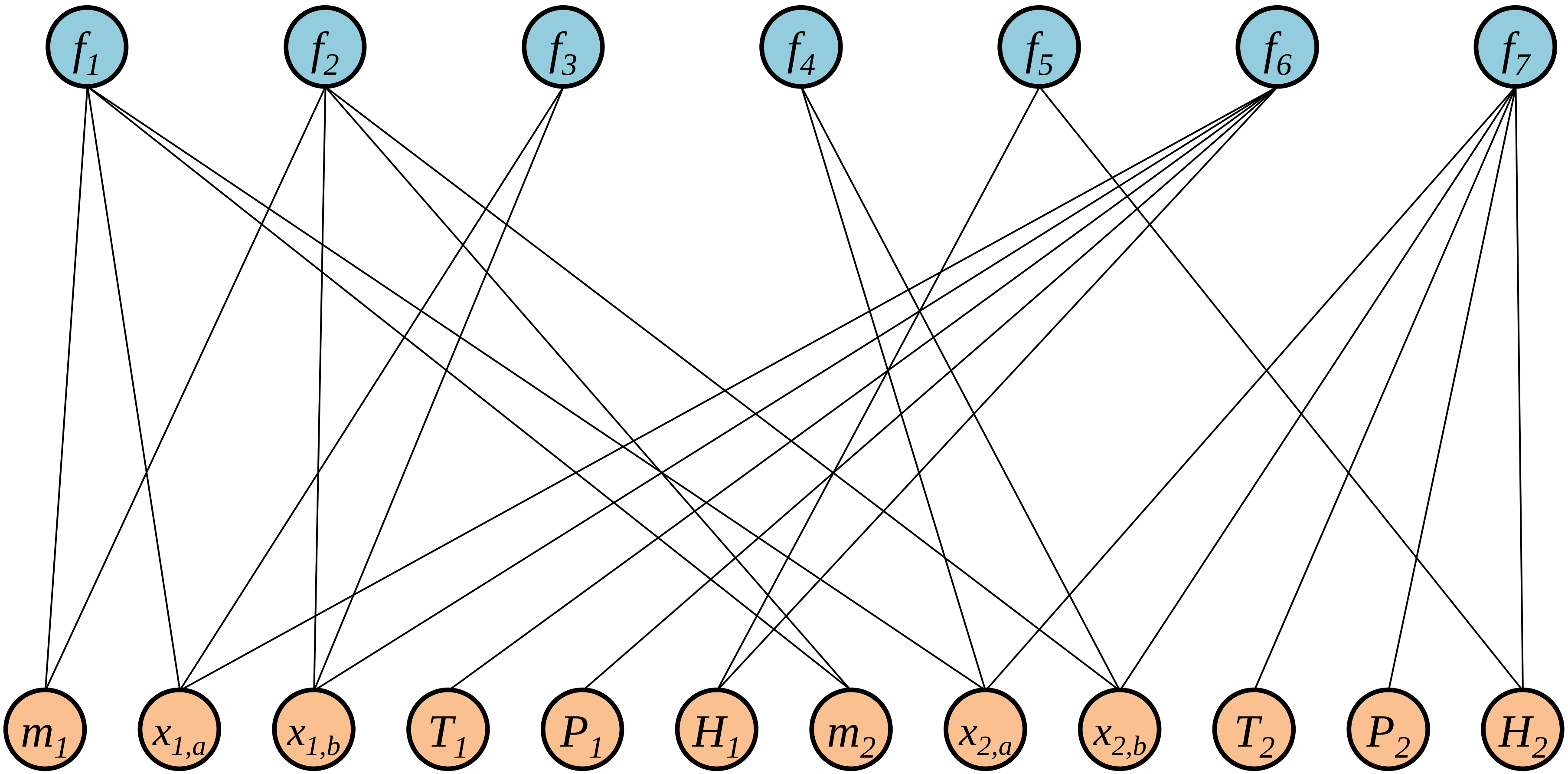
Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

$$\underline{f}\left(\underline{x}\right) = \begin{pmatrix} m_1 x_{1,a} - m_2 x_{2,a} \\ m_1 x_{1,b} - m_2 x_{2,b} \\ x_{1,a} + x_{1,b} - 1 \\ x_{2,a} + x_{2,b} - 1 \\ H_1 - H_2 \\ H_1 - f\left(T_1, P_1, x_{1,a}, x_{1,b}\right) \\ H_2 - f\left(T_2, P_2, x_{2,a}, x_{2,b}\right) \end{pmatrix} \qquad \underline{x} = \begin{pmatrix} m_1 \\ x_{1,a} \\ x_{1,b} \\ T_1 \\ P_1 \\ H_1 \\ m_2 \\ x_{2,a} \\ x_{2,b} \\ T_2 \\ P_2 \\ H_2 \end{pmatrix}$$

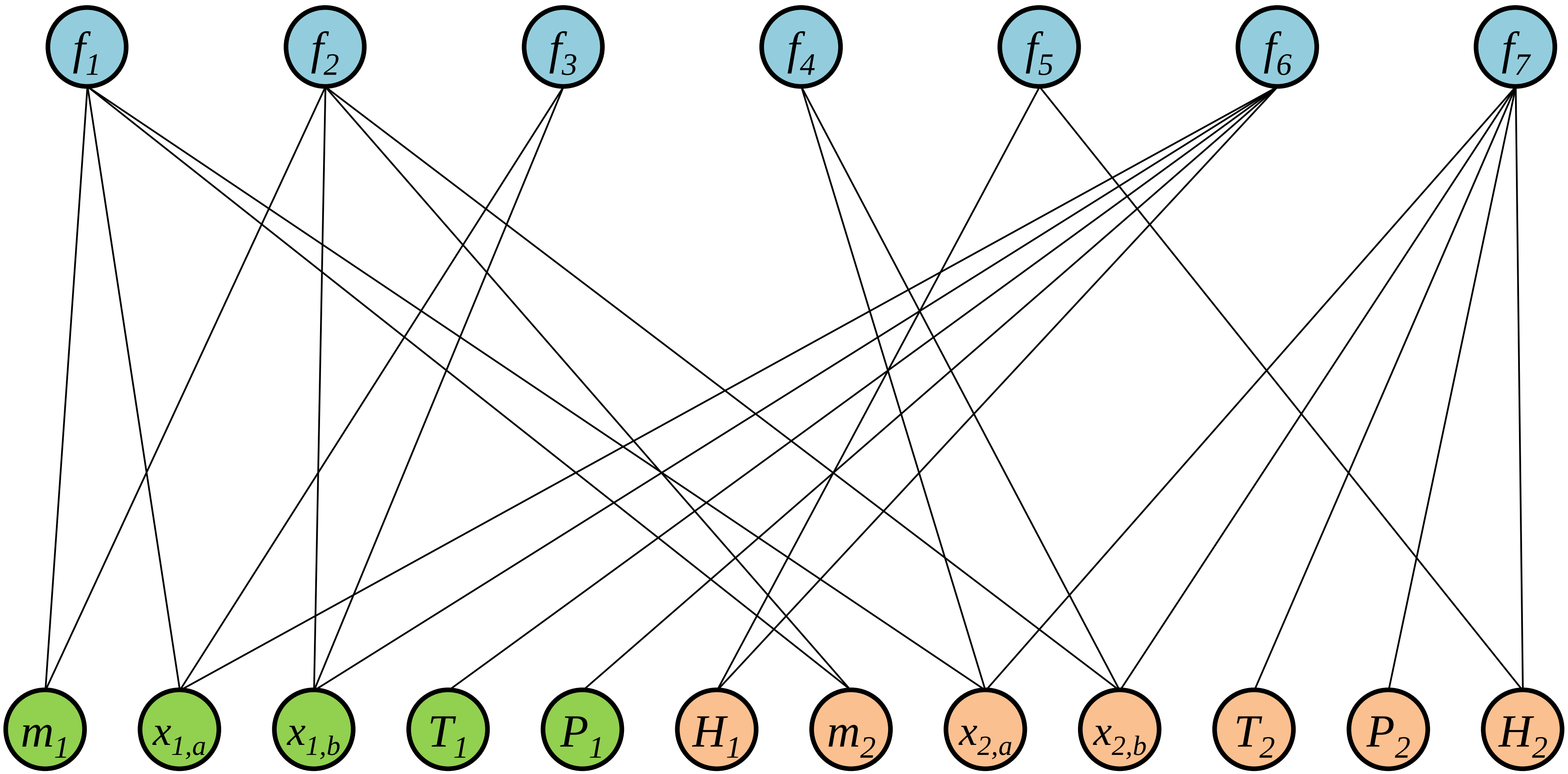
Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

$$\underline{f}\left(\underline{x}\right)=\begin{pmatrix} f_1\left(m_1, x_{1,a}, m_2, x_{2,a}\right) \\ f_2\left(m_1, x_{1,b}, m_2, x_{2,b}\right) \\ f_3\left(x_{1,a}, x_{1,b}\right) \\ f_4\left(x_{2,a}, x_{2,b}\right) \\ f_5\left(H_1, H_2\right) \\ f_6\left(H_1, T_1, P_1, x_{1,a}, x_{1,b}\right) \\ f_7\left(H_2, T_2, P_2, x_{2,a}, x_{2,b}\right) \end{pmatrix} \qquad \underline{x}=\begin{pmatrix} m_1 \\ x_{1,a} \\ x_{1,b} \\ T_1 \\ P_1 \\ H_1 \\ m_2 \\ x_{2,a} \\ x_{2,b} \\ T_2 \\ P_2 \\ H_2 \end{pmatrix}$$

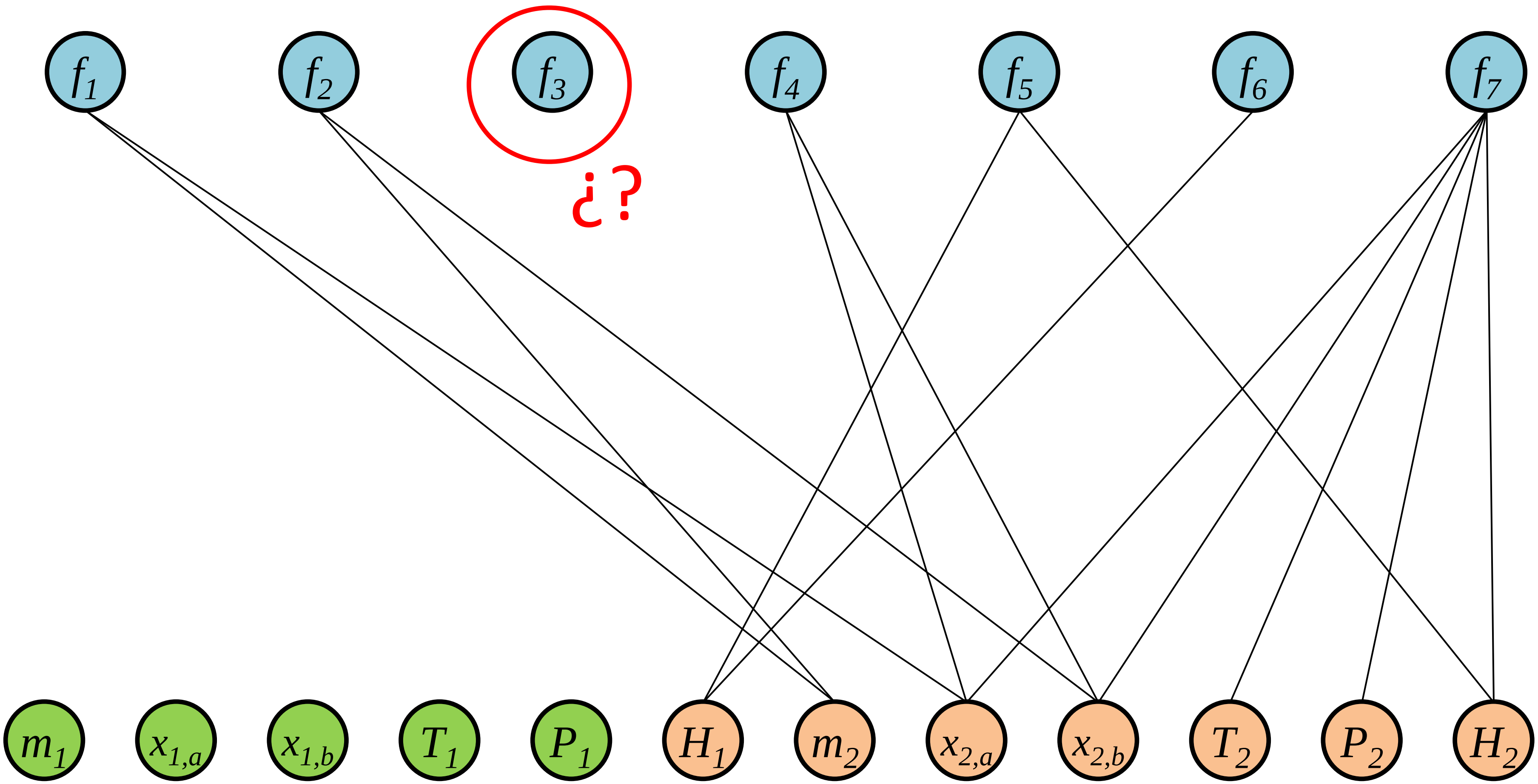
Modelo de una Válvula (mezcla binaria)



Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

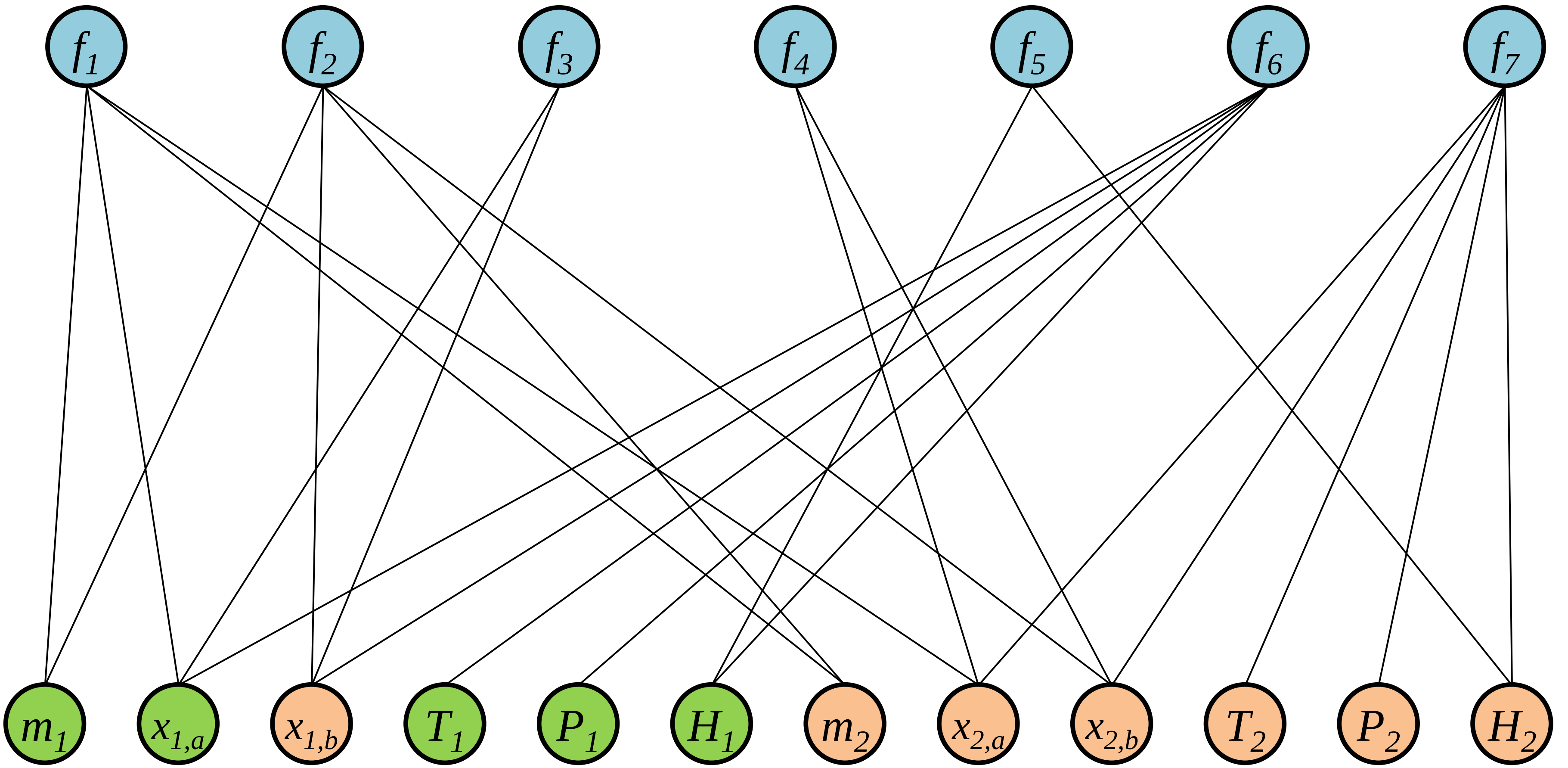


Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

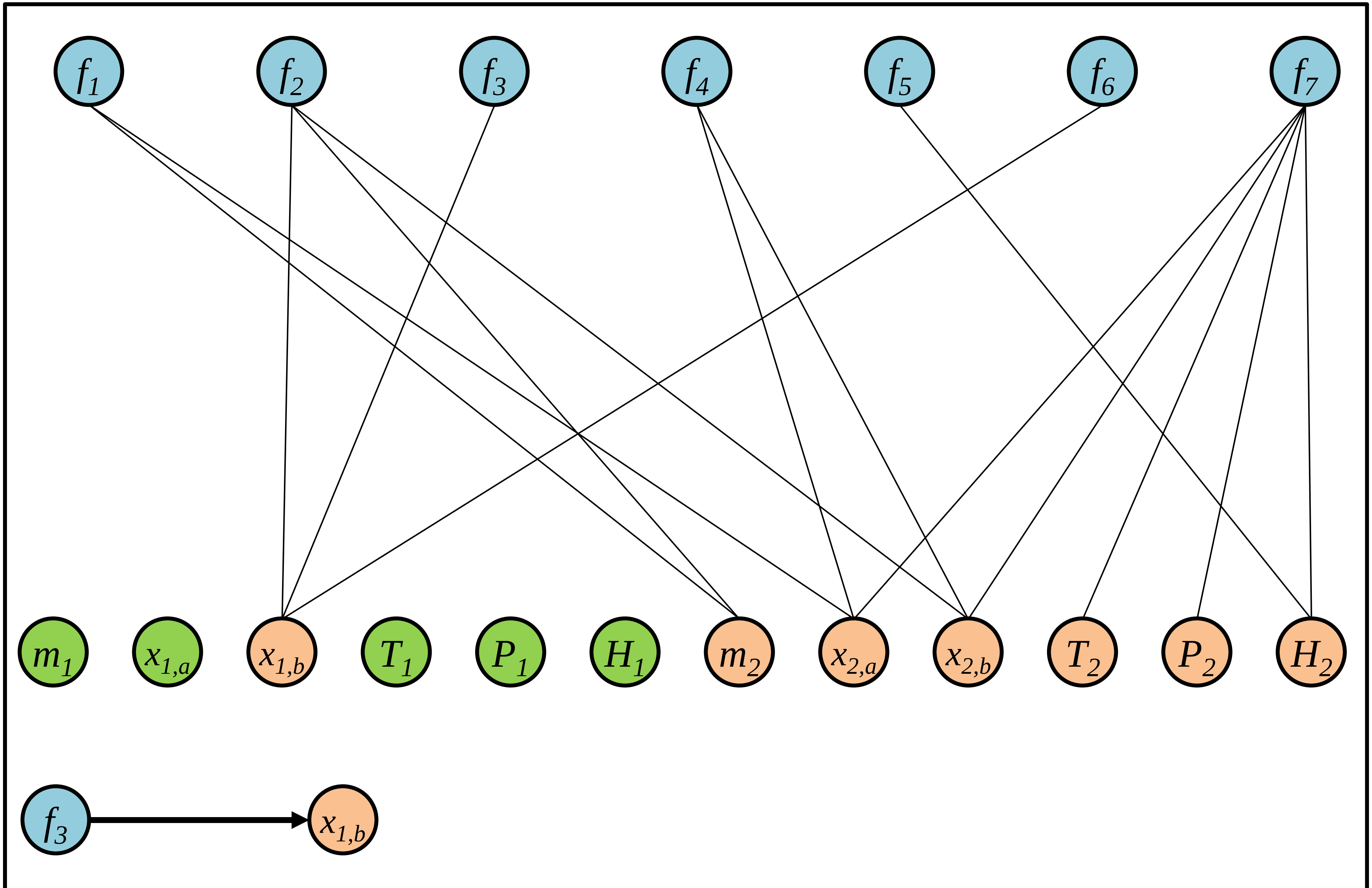


¡Pierdo una ecuación!

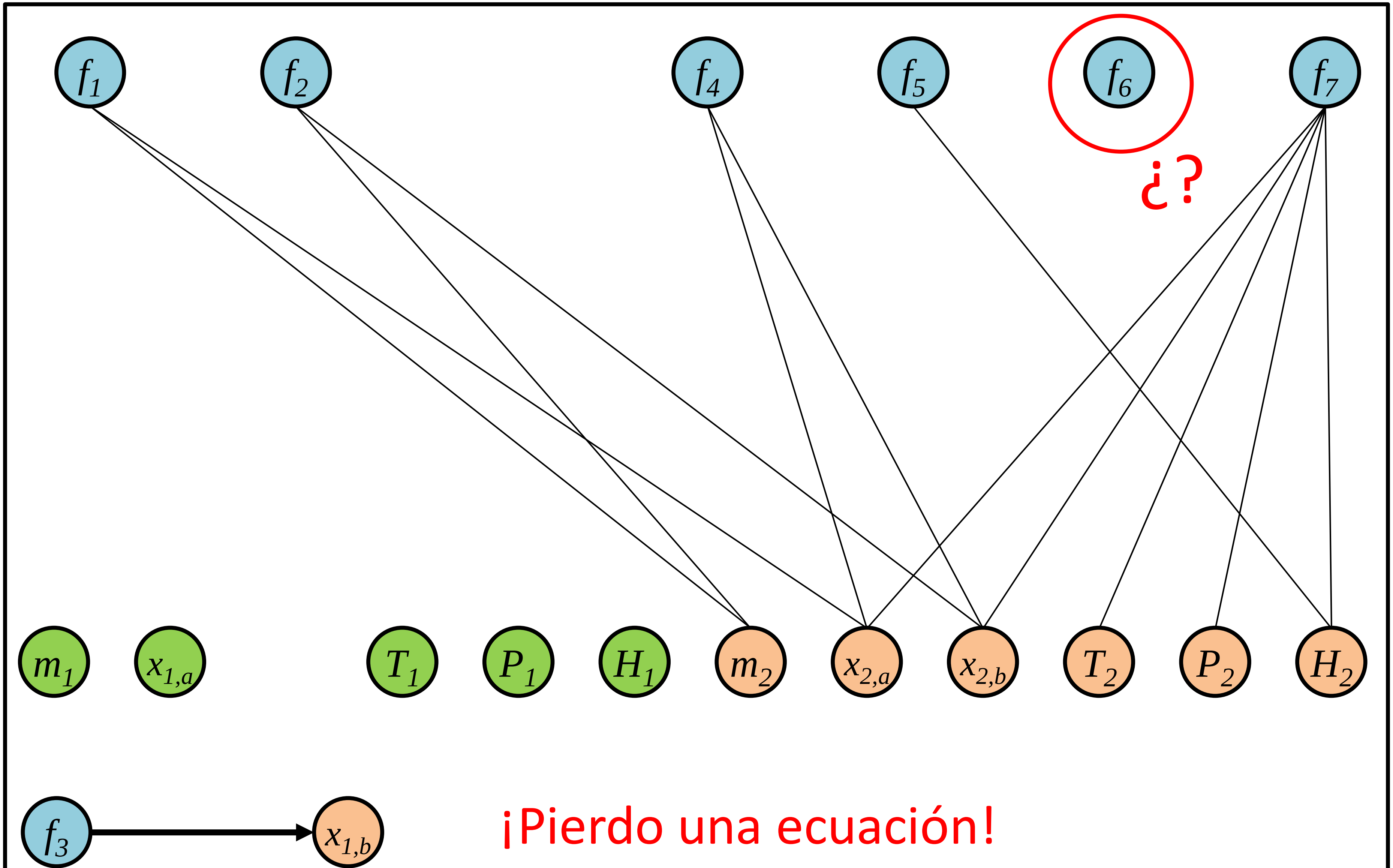
Modelo de una Válvula (mezcla binaria)



Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

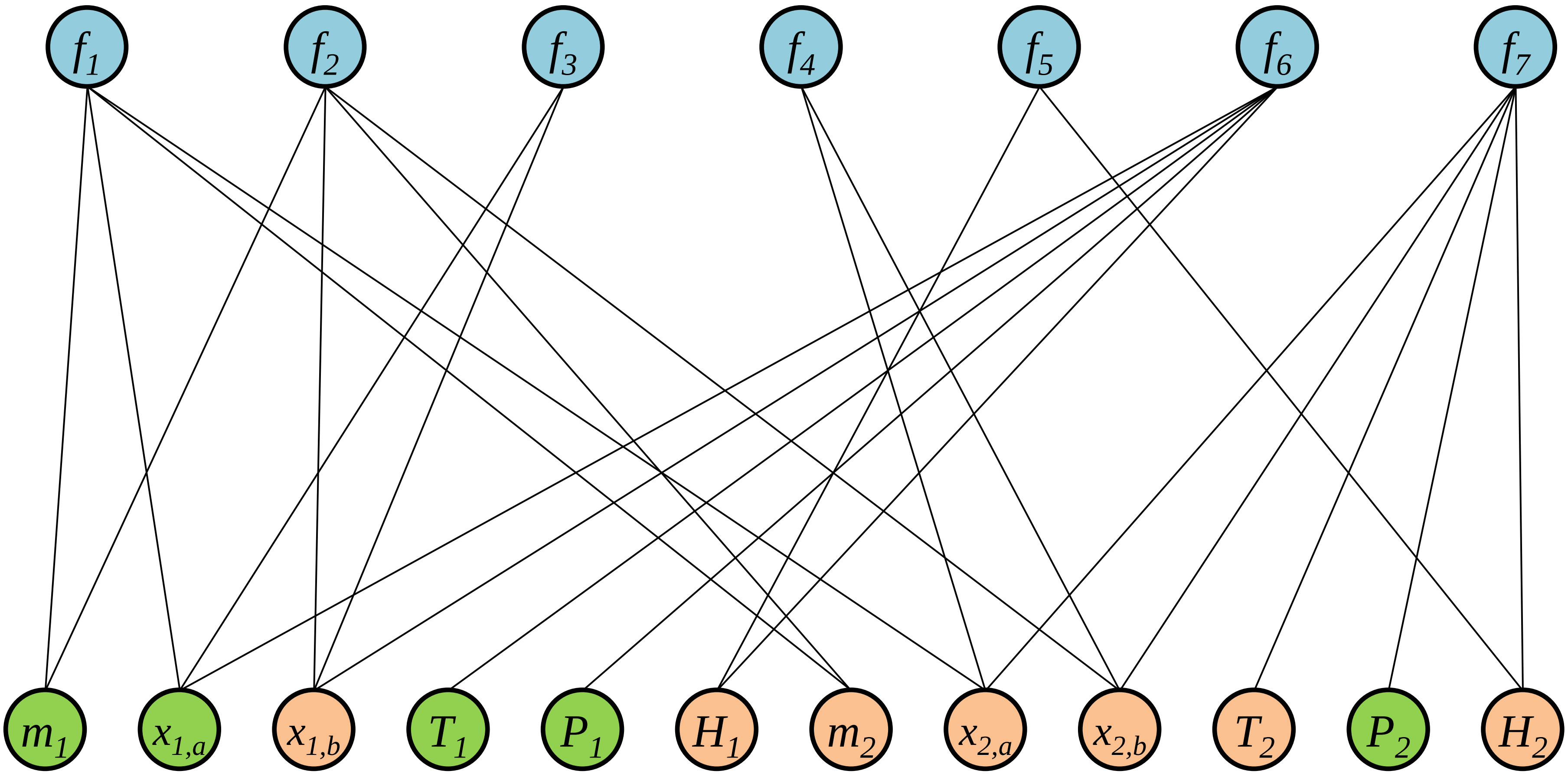


Modelo de una Válvula (mezcla binaria)

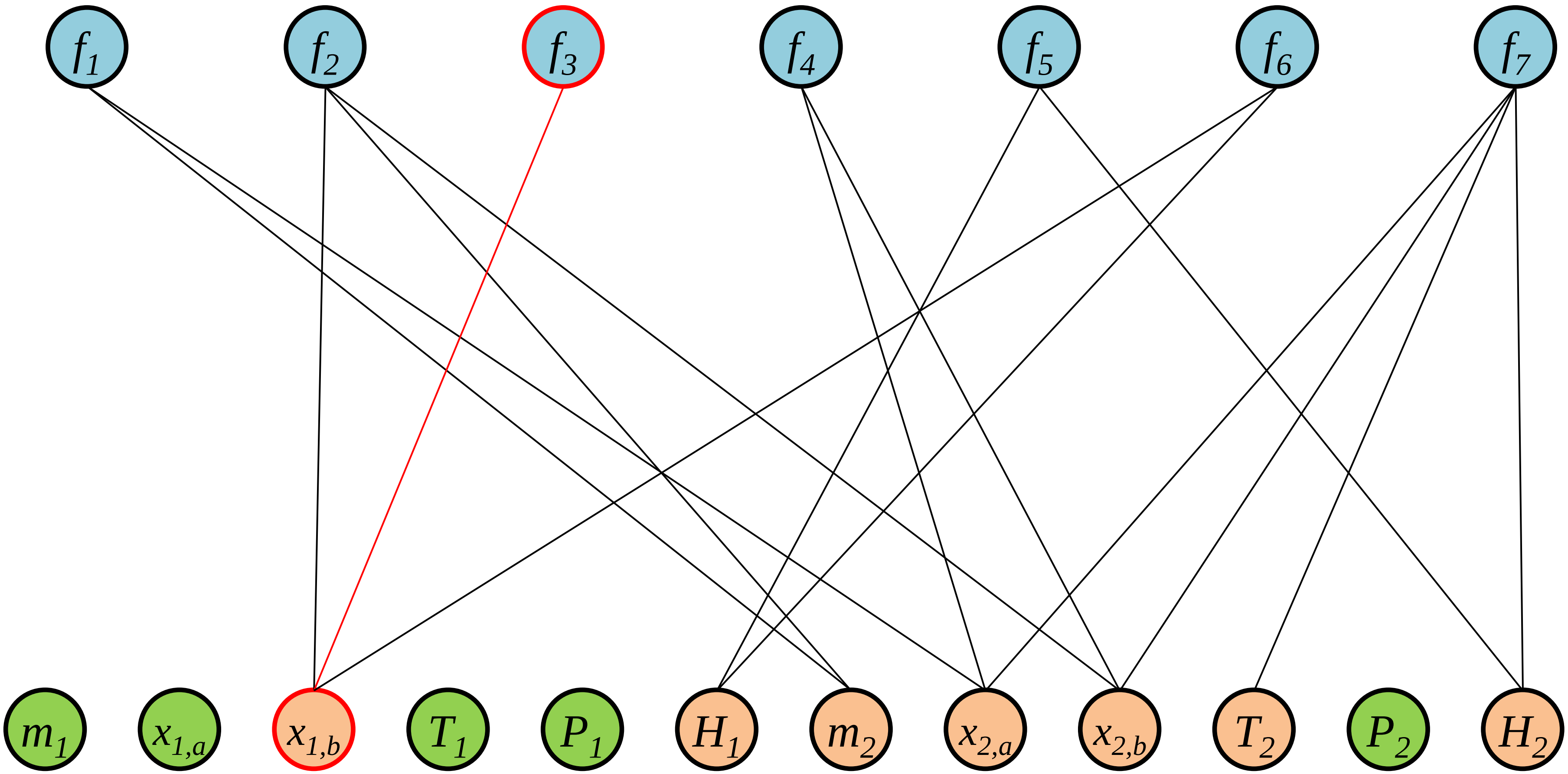


¡Pierdo una ecuación!

Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)

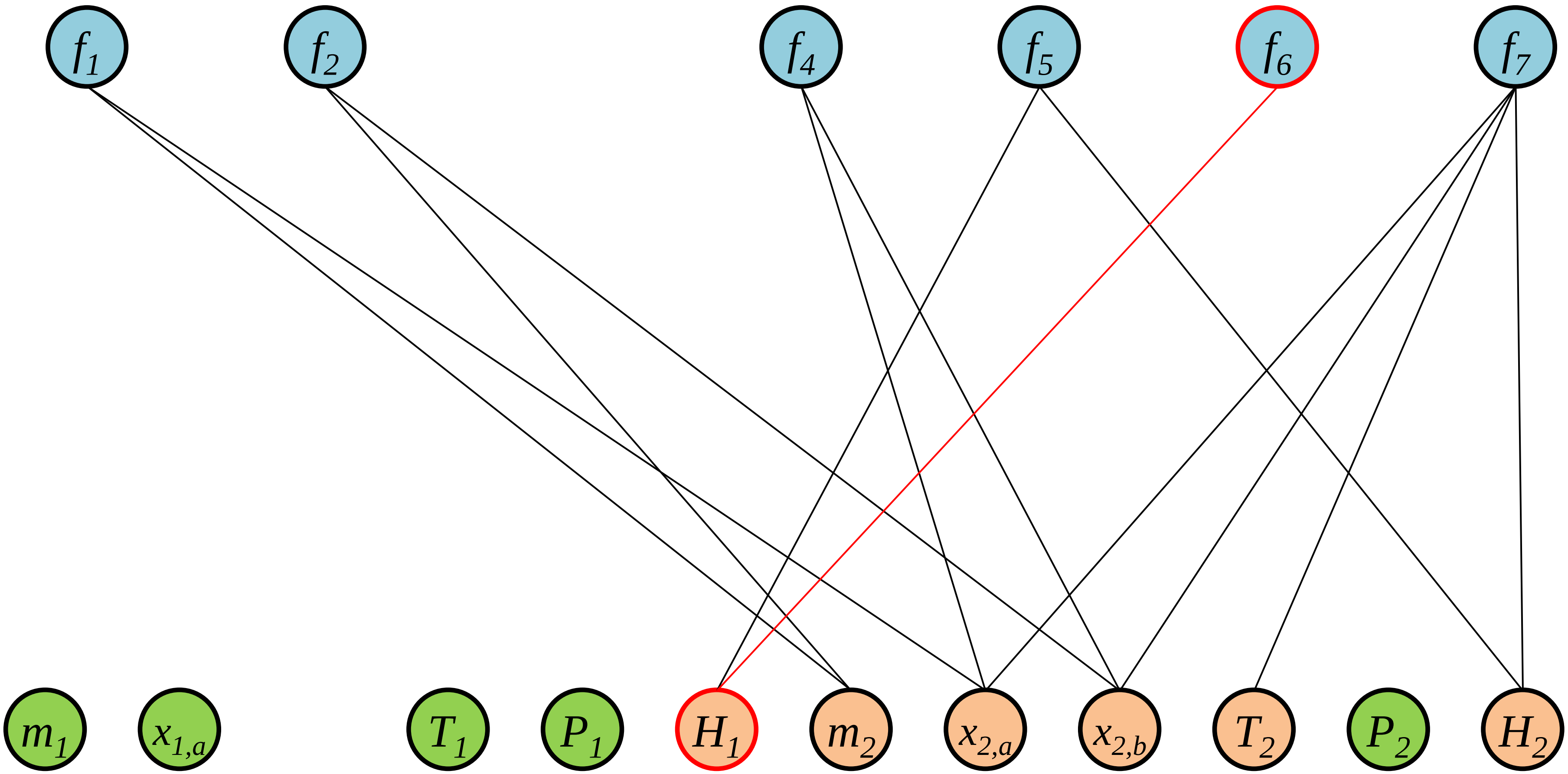


Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



$f_3 \to x_{1,b}$

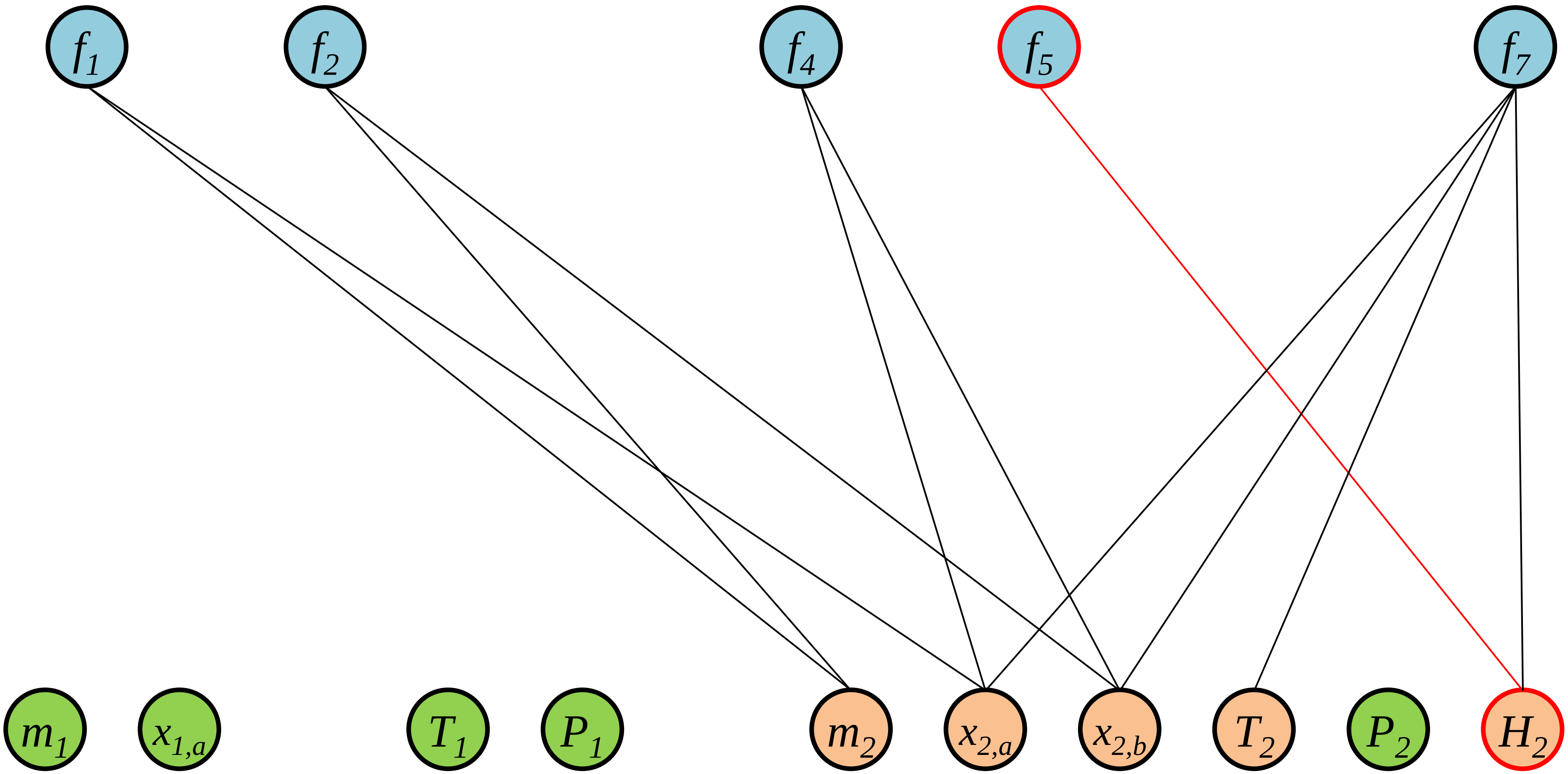
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



$f_3 \rightarrow x_{1,b}$

$f_6 \rightarrow H_1$

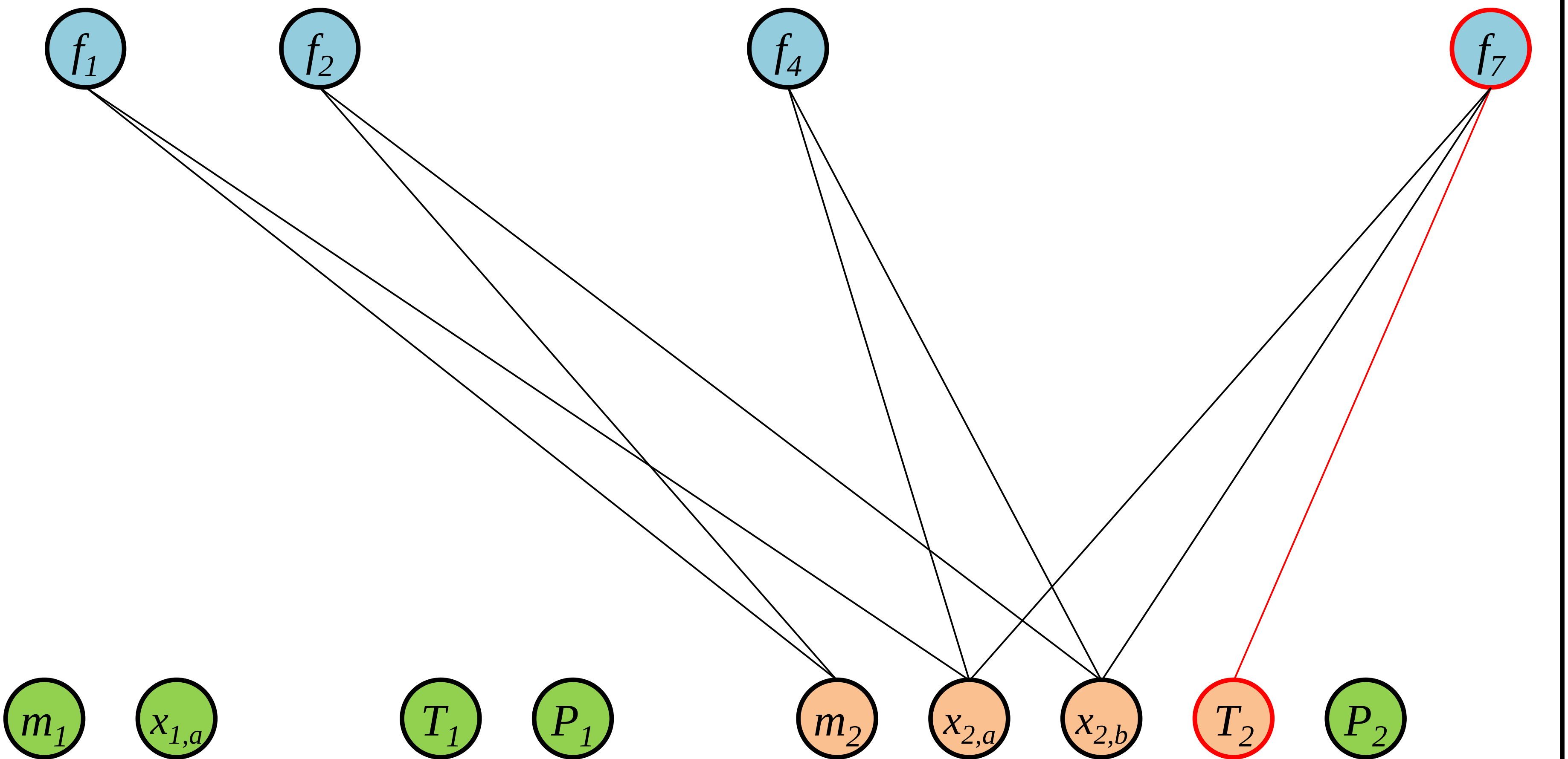
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



$f_3 \rightarrow x_{1,b}$ $\quad f_5 \rightarrow H_2$

$f_6 \rightarrow H_1$

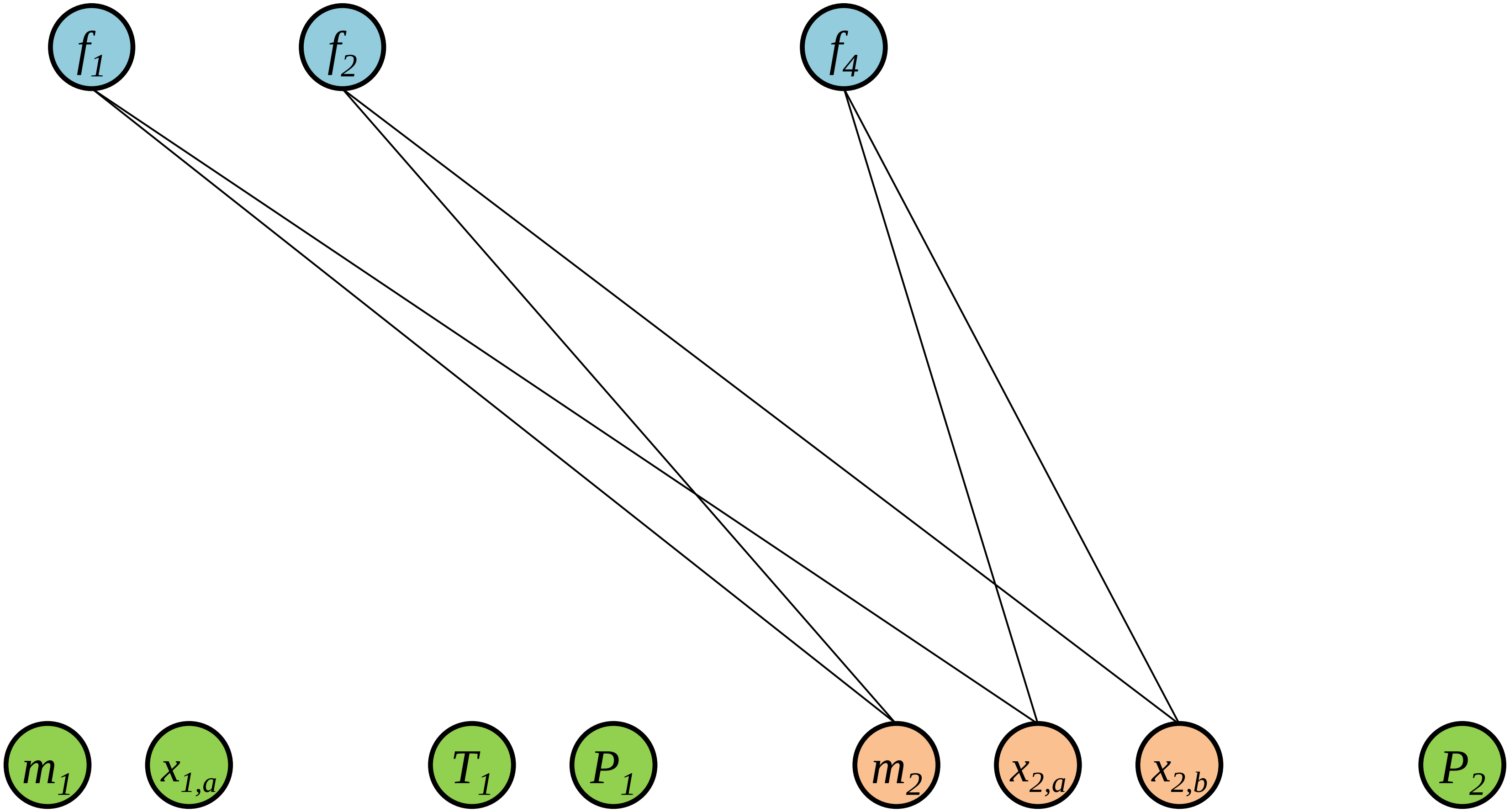
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



$f_3 \rightarrow x_{1,b}$ $\quad f_5 \rightarrow H_2$

$f_6 \rightarrow H_1$ $\quad f_7 \rightarrow T_2$

Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



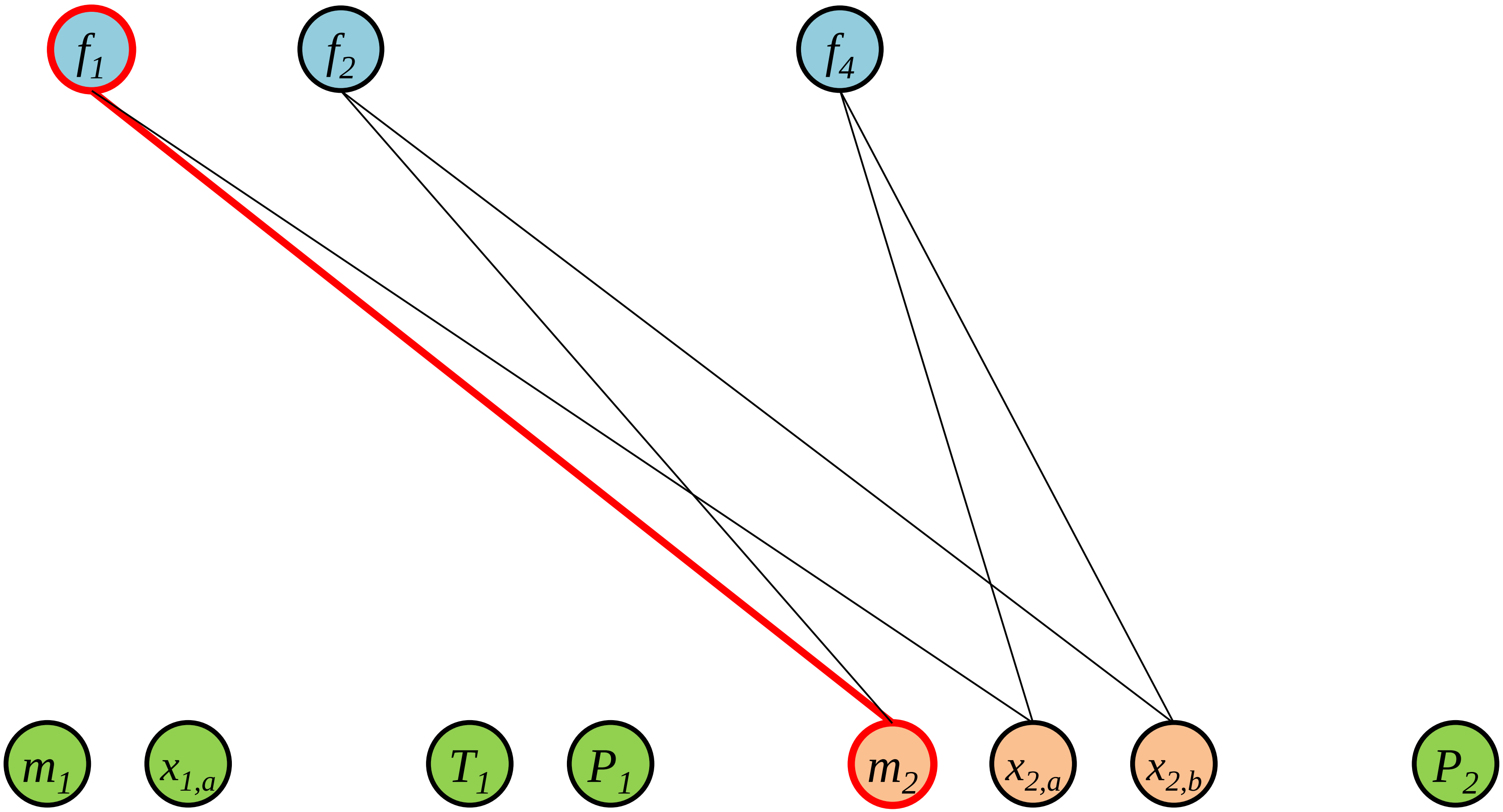
$f_3 \rightarrow x_{1,b}$ $\quad f_5 \rightarrow H_2$

$f_6 \rightarrow H_1$ $\quad f_7 \rightarrow T_2$

¿?

¡Balance de masa!

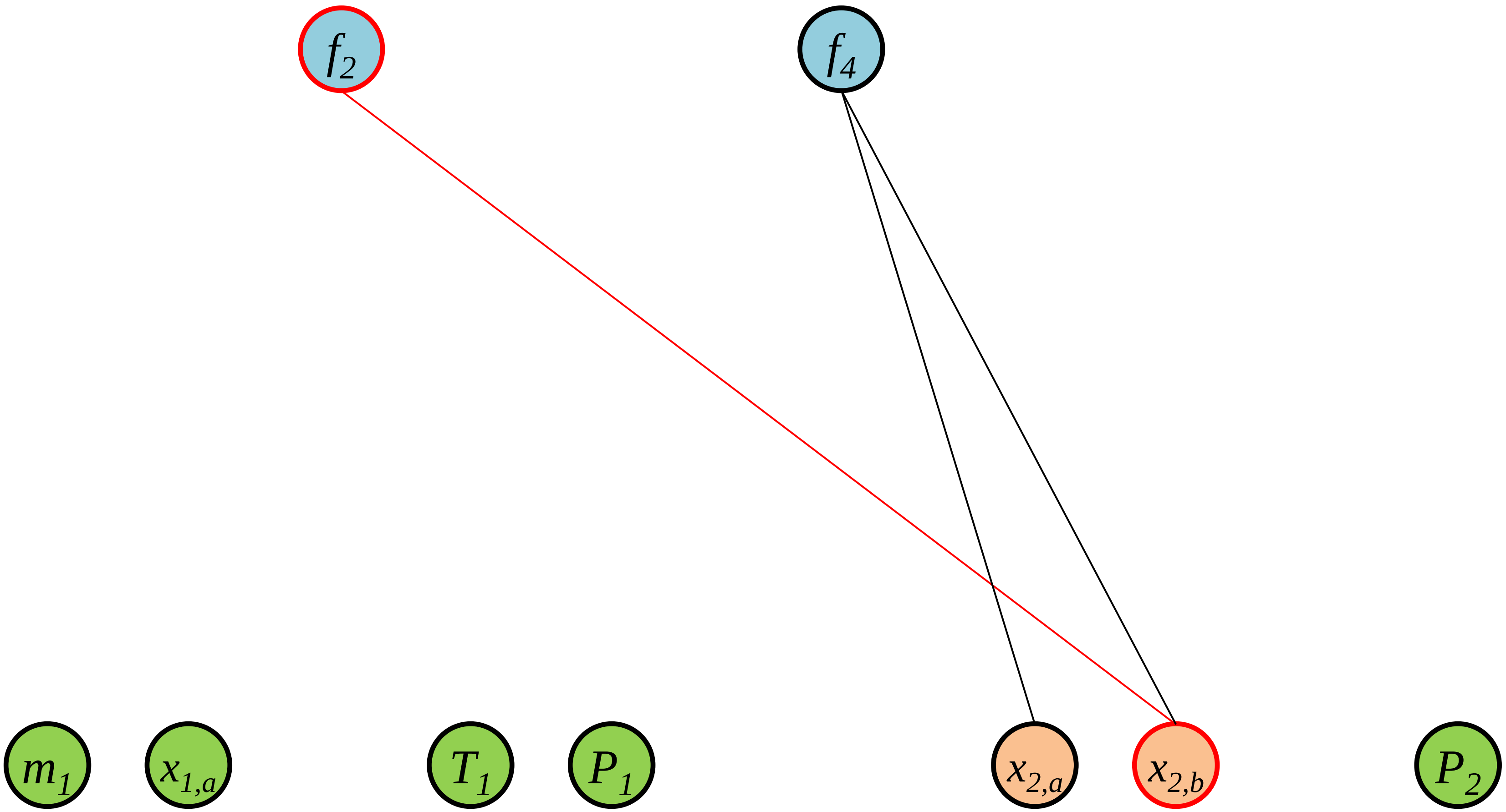
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



$f_3 \rightarrow x_{1,b}$ $\quad f_5 \rightarrow H_2$ $\quad f_1 \rightarrow m_2$

$f_6 \rightarrow H_1$ $\quad f_7 \rightarrow T_2$

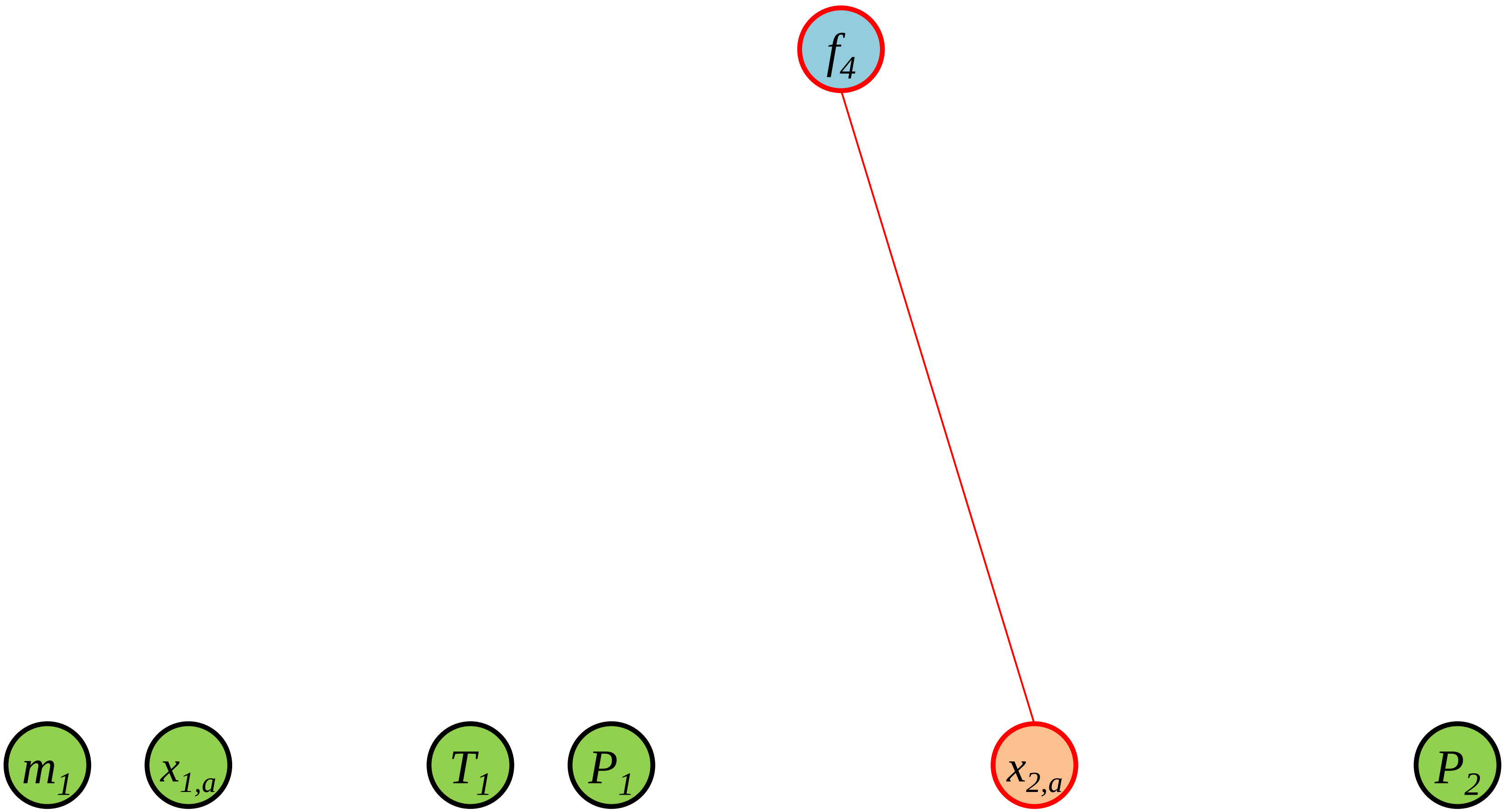
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



$f_3 \rightarrow x_{1,b}$ $f_5 \rightarrow H_2$ $f_1 \rightarrow m_2$

$f_6 \rightarrow H_1$ $f_7 \rightarrow T_2$ $f_2 \rightarrow x_{2,b}$

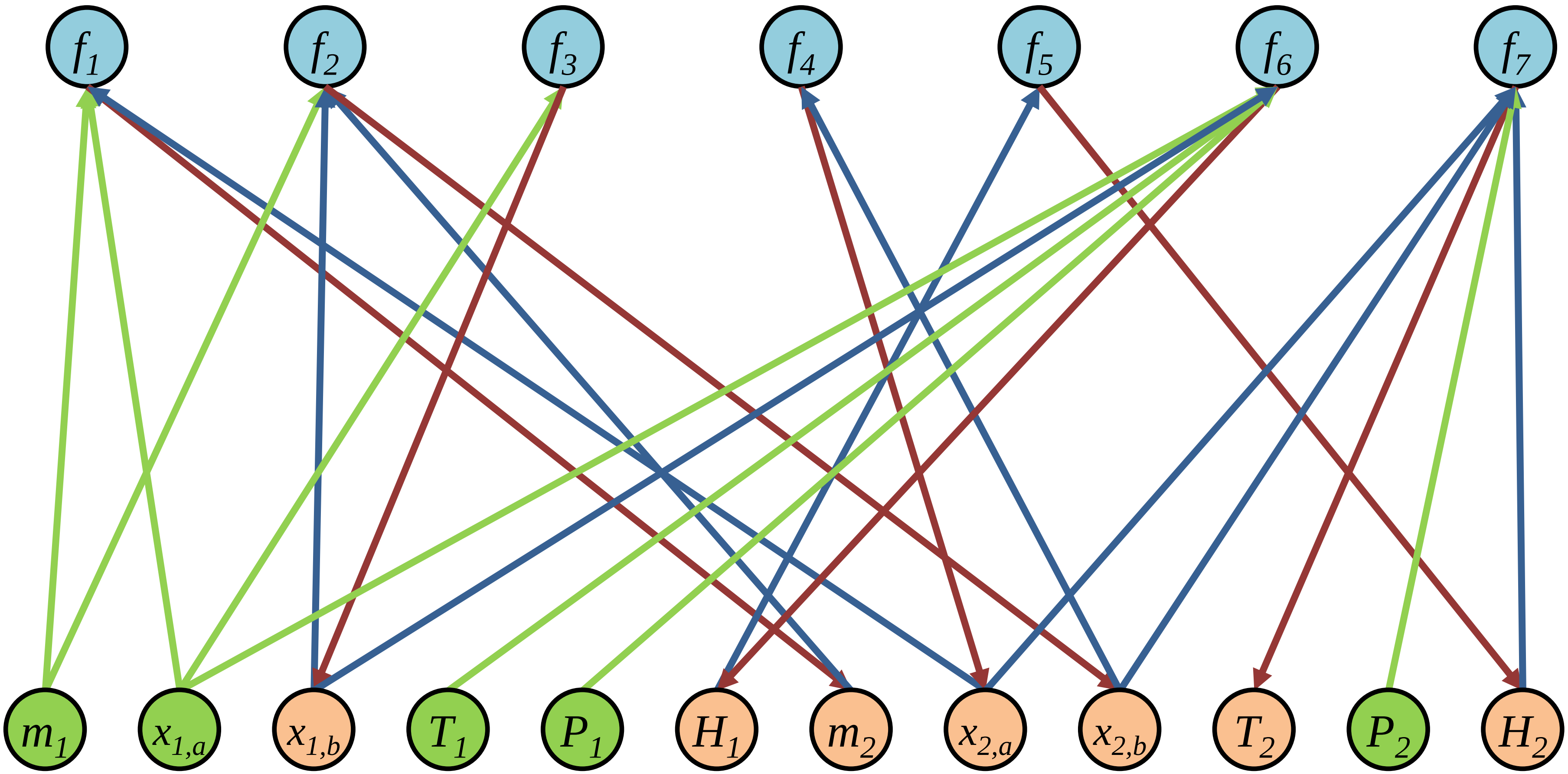
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



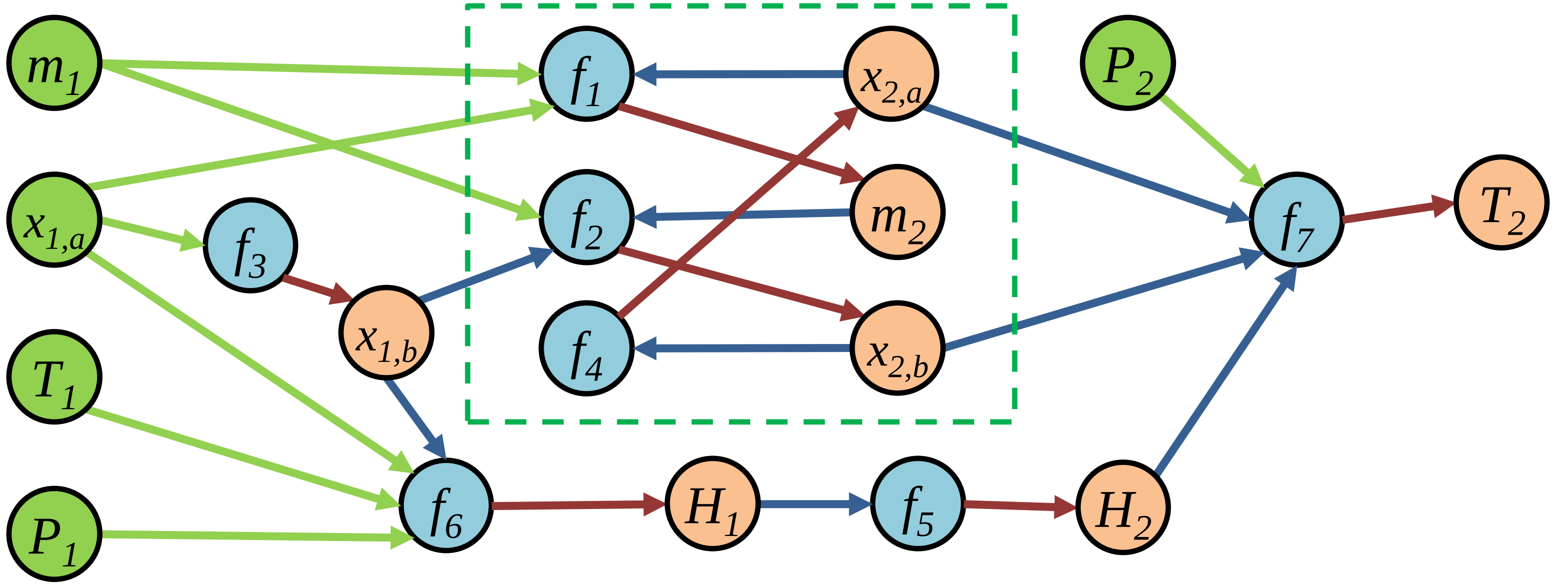
$f_3 \rightarrow x_{1,b}$ $f_5 \rightarrow H_2$ $f_1 \rightarrow m_2$ $f_4 \rightarrow x_{2,a}$

$f_6 \rightarrow H_1$ $f_7 \rightarrow T_2$ $f_2 \rightarrow x_{2,b}$

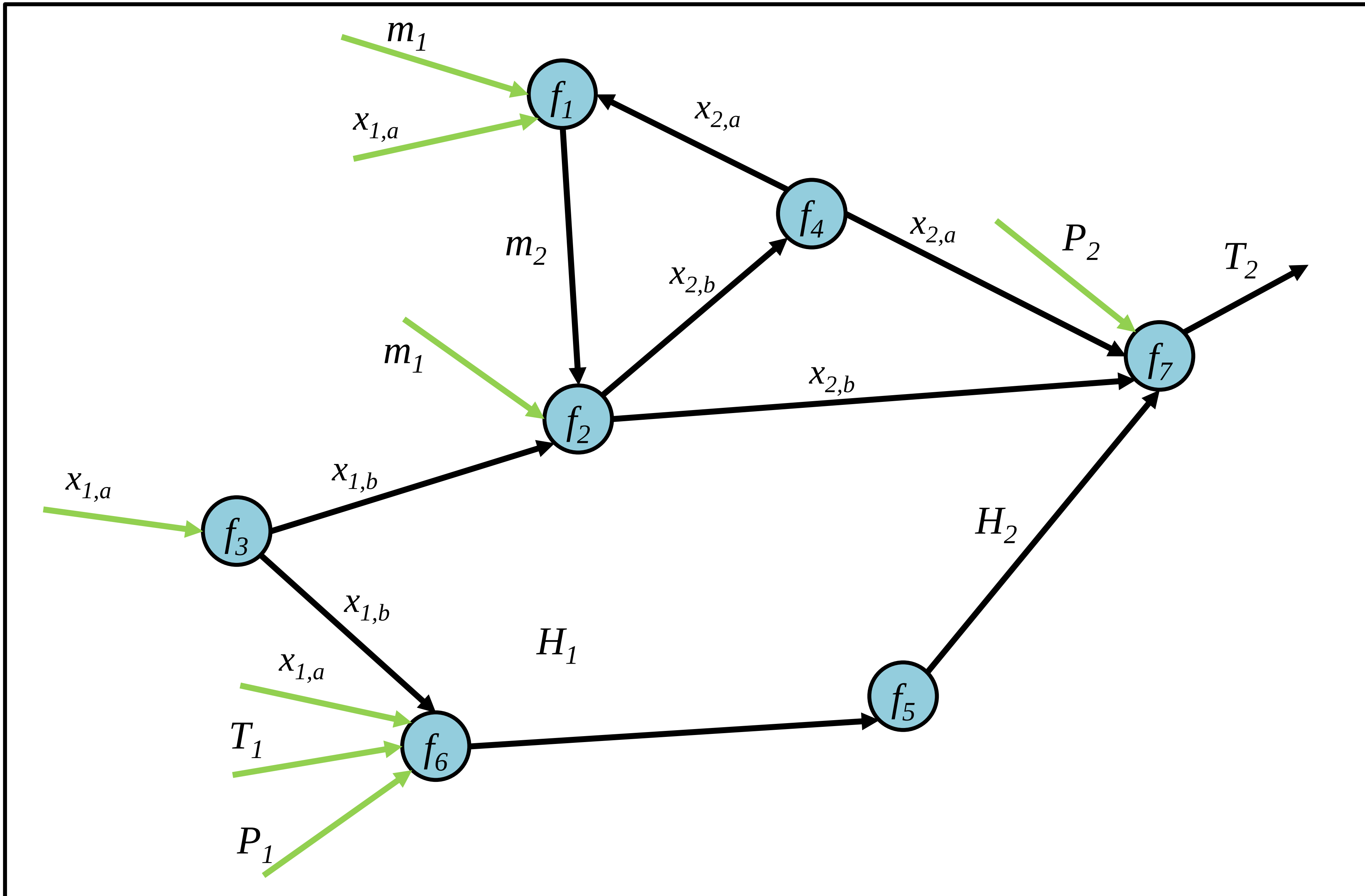
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



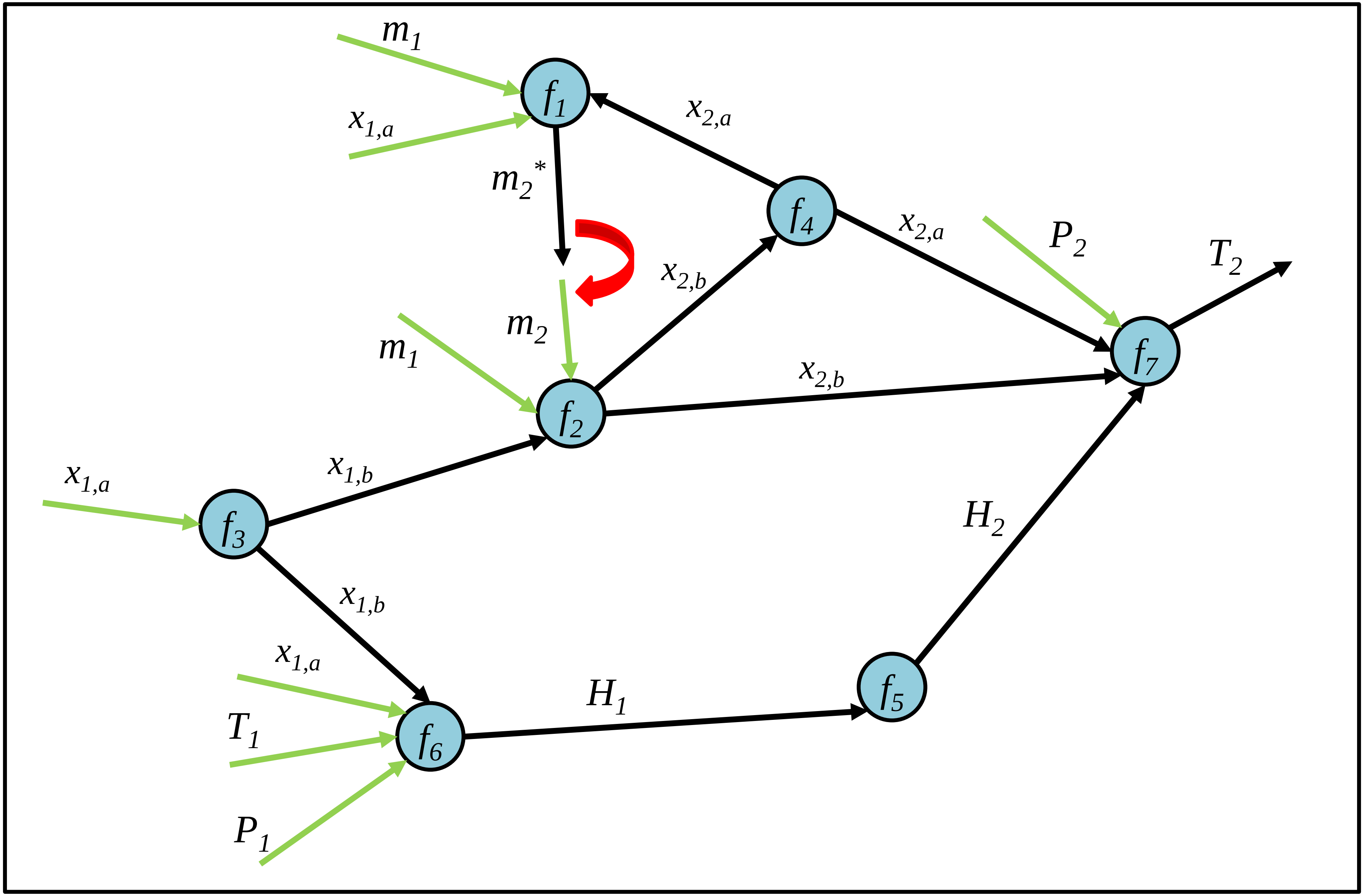
Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



Modelo de una Válvula (MS – Algoritmo LC&R)



Modelo de una Válvula (Rasgado)



SISTEMAS COMPATIBLES (N x N)

Algoritmo de Steward para la determinación del conjunto de salida

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

Se plantea la representación del sistema mediante la llamada **matriz de ocurrencia o incidencia**, que por definición es un arreglo de:

- N filas (cada fila representa una ecuación).
- N columnas (cada columna representa una incógnita).

Cada elemento en la matriz puede tomar los valores:

- Uno (1), si es que para el elemento $a_{i,j}$ existe una vinculación entre la función i y la variable j.
- Cero (0) caso contrario.

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$$f_1(x_1) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2) = 0$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = 0$$

$$f_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$$

$$f_5(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
f_1	1	0	0	0	0
f_2	1	1	0	0	0
f_3	1	1	1	0	0
f_4	1	1	1	1	0
f_5	1	1	1	1	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

Habíamos definido como variable de salida de una ecuación a una variable asignada a la misma, tal que se supone puede calcularse a partir de conocerse el valor de las demás variables contenidas en dicha ecuación.

Si se toma el listado de pares (xi, fi), correspondientes a cada asignación realizada, se tiene el conjunto de salida.

Debe respetarse para esta definición, los siguiente principios:

- Cada ecuación debe tener asignada una y sólo una variable de salida.
- Cada variable es variable de salida de una y sólo una ecuación.

Toda asignación de un conjunto de salida define un orden o secuencia en la cual el sistema de ecuaciones es resuelto.

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

En el año 1962 Steward propuso un método para determinar un posible conjunto de salida, utilizando la matriz de incidencia.

La idea básica del método es:

1. Tomar la fila (columna) con menor número de incidencia y de la fila en cuestión (o columna) se selecciona el elemento que pertenezca a una columna (fila) con el menor número de incidencia.

2. Asignar la variable representada por la columna a la ecuación asociada a la fila correspondiente.

3. Eliminar de la matriz ambas, fila y columna

4. Proseguir con el algoritmo hasta que se reduzca la matriz a la dimensión unitaria.

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$f_1 \rightarrow x_1$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
f_1	1	0	0	0	0
f_2	1	1	0	0	0
f_3	1	1	1	0	0
f_5	1	1	1	1	1

La fila con el menor número de incidencia es la primera (uno), correspondiente a la variable x_1.

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$f_1 \rightarrow x_1$

$f_2 \rightarrow x_2$

	x_2	x_3	x_4	x_5
f_2	1	0	0	0
f_3	1	1	0	0
f_4	1	1	1	0
f_5	1	1	1	1

La fila de menor incidencia es la primera con uno.

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$f_1 \rightarrow x_1$

$f_2 \rightarrow x_2$

$f_3 \rightarrow x_3$

	x_3	x_4	x_5
f_3	1	0	0
f_4	1	1	0
f_5	1	1	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$f_1 \rightarrow x_1$

$f_2 \rightarrow x_2$

$f_3 \rightarrow x_3$

$f_4 \rightarrow x_4$

	x_4	x_5
f_4	1	0
f_5	1	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$f_1 \rightarrow x_1$

$f_2 \rightarrow x_2$

$f_3 \rightarrow x_3$

$f_4 \rightarrow x_4$

$f_5 \rightarrow x_5$

	x_5
f_5	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

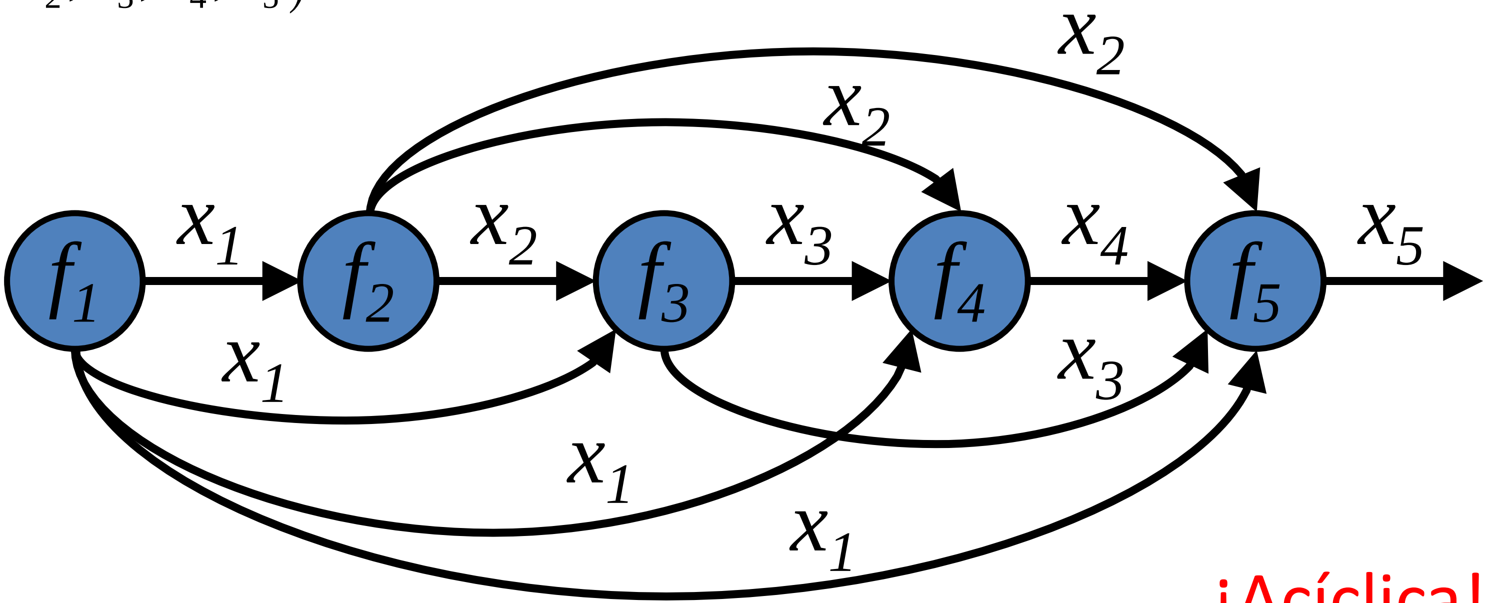
$$f_1(x_1)=0$$

$$f_2(x_1,x_2)=0$$

$$f_3(x_1,x_2,x_3)=0$$

$$f_4(x_1,x_2,x_3,x_4)=0$$

$$f_5(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=0$$



¡Acíclica!

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 0$$

$$f_2(x_2, x_3, x_5) = 0$$

$$f_3(x_2, x_3, x_4) = 0$$

$$f_4(x_1, x_4, x_5) = 0$$

$$f_5(x_2, x_3, x_4, x_5) = 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
f_1	1	1	1	1	1
f_2	0	1	1	0	1
f_3	0	1	1	1	0
f_4	1	0	0	1	1
f_5	0	1	1	1	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$$f_4 \rightarrow x_1$$

La fila con el menor número de incidencia es la 2 (con 3) y para las columnas es la 1 (con 2). Luego, en la columna x_1, f_4 tiene menor incidencia (3) que f_1, por lo tanto se asigna $f_4 \rightarrow x_1$.

f_2	0	1	1	0	1
f_3	0	1	1	1	0
f_4	1	0	0	1	1
f_5	0	1	1	1	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$f_4 \rightarrow x_1$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
f_1	1	1	1	1	1
f_2	0	1	1	0	1
f_3	0	1	1	1	0
f_4	1	0	0	1	1
f_5	0	1	1	1	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$f_4 \rightarrow x_1$

$f_2 \rightarrow x_5$

	x_2	x_3	x_4	x_5
f_1	1	1	1	1
f_2	1	1	0	1
f	1	1	1	0

Las fila con menor incidencia es 3 (f_2 y f_3). Lo mismo para las columnas (3 para x_4 y x_5). Luego, se asigna $f_2 \rightarrow x_5$.

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

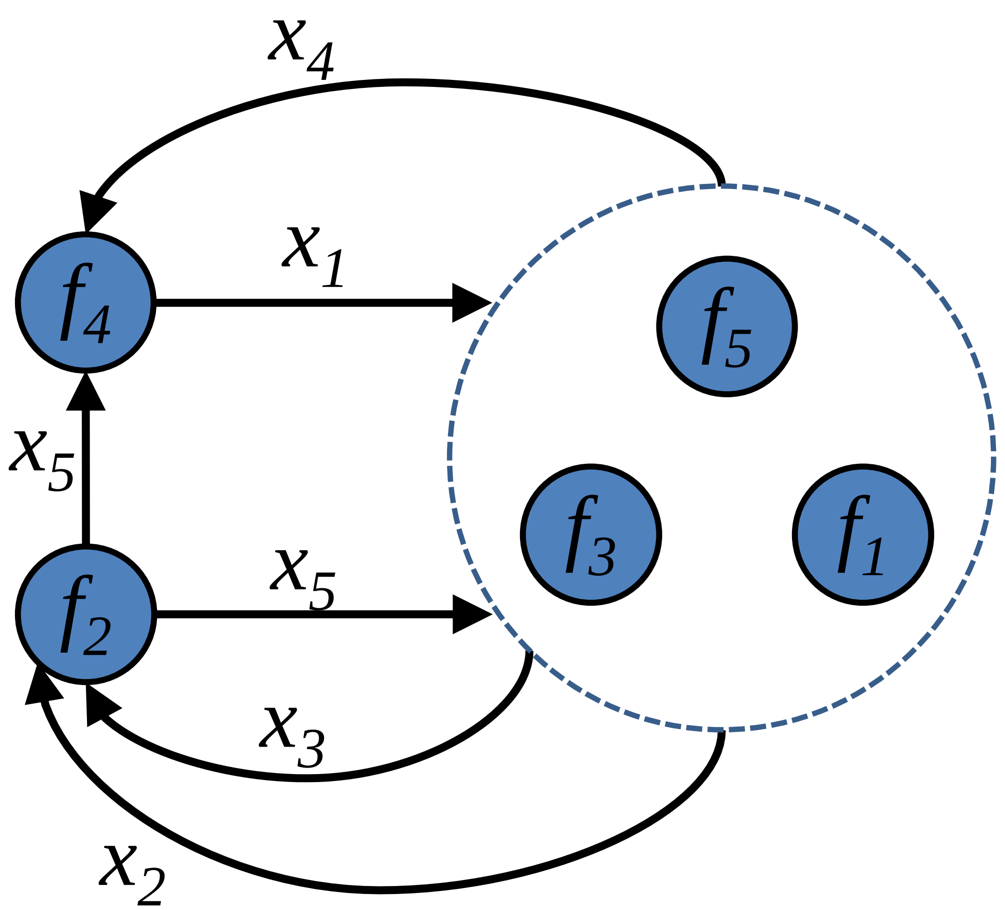
$f_4 \rightarrow x_1$

$f_2 \rightarrow x_5$

	x_2	x_3	x_4
f_1	1	1	1
f_3	1	1	1
f_5	1	1	1

Las funciones f_1, f_2 y f_3 *forman parte* de una partición o subconjunto que debe resolverse en forma simultánea. Aquí podemos realizar una asignación arbitraria: $f_3 \rightarrow x_3$, $f_1 \rightarrow x_2$, $f_5 \rightarrow x_4$.

Algoritmo de Steward (sistema NxN)



$$f_1\left(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\right) = 0$$

$$f_2\left(x_2, x_3, x_5\right) = 0$$

$$f_3\left(x_2, x_3, x_4\right) = 0$$

$$f_4\left(x_1, x_4, x_5\right) = 0$$

$$f_5\left(x_2, x_3, x_4, x_5\right) = 0$$

Algoritmo de Steward (sistema NxN)

$$f_4 \rightarrow x_1$$

$$f_2 \rightarrow x_5$$

$$f_3 \rightarrow x_3$$

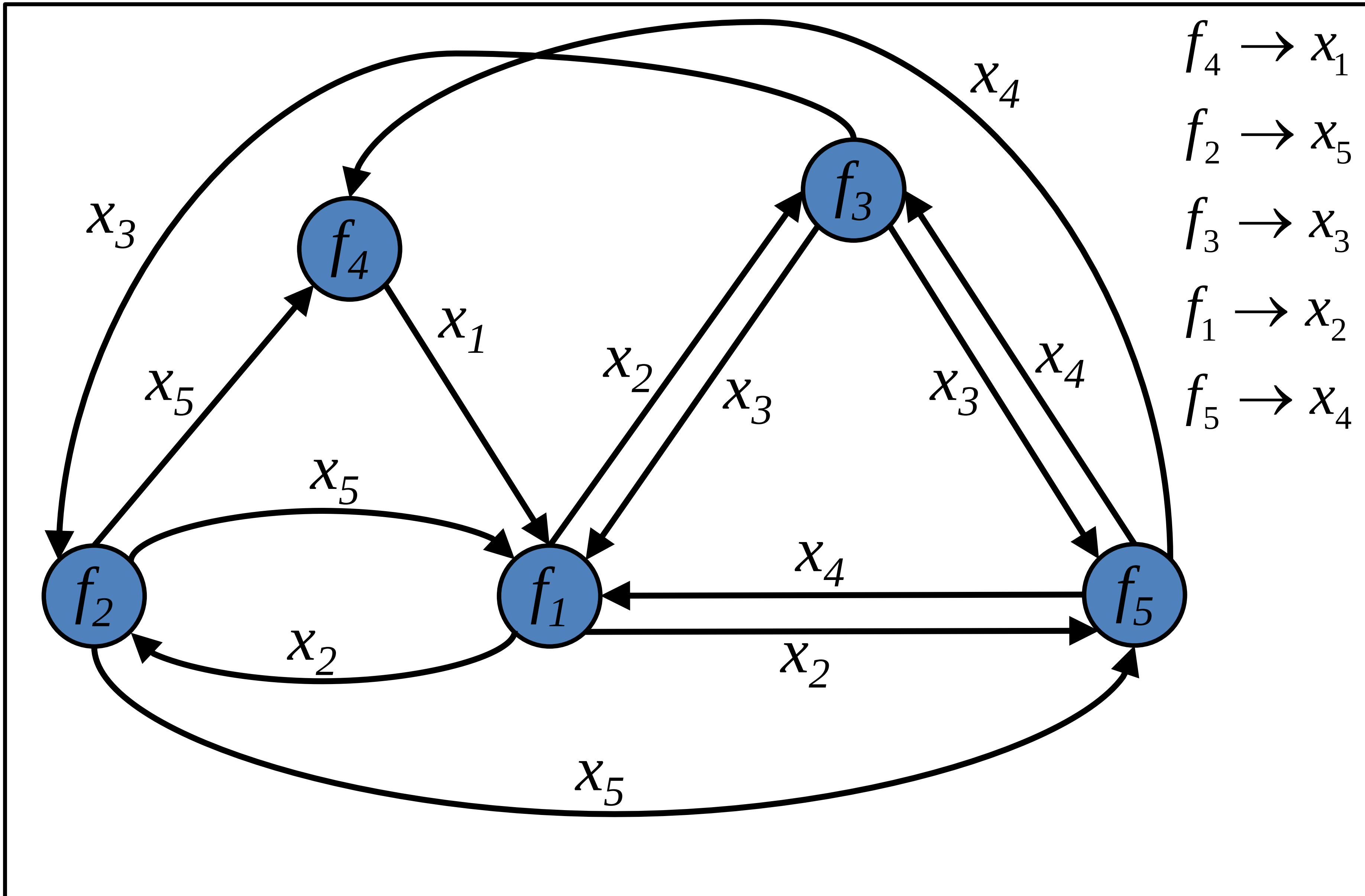
$$f_1 \rightarrow x_2$$

$$f_5 \rightarrow x_4$$

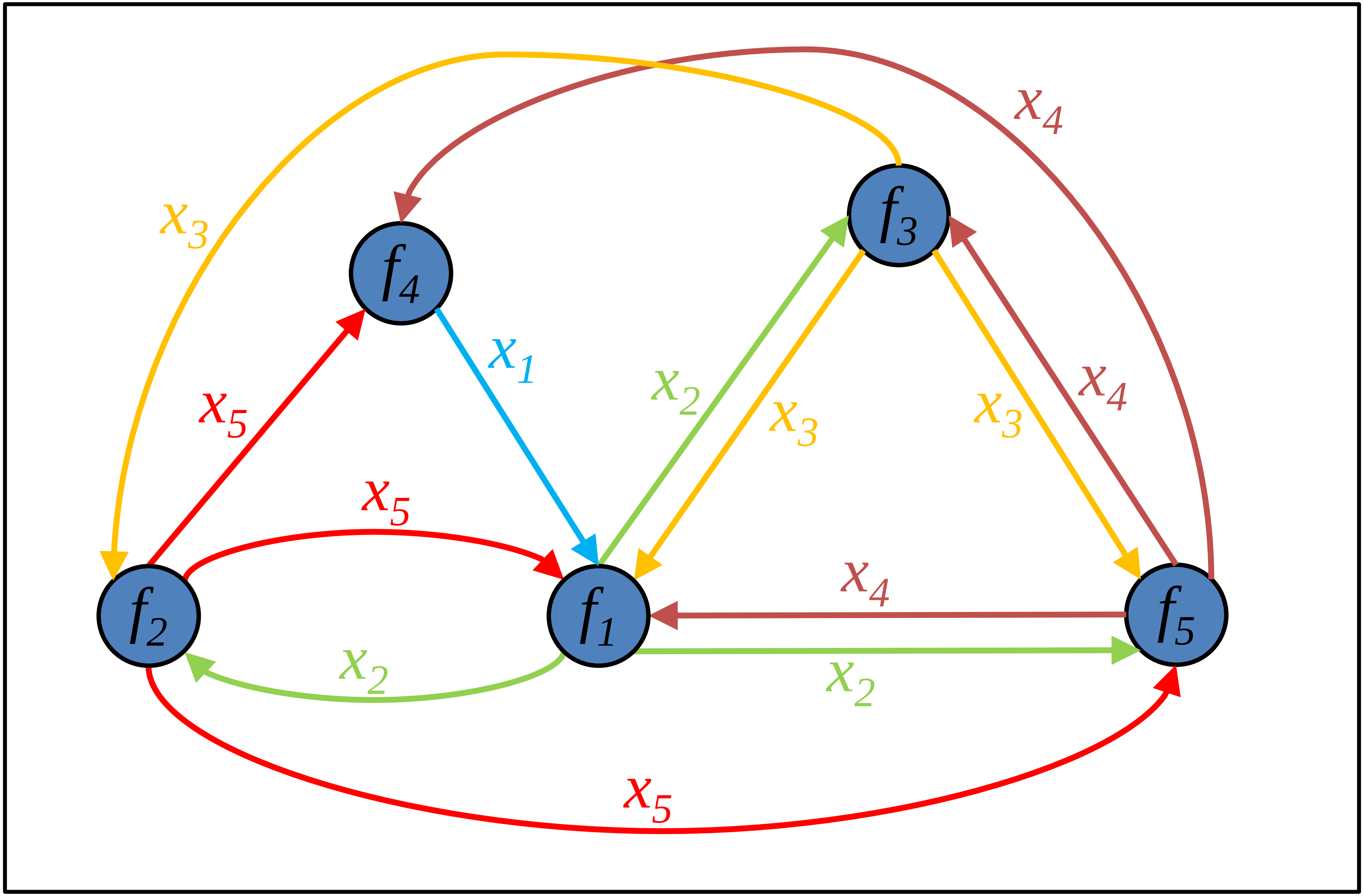
Arbitrario

	x_2	x_3	x_4
f_1	1	1	1
f_3	1	1	1
f_5	1	1	1

Algoritmo de Steward (sistema NxN)



Algoritmo de Steward (sistema NxN)



Algoritmo de Steward (sistema NxN)

- Como se observa en la figura anterior, el subconjunto (f_1, f_3, f_5) debe resolverse simultáneamente.
- Sin embargo, se puede linealizar el sistema, (rasgar), introduciendo variables de corte (iteradoras) que permitan resolverlo en forma acíclica.

Modelo de un Compresor (conocido η y P_2)

$$m_1 x_{1,A} - m_2 x_{2,A} = 0$$

$$m_1 x_{1,B} - m_2 x_{2,B} = 0$$

$$x_{2,A} + x_{2,B} - 1 = 0$$

$$S_1 - S_2^{is} = 0$$

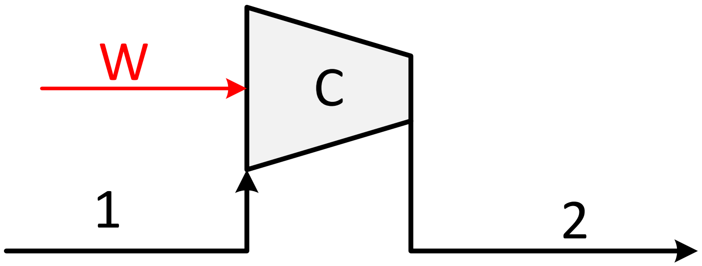
$$H_2^{is} - H_1 - \eta\left(H_2 - H_1\right) = 0$$

$$H_2 - f\left(T_2, P_2, x_2\right) = 0$$

$$H_2^{is} - f\left(T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$S_2^{is} - f\left(T_2^{is}, P_2, x_2\right) = 0$$

$$m_2 H_2 - m_1 H_1 - W = 0$$



$m_2 \quad x_{2,A} \; x_{2,B} \quad T_2 \quad H_2 \quad T_2^{is} \quad H_2^{is} \quad S_2^{is} \quad W$

Mezcla binaria

Modelo de un Compresor

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$	T_2	H_2	T_2^{is}	H_2^{is}	S_2^{is}	W
f_1	1	1							
f_2	1		1						
f_3		1	1						
f_4								1	
f_5					1		1		
f_6		1	1	1	1				
f_7		1	1			1	1		
f_8		1	1			1		1	
f_9	1				1				1

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$	T_2	H_2	T_2^{is}	H_2^{is}	W
f_1	1	1						
f_2	1		1					
f_3		1	1					
f_5					1		1	
f_6		1	1	1	1			
f_7		1	1			1	1	
f_8		1	1			1		
f_9	1				1			1

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

$f_9 \rightarrow W$

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$	T_2	H_2	T_2^{is}	H_2^{is}
f_1	1	1					
f_2	1		1				
f_3		1	1				
f_5					1		1
f_6		1	1	1	1		
f_7		1	1			1	1
f_8		1	1			1	

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

$f_9 \rightarrow W$

$f_6 \rightarrow T_2$

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$	H_2	T_2^{is}	H_2^{is}
f_1	1	1				
f_2	1		1			
f_3		1	1			
f_5				1		1
f_7		1	1		1	1
f_8		1	1		1	

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

$f_9 \rightarrow W$

$f_6 \rightarrow T_2$

$f_5 \rightarrow H_2$

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$	T_2^{is}	H_2^{is}
f_1	1	1			
f_2	1		1		
f_3		1	1		
f_7		1	1	1	1
f_8		1	1	1	

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

$f_9 \rightarrow W$

$f_6 \rightarrow T_2$

$f_5 \rightarrow H_2$

$f_7 \rightarrow H_2^{is}$

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$	T_2^{is}
f_1	1	1		
f_2	1		1	
f_3		1	1	
f_8		1	1	1

Modelo de un Compresor

$$f_4 \rightarrow S_2^{is}$$

$$f_9 \rightarrow W$$

$$f_6 \rightarrow T_2$$

$$f_5 \rightarrow H_2$$

$$f_7 \rightarrow H_2^{is}$$

$$f_8 \rightarrow T_2^{is}$$

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$
f_1	1	1	
f_2	1		1
f_3		1	1

¡Balance de Materia!

Modelo de un Compresor

$$f_4 \rightarrow S_2^{is}$$

$$f_9 \rightarrow W$$

$$f_6 \rightarrow T_2$$

$$f_5 \rightarrow H_2$$

$$f_7 \rightarrow H_2^{is}$$

$$f_8 \rightarrow T_2^{is}$$

$$f_1 \rightarrow m_2$$

	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$
f_2		1
f_3	1	1

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

$f_9 \rightarrow W$

$f_6 \rightarrow T_2$

$f_5 \rightarrow H_2$

$f_7 \rightarrow H_2^{is}$

$f_8 \rightarrow T_2^{is}$

$f_1 \rightarrow m_2$

$f_2 \rightarrow x_{2,B}$

	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$
f_2		1
f_3	1	1

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

$f_9 \rightarrow W$

$f_6 \rightarrow T_2$

$f_5 \rightarrow H_2$

$f_7 \rightarrow H_2^{is}$

$f_8 \rightarrow T_2^{is}$

$f_1 \rightarrow m_2$

$f_2 \rightarrow x_{2,B}$

$f_3 \rightarrow x_{2,A}$

	$x_{2,A}$
f_3	1

Modelo de un Compresor

$f_4 \rightarrow S_2^{is}$

$f_9 \rightarrow W$

$f_6 \rightarrow T_2$

$f_5 \rightarrow H_2$

$f_7 \rightarrow H_2^{is}$

$f_8 \rightarrow T_2^{is}$

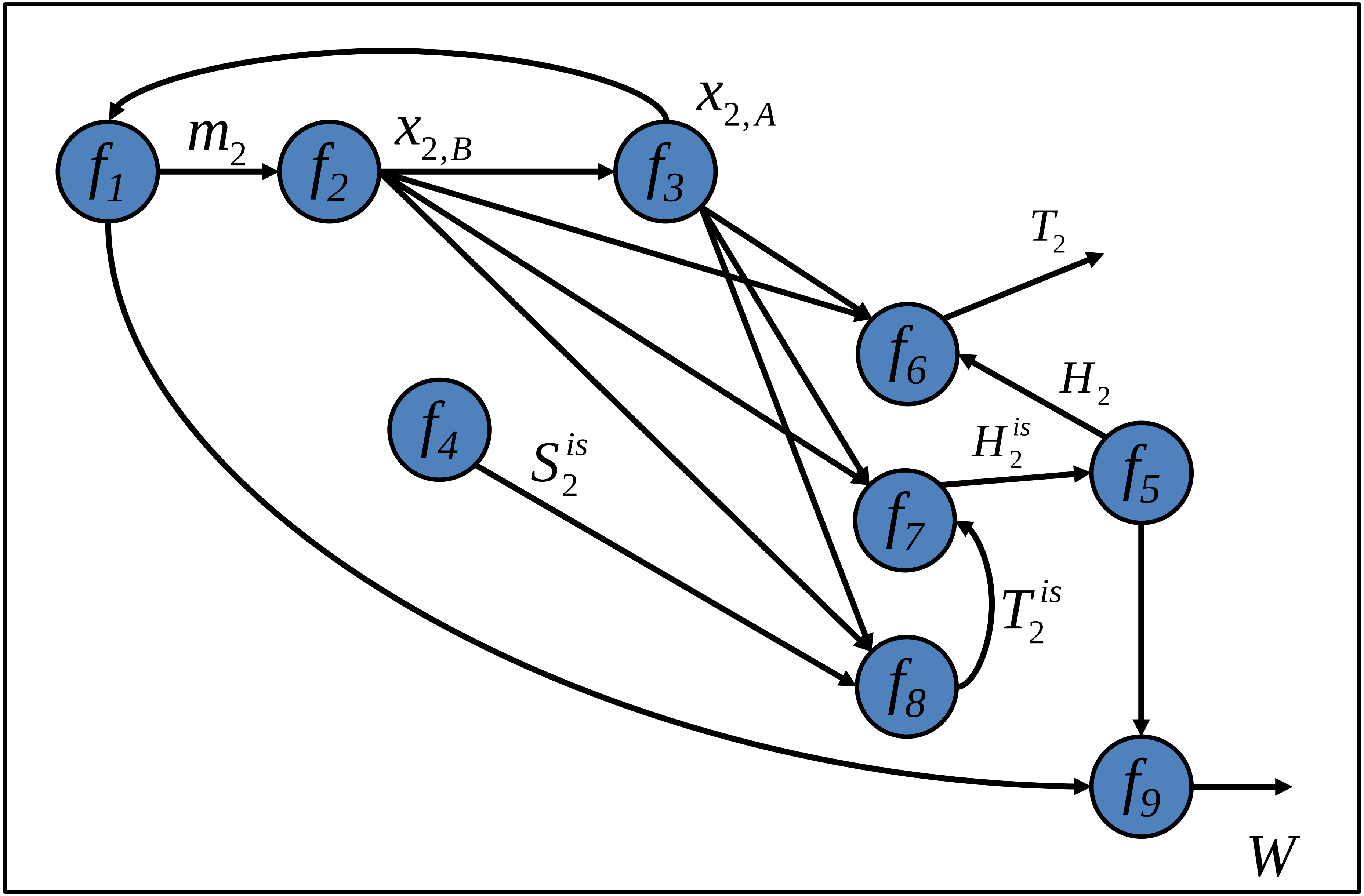
$f_1 \rightarrow m_2$

$f_2 \rightarrow x_{2,B}$

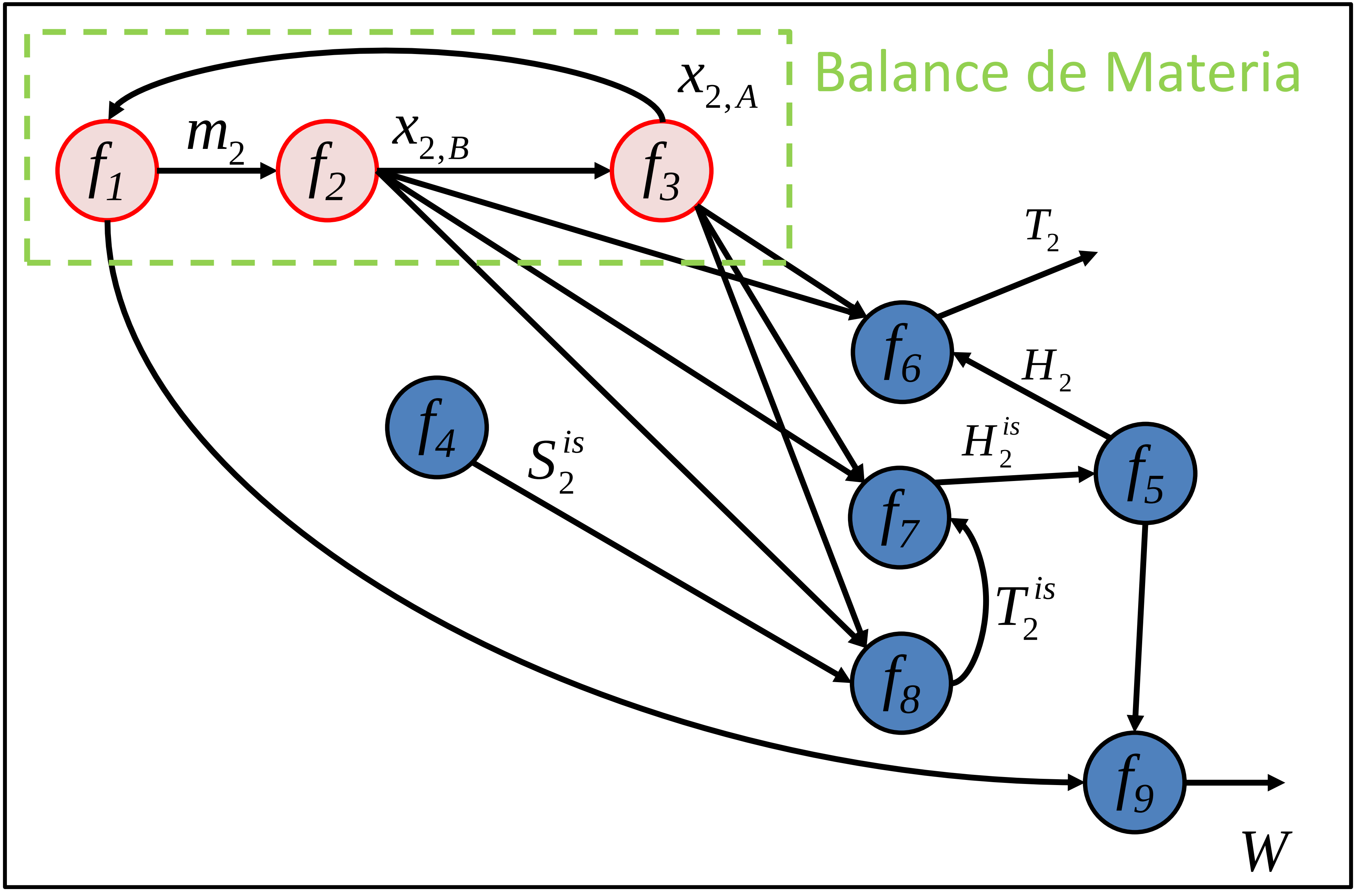
$f_3 \rightarrow x_{2,A}$

	m_2	$x_{2,A}$	$x_{2,B}$	T_2	H_2	T_2^{is}	H_2^{is}	S_2^{is}	W
f_1	1	1							
f_2	1		1						
f_3		1	1						
f_4								1	
f_5					1		1		
f_6		1	1	1	1				
f_7		1	1			1	1		
f_8		1	1			1		1	
f_9	1				1				1

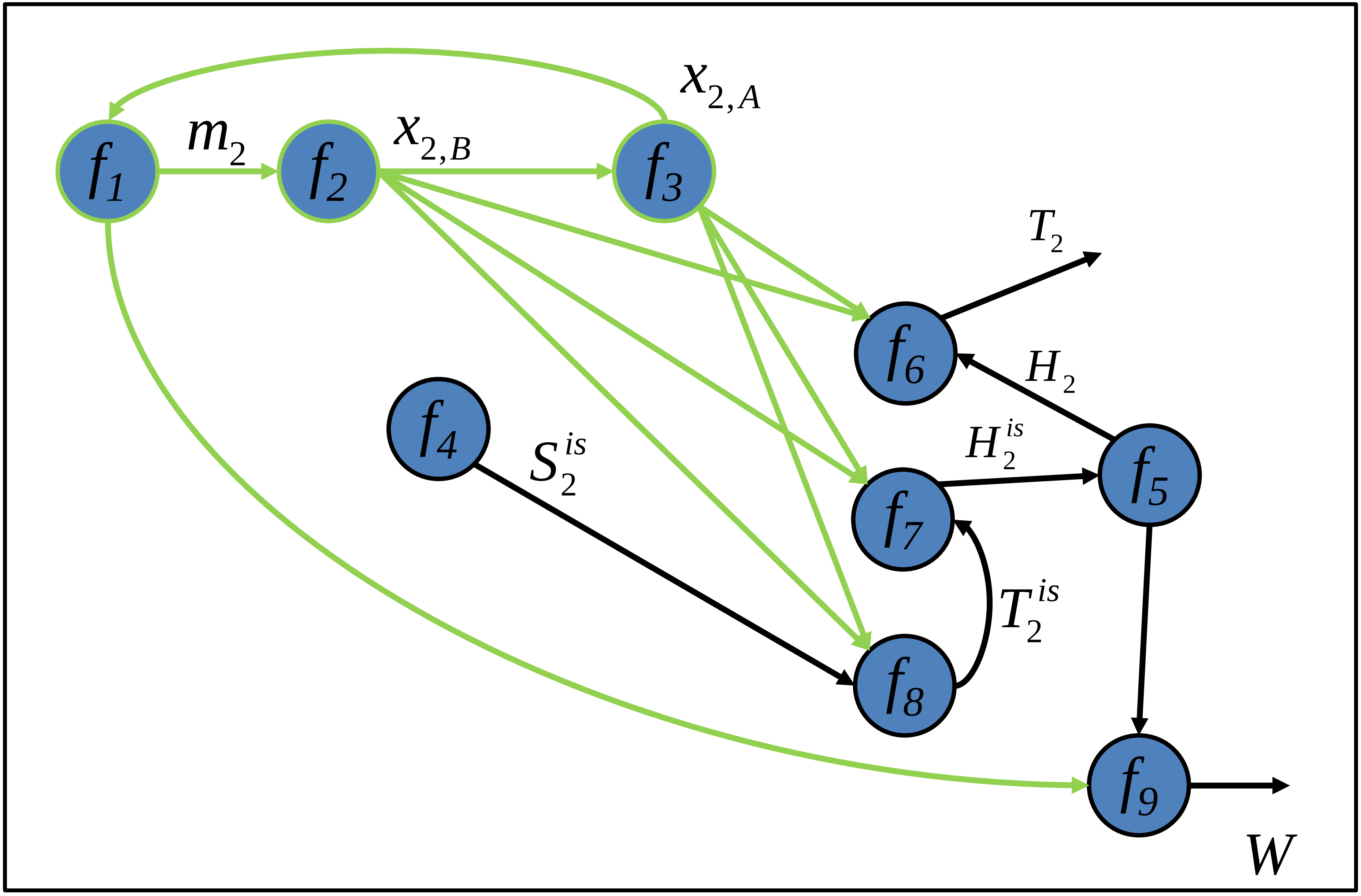
Modelo de un Compresor



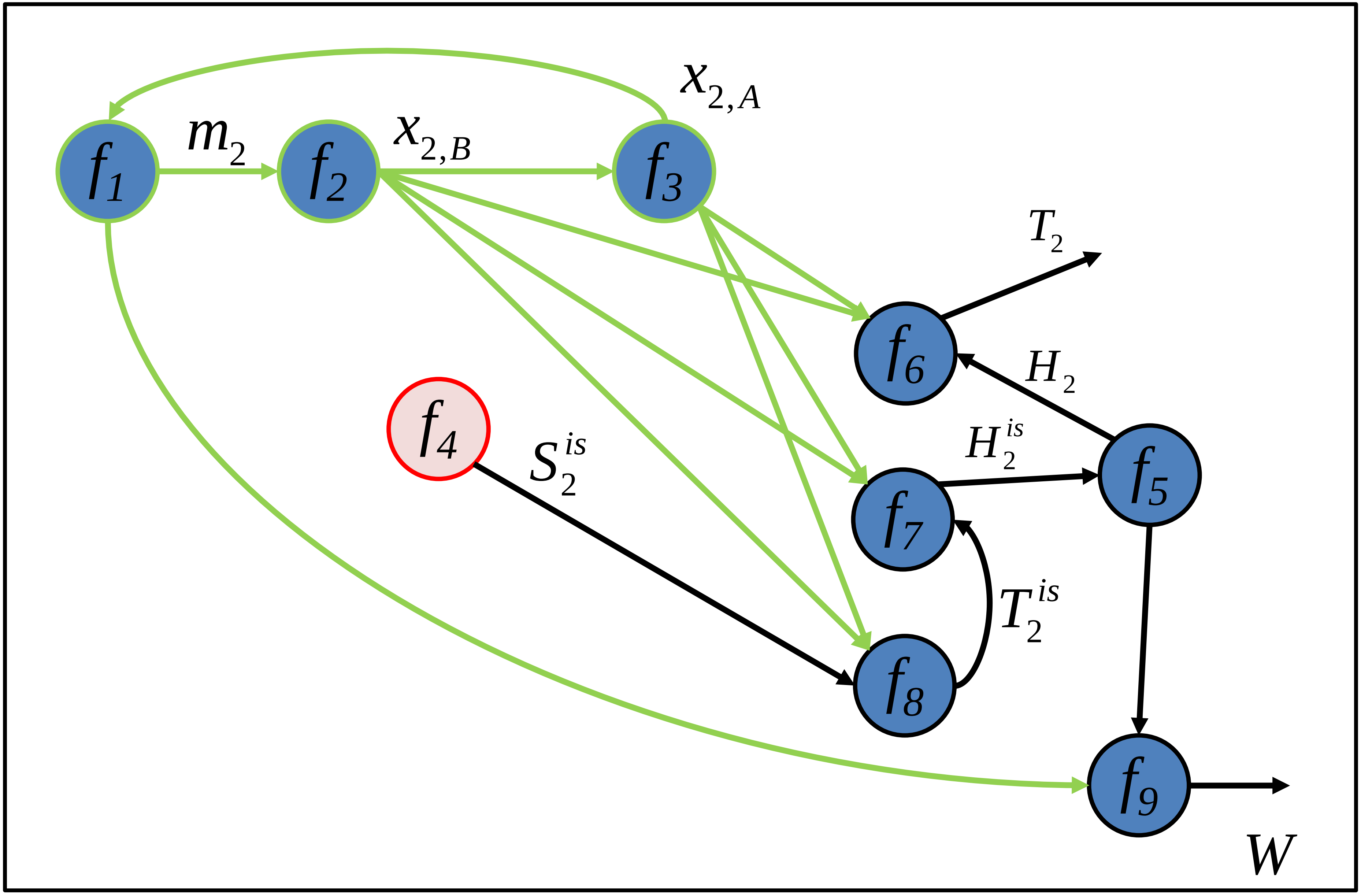
Modelo de un Compresor



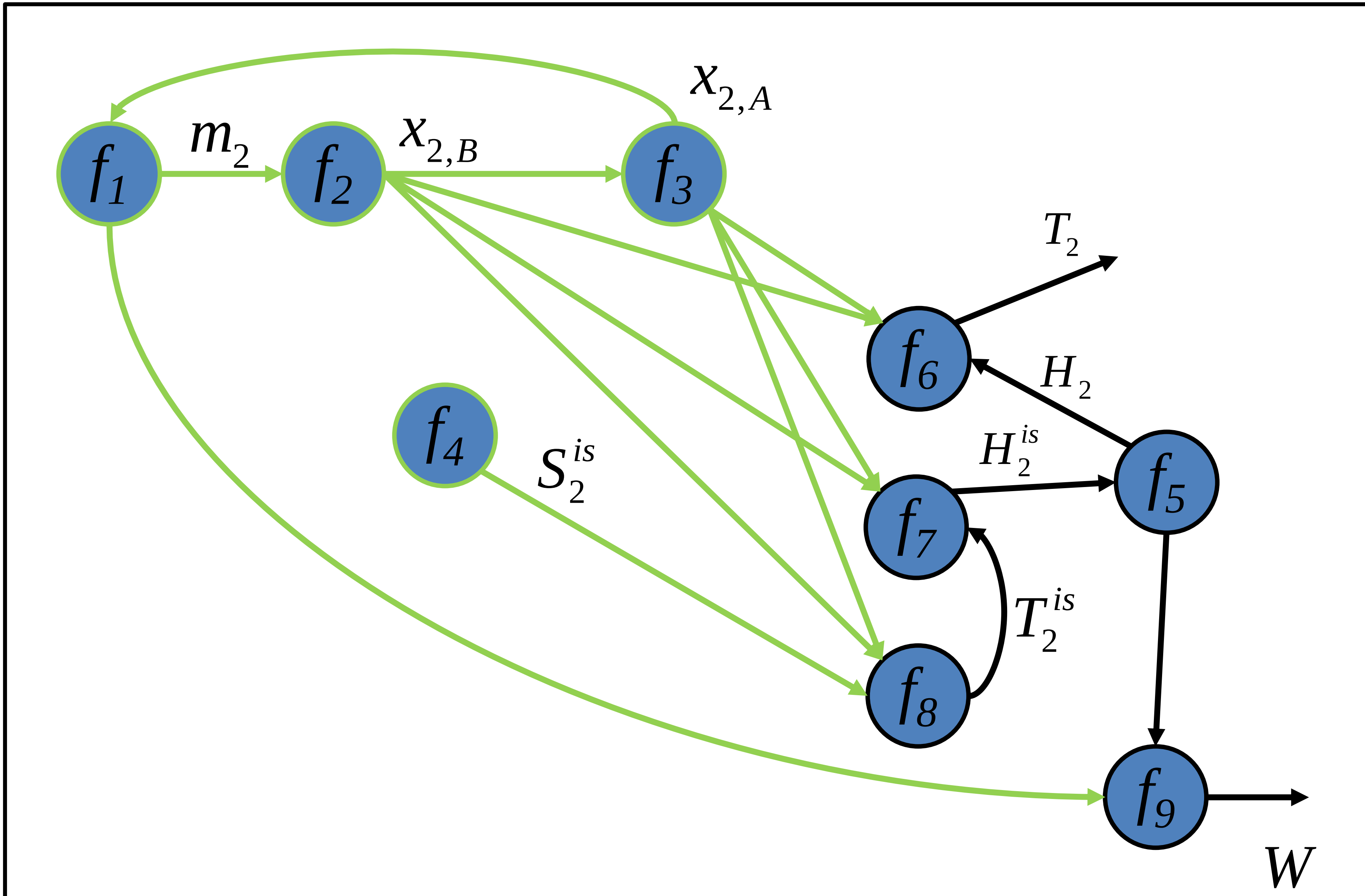
Modelo de un Compresor



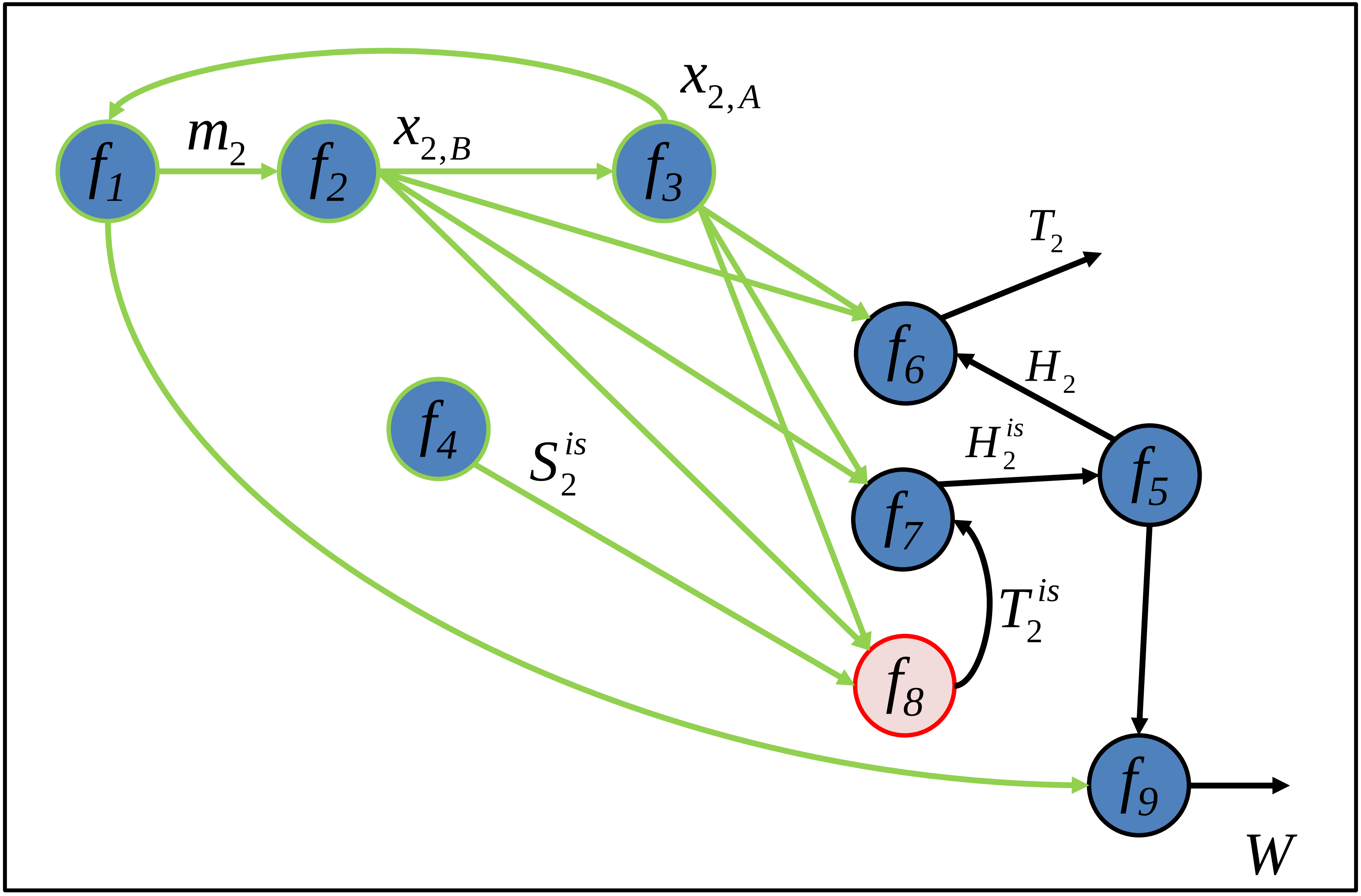
Modelo de un Compresor



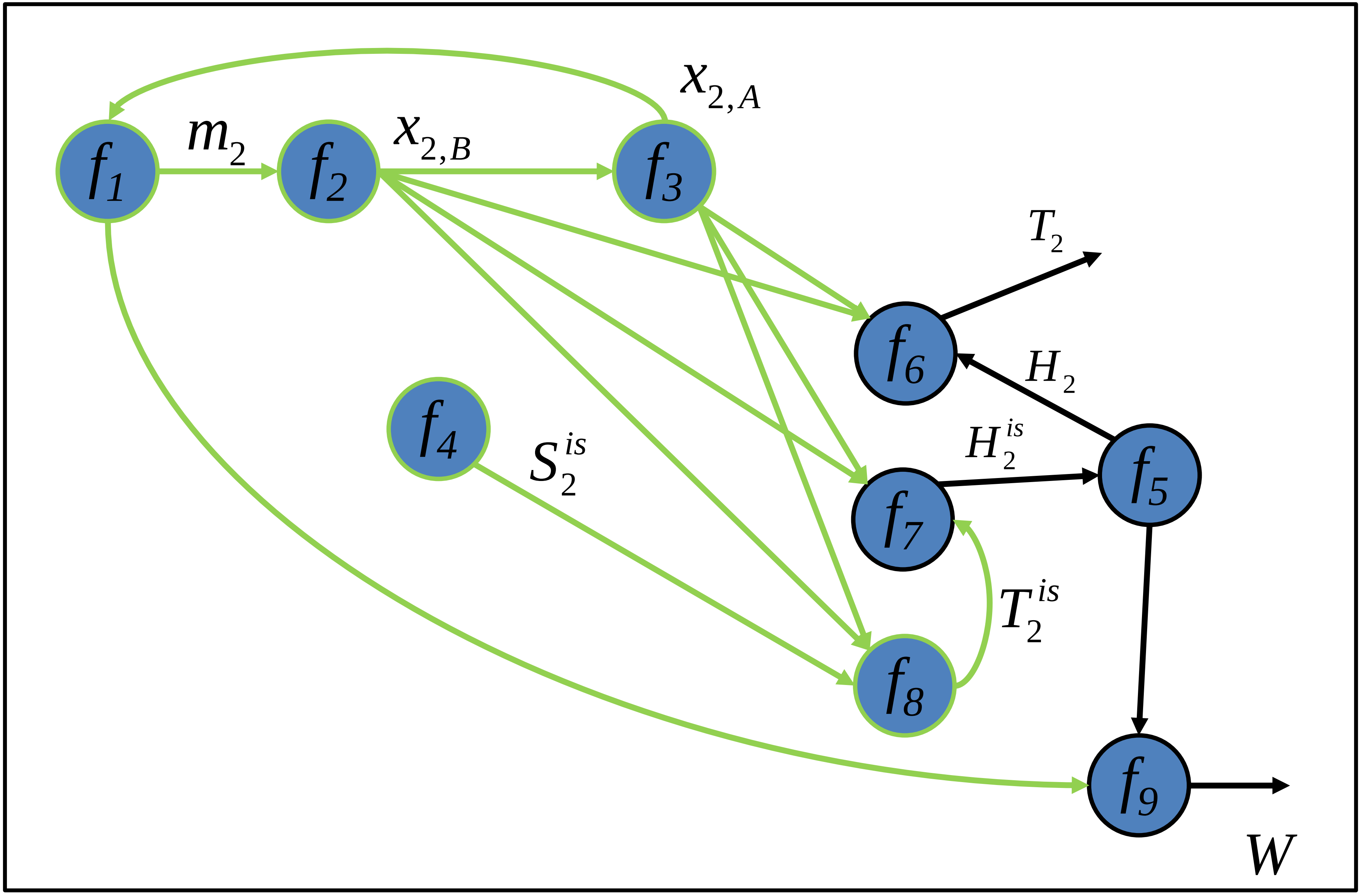
Modelo de un Compresor



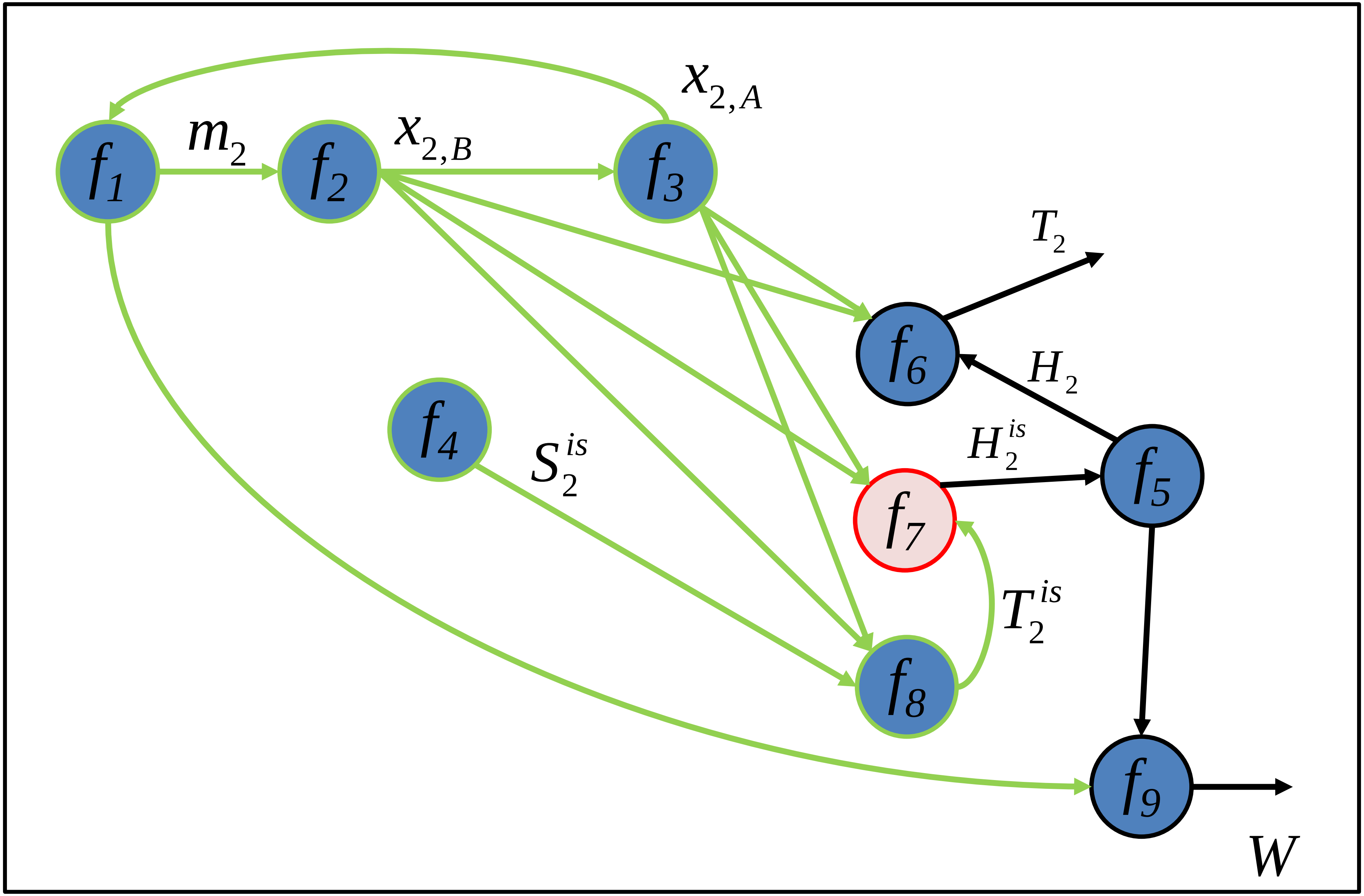
Modelo de un Compresor



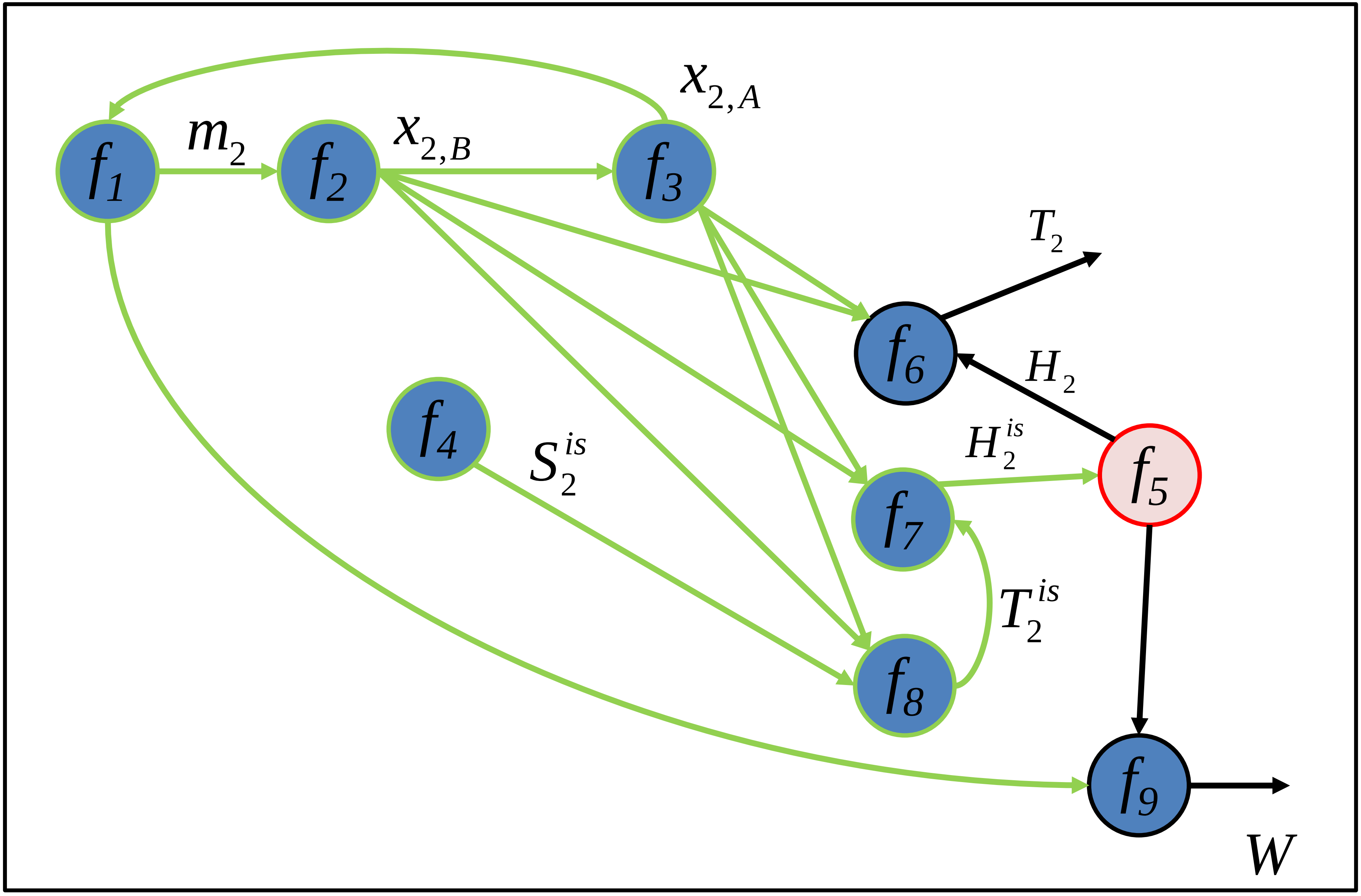
Modelo de un Compresor



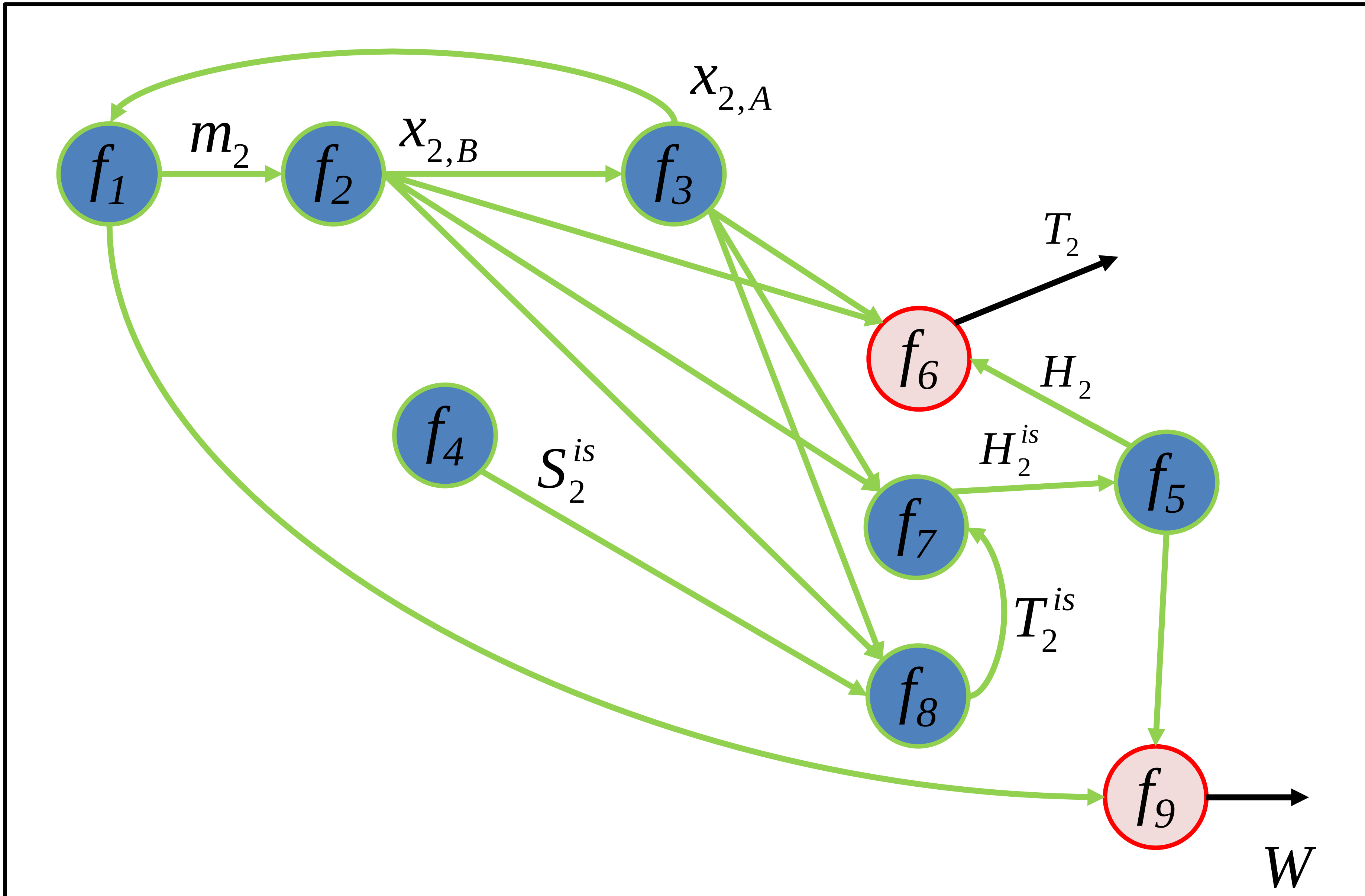
Modelo de un Compresor



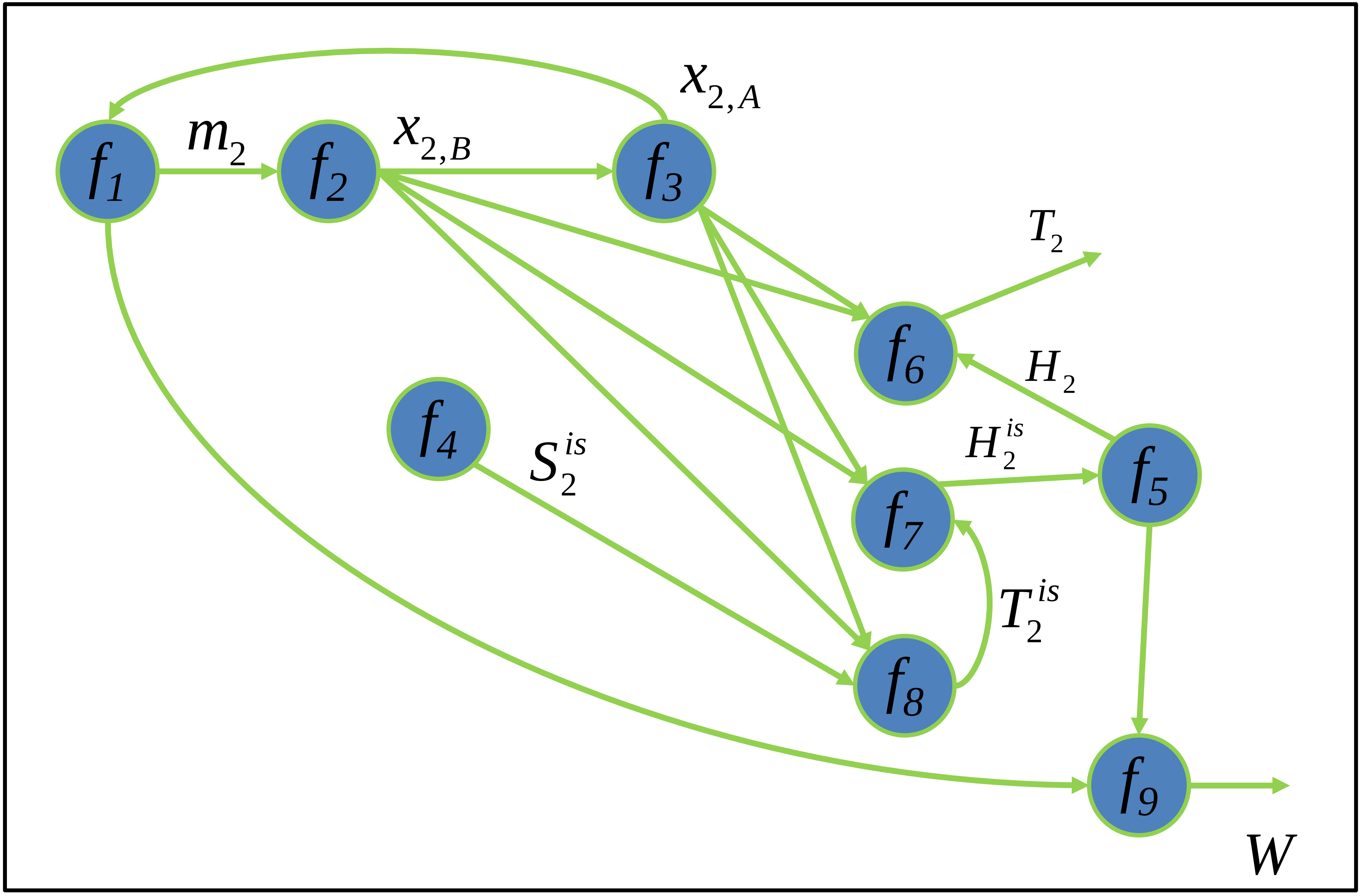
Modelo de un Compresor



Modelo de un Compresor

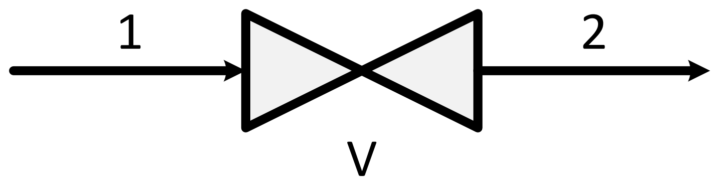


Modelo de un Compresor



Modelo de una Válvula (flujo por componentes)

$$m_{1,i} - m_{2,i} = 0 \quad \forall i$$



$$m_1 = \sum_i m_{1,i}$$

$$m_2 = \sum_i m_{2,i}$$

$$m_1 \quad m_{1,i} \quad x_{1,i} \quad T_1 \quad P_1 \quad H_1$$

$$m_2 \quad m_{2,i} \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$$

$$m_{1,i} = x_{1,i} m_1 \qquad \forall i$$

$$m_{2,i} = x_{2,i} m_2 \qquad \forall i$$

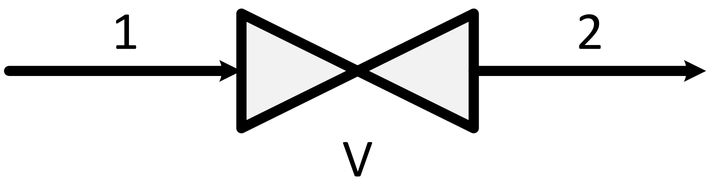
$$H_1 = H_2$$

$$H_1 = f\left(T_1, P_1, x_1\right)$$

$$H_2 = f\left(T_2, P_2, x_2\right)$$

Modelo de una Válvula (flujo por componentes - MS)

$$m_{1,i} - m_{2,i} = 0 \quad \forall i$$



$$m_2 = \sum_i m_{2,i}$$

$$m_{2,i} = x_{2,i} m_2 \qquad \forall i$$

$$m_2 \quad m_{2,i} \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$$

$$H_1 = H_2$$

$$H_2 = f\left(T_2, P_2, x_2\right)$$

4 + 2i variables

− 3 + 2i ecuaciones

1 Grados de libertad

Modelo de una Válvula (flujo por componentes – mezcla binaria)

$$m_{1,a} - m_{2,a} = 0$$

$$m_{1,b} - m_{2,b} = 0$$

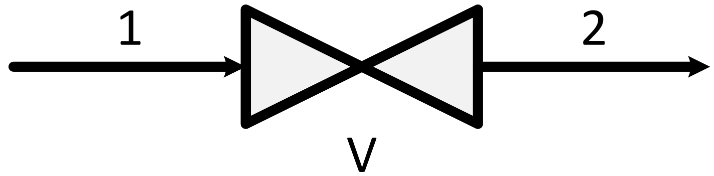
$$m_2 = m_{2,a} + m_{2,b}$$

$$m_{2,a} = x_{2,a} m_2$$

$$m_{2,b} = x_{2,b} m_2$$

$$H_1 = H_2$$

$$H_2 = f\left(T_2, P_2, x_2\right)$$



$m_2 \quad m_{2,i} \quad x_{2,i} \quad T_2 \quad P_2 \quad H_2$

$$\begin{array}{rl} & 4 + 2i \text{ variables} \\ - & 3 + 2i \quad \text{ecuaciones} \\ \hline & 1 \quad \text{Grados de libertad} \end{array}$$

Modelo de una Válvula

$$f_1 \rightarrow m_{2,a}$$

	m_2	$m_{2,a}$	$m_{2,b}$	$x_{2,a}$	$x_{2,b}$	T_2	H_2
f_1		1					
f_2			1				
f_3	1	1	1				
f_4	1	1		1			
f_5	1		1		1		
f_6							1
f_7				1	1	1	1

Modelo de una Válvula

$f_1 \rightarrow m_{2,a}$

$f_2 \rightarrow m_{2,b}$

	m_2	$m_{2,b}$	$x_{2,a}$	$x_{2,b}$	T_2	H_2
f_2		1				
f_3	1	1				
f_4	1		1			
f_5	1	1		1		
f_6						1
f_7			1	1	1	1

Modelo de una Válvula

$$f_1 \rightarrow m_{2,a}$$

$$f_2 \rightarrow m_{2,b}$$

$$f_3 \rightarrow m_2$$

	m_2	$x_{2,a}$	$x_{2,b}$	T_2	H_2
f_3	1				
f_4	1	1			
f_5	1		1		
f_6					1
f_7		1	1	1	1

Modelo de una Válvula

$f_1 \rightarrow m_{2,a}$

$f_2 \rightarrow m_{2,b}$

$f_3 \rightarrow m_2$

$f_4 \rightarrow x_{2,a}$

	$x_{2,a}$	$x_{2,b}$	T_2	H_2
f_4	1			
f_5		1		
f_6				1
f_7	1	1	1	1

Modelo de una Válvula

$f_1 \rightarrow m_{2,a}$

$f_2 \rightarrow m_{2,b}$

$f_3 \rightarrow m_2$

$f_4 \rightarrow x_{2,a}$

$f_5 \rightarrow x_{2,b}$

	$x_{2,b}$	T_2	H_2
f_5	1		
f_6			1
f_7	1	1	1

Modelo de una Válvula

$$f_1 \rightarrow m_{2,a}$$

$$f_2 \rightarrow m_{2,b}$$

$$f_3 \rightarrow m_2$$

$$f_4 \rightarrow x_{2,a}$$

$$f_5 \rightarrow x_{2,b}$$

$$f_6 \rightarrow H_2$$

	T_2	H_2
f_6		1
f_7	1	1

Modelo de una Válvula

$$f_1 \rightarrow m_{2,a}$$

$$f_2 \rightarrow m_{2,b}$$

$$f_3 \rightarrow m_2$$

$$f_4 \rightarrow x_{2,a}$$

$$f_5 \rightarrow x_{2,b}$$

$$f_6 \rightarrow H_2$$

$$f_7 \rightarrow T_2$$

	T_2
f_7	1

Modelo de una Válvula