

# Integración IV

## Modelado individual de equipos en estado dinámico (III)

2022

Profesor: Dr. Nicolás J. Scenna  
Profesor : Dr. Néstor H. Rodríguez  
JTP: Dr. Juan I. Manassaldi

## Nociones básicas sobre control de procesos. Controladores convencionales

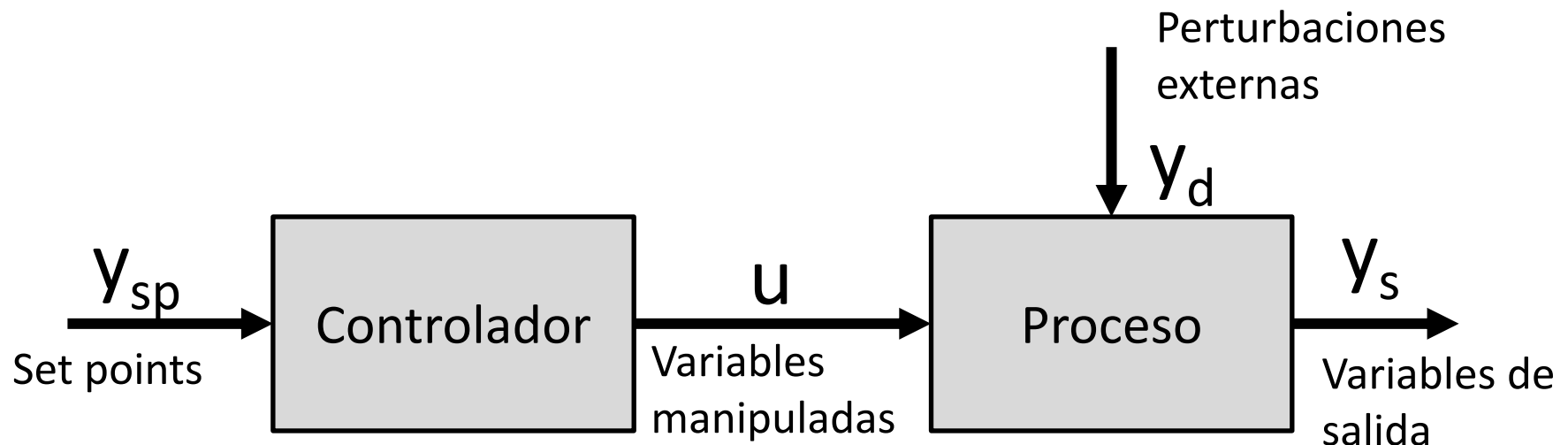
- **Proceso:** es un conjunto de operaciones -simultáneas o secuenciales- que producen transformaciones de la materia de carácter físico y/o químico. Todo proceso interactúa con el resto del medio a través de las variables de salida, de las variables manipuladas, y de las perturbaciones.
- **Variables de salida:** son aquellas variables del proceso cuyo valor se desea o se necesita conocer a lo largo del tiempo (normalmente son las indicativas de la calidad del producto, del nivel de producción, etc.).
- **Variables manipuladas:** son aquellas que pueden ser modificadas durante la operación del proceso, para que las variables de salida evolucionen según una política preestablecida (por ejemplo, una variable manipulada típica es el caudal de alimentación de un reactivo en un proceso químico, que puede modificarse actuando sobre el grado de apertura de una válvula).

## Nociones básicas sobre control de procesos. Controladores convencionales

- ***Perturbaciones:*** Son variaciones (normalmente indeseables) que ocurren en el proceso. Ejemplo, pérdidas energéticas, presencia de impurezas indeseadas en los reactivos, etc. En general, son variantes en el tiempo, e interesa conocerlas para tomar acciones sobre el proceso que permitan atenuar los efectos indeseados que ellas causan.
- Un proceso es (automáticamente) controlado cuando existen componentes operativos (los controladores) que permiten recibir valores deseados de consigna (o “set points”), de manera tal que las variables de salida evolucionen automáticamente hacia esos valores especificados, aun en presencia de perturbaciones externas.
- Un ***sistema de control*** es un conjunto de dispositivos encargados de administrar, ordenar, dirigir o regular el comportamiento de otro sistema (proceso), con el fin de obtener los resultados deseados (set points)

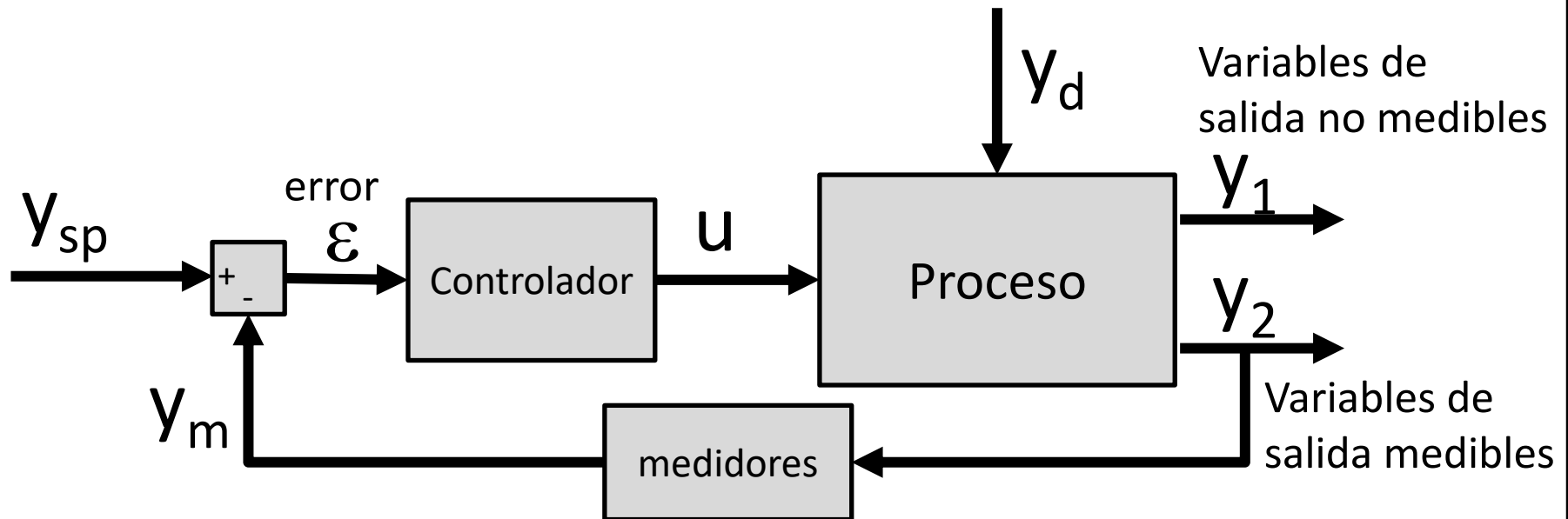
## Nociones básicas sobre control de procesos. Controladores convencionales

- **Sistema de control a lazo abierto:** Se identifica fácilmente por la ausencia de realimentaciones. En base a los valores de consigna (set points), el sistema de control actúa modificando las variables manipuladas del proceso de manera tal que las variables de salida alcancen los valores preespecificados. Al no existir retroalimentación, cualquier apartamiento de las variables de salida con respecto a los set points, no podrá ser detectado por el sistema, y en consecuencia no se podrá corregir o compensar el error.



## Nociones básicas sobre control de procesos. Controladores convencionales

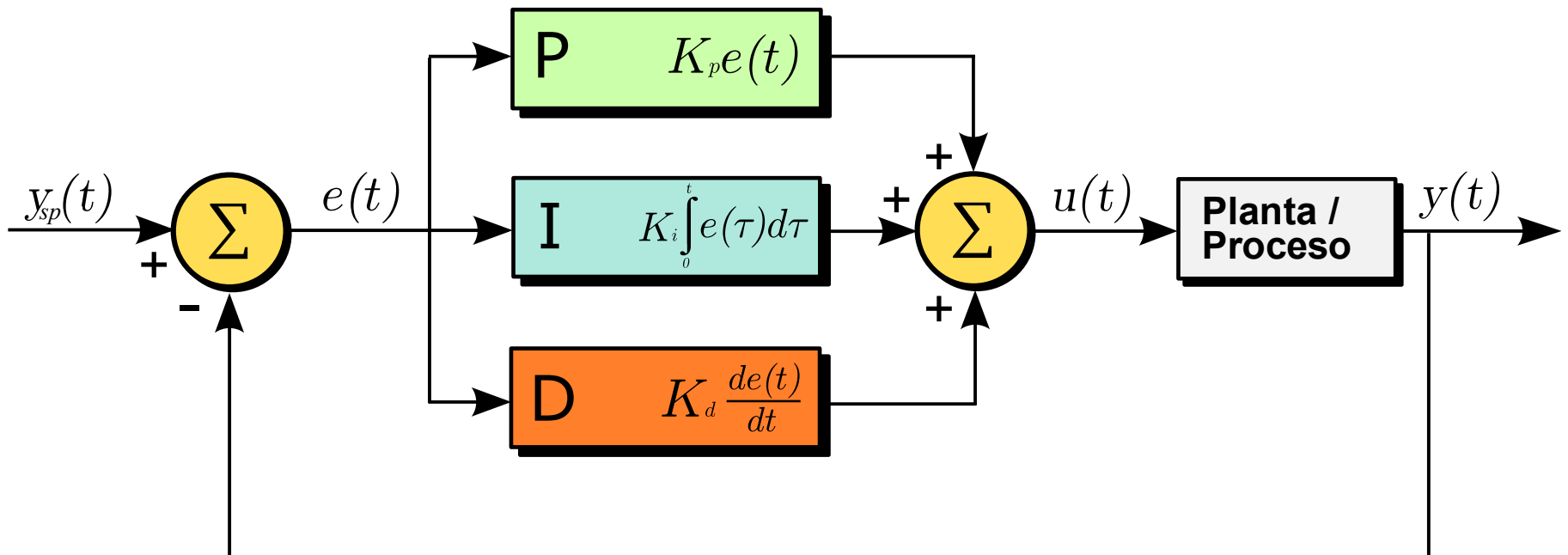
- **Sistemas de control a lazo cerrado** (realimentados): Mide la variable de salida y se compara con el set point generándose una señal de error. En base a dicha señal de error, el controlador modifica la variable manipulada de manera tal que las salidas medibles del proceso evolucionen hacia los valores deseados.



# Controladores Proporcionales, Integrales y Derivativos

- En un controlador PID (Proporcional, Integral y Derivativos), la variable manipulada se relaciona con la señal de error a través de la acción de control (AC):

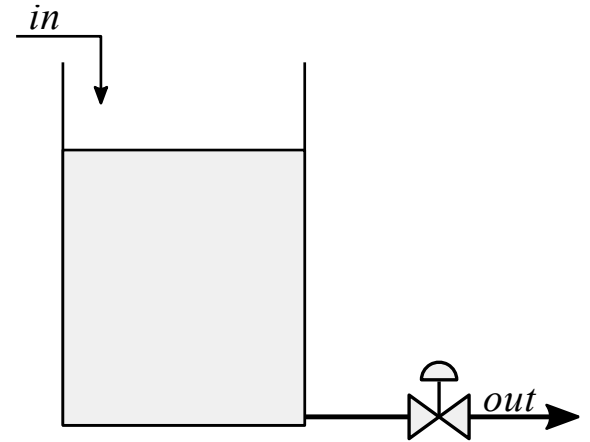
$$AC = A_P + A_I + A_D + A_0$$



# Tanque abierto con descarga regulada por una válvula (repass)

## Hipótesis

- Sistema adiabático
- La densidad es constante
- Evaporación despreciable
- No hay reacción química
- Tanque cilíndrico
- Válvula de apertura lineal
- Presión sobre el líquido y de descarga similares



# Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

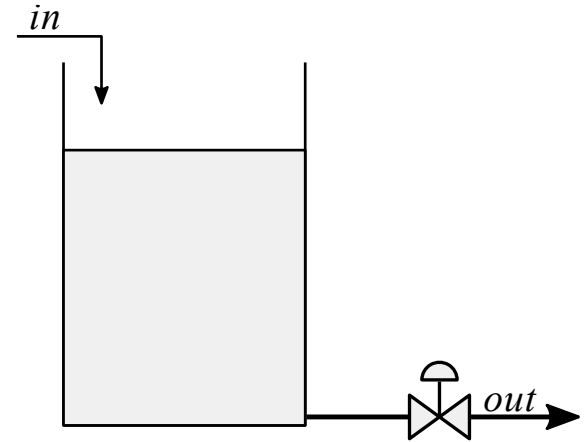
$$\frac{dM}{dt} = m_{in} - m_{out}$$

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} = \rho Q_{in} - \rho Q_{out}$$

$$A_T \frac{dh}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

$$\Delta P = P_0 + \rho g h - P_0 = \rho g h$$





# Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

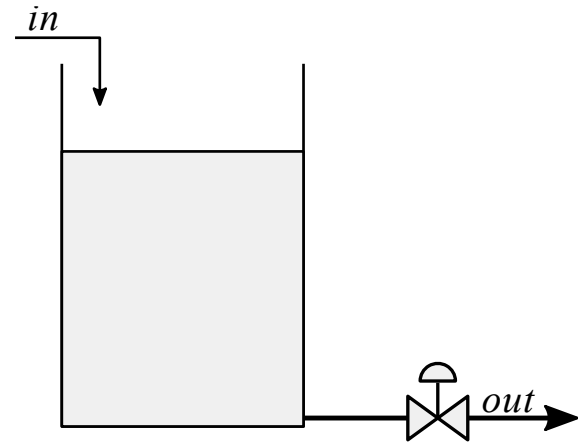
$$\Delta P = \rho gh$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

con válvula lineal

$$Q_{out} = \alpha^{x-1} K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

con válvula de igual porcentaje

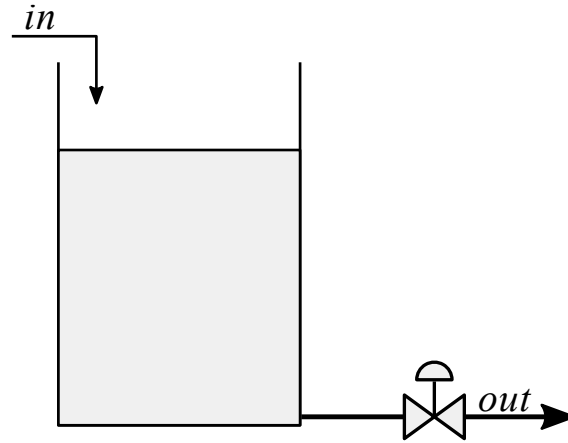


## Ejemplo numérico

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



$$Q_{in} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \quad G = 1$$

$$A_T = 1 \text{ m}^2$$

$$K_{V \max} = 400$$

$$h_T = 2 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

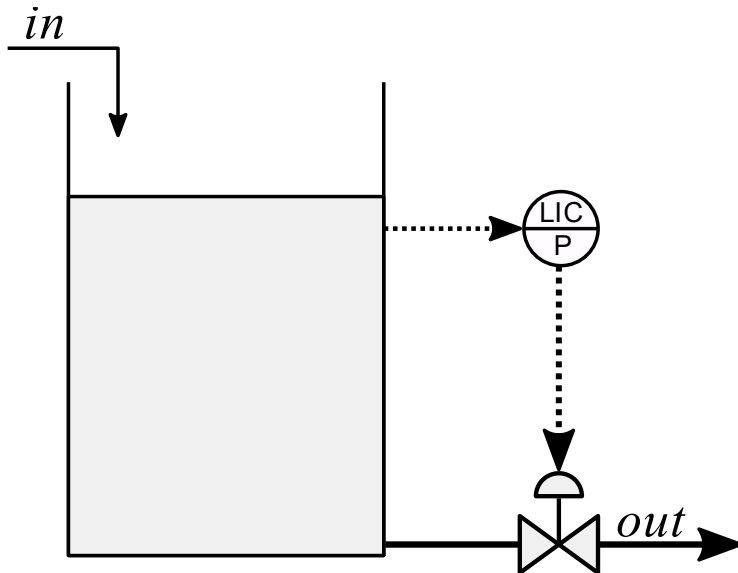
# Controladores Proporcionales, Integrales y Derivativos

- La **acción proporcional** ( $A_p$ ) envía una señal a la variable manipulada en una magnitud proporcional al error (diferencia entre el valor deseado set point y el actual o real).

$$A_p = K_p \varepsilon \quad \varepsilon = y - y_{sp}$$

**Acción directa**  $\varepsilon = y - y_{sp}$   
Aumenta el valor de la variable controlada, aumenta la señal de salida del controlador.

**Acción inversa**  $\varepsilon = y_{sp} - y$   
Aumenta el valor de la variable controlada, disminuye la señal de salida del controlador.



Ejemplo:

**Control de nivel de líquido**

**Tipo de Control:** Proporcional (P)

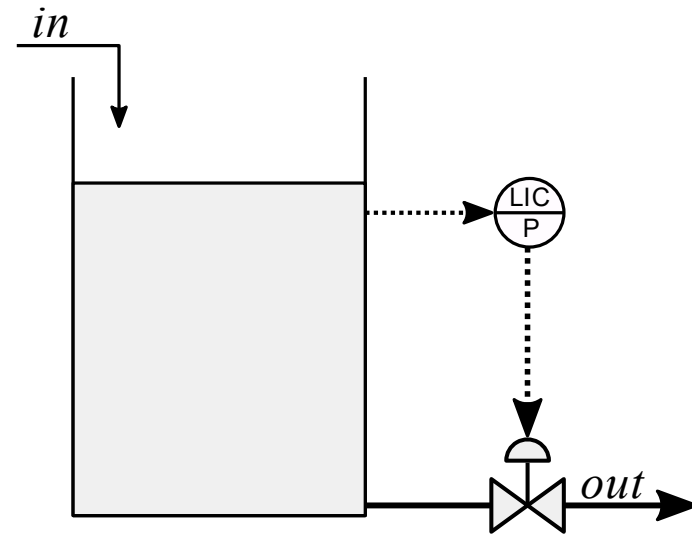
**Variable manipulada:** Apertura de la válvula.

**Variable controlada:** Altura de líquido

# Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

## Hipótesis

- Sistema adiabático
- La densidad es constante
- Evaporación despreciable
- No hay reacción química
- Tanque cilíndrico
- Válvula de apertura lineal
- Presión sobre el líquido y de descarga similares



# Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

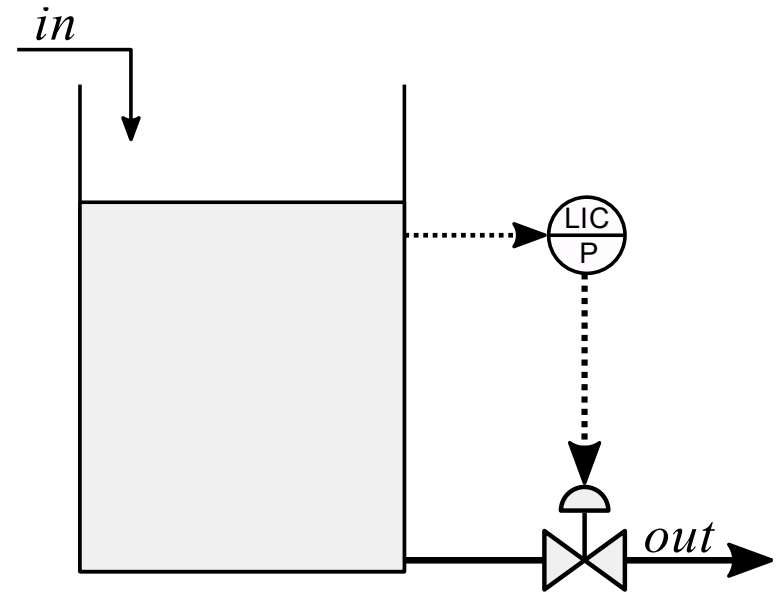
$$\frac{dM}{dt} = m_{in} - m_{out}$$

$$\rho A_T \frac{dh}{dt} = \rho Q_{in} - \rho Q_{out}$$

$$A_T \frac{dh}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

$$\Delta P = P_0 + \rho gh - P_0 = \rho gh$$

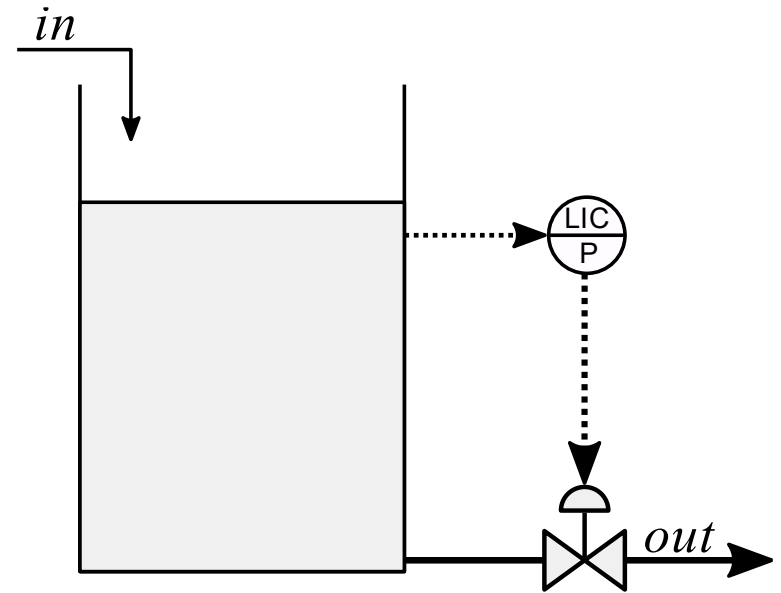


## Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



Si le damos un valor a la apertura de la válvula ( $x$ ) estaríamos simulando a lazo abierto.  
¡Cuidado las unidades!

# Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

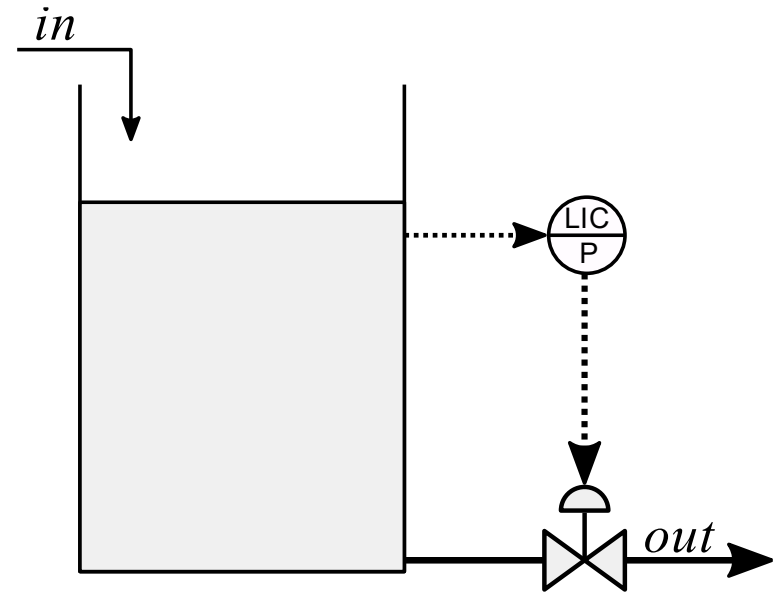
$$\Delta P = \rho g h$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

$$AC = A_P + A_0$$

$$\varepsilon = y - y_{sp}$$

$$A_P = K_p \varepsilon$$



# Tanque abierto con descarga regulada por una válvula

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

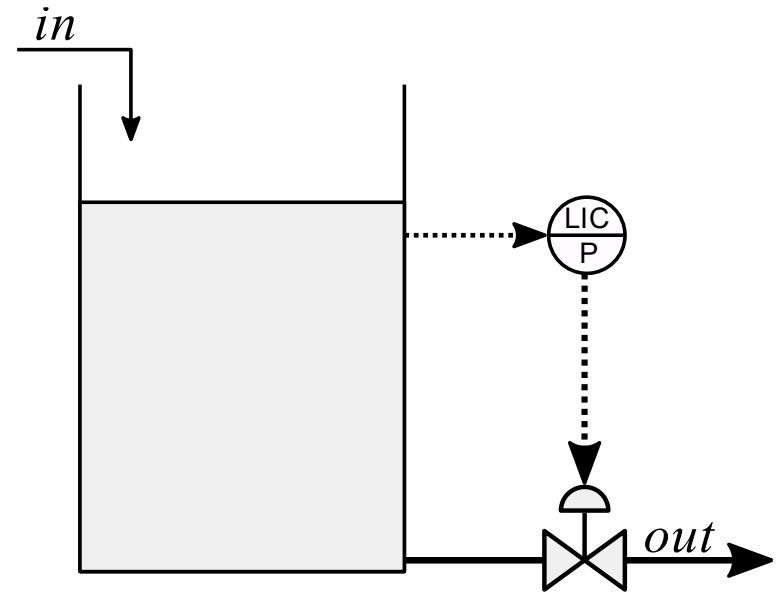
$$\Delta P = \rho g h$$

$$\varepsilon = h - h_{sp}$$

$$A_p = K_p \varepsilon$$

$$AC = A_p + A_0 \quad x = \max(0, \min(1, AC))$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$





## Ejemplo numérico

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

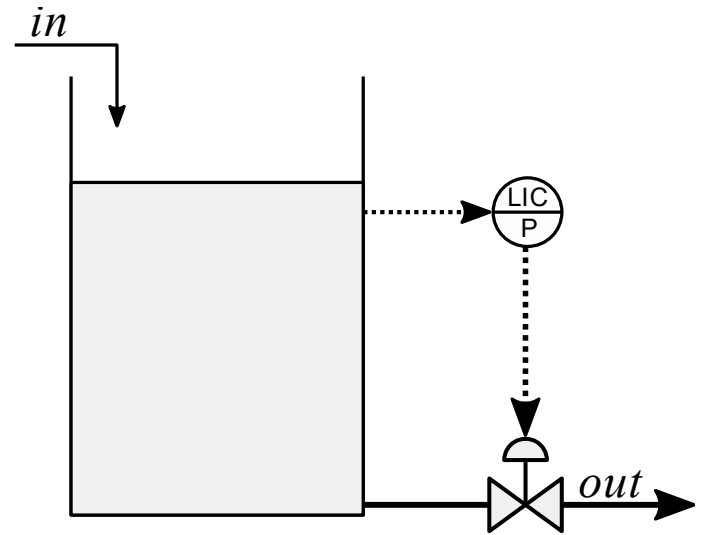
$$\varepsilon = h - h_{sp}$$

$$A_P = K_P \varepsilon$$

$$AC = A_P + A_0$$

$$x = \max(0, \min(1, AC))$$

$$Q_{out} = x K_{Vmax} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



$$Q_{in} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \quad G = 1$$

$$A_T = 1 \text{ m}^2 \quad K_{Vmax} = 400$$

$$h_T = 2 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

## Controladores Proporcionales, Integrales y Derivativos

- La **acción integral** ( $A_I$ ) tiene como propósito disminuir y eliminar el error en estado estacionario. El control integral actúa cuando hay una desviación entre la variable y el punto de consigna, integrando esta desviación en el tiempo y sumándola a la acción proporcional.

$$A_I = K_I \int \varepsilon dt$$

- Para no tener una ecuación con una integral se transforma la ecuación anterior en una nueva ecuación diferencial. Se evita resolver ecuaciones integro-diferenciales, pero se agrega una ecuación diferencial más al problema, por cada controlador con acción integral.

$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \varepsilon$$

## Ejemplo numérico

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

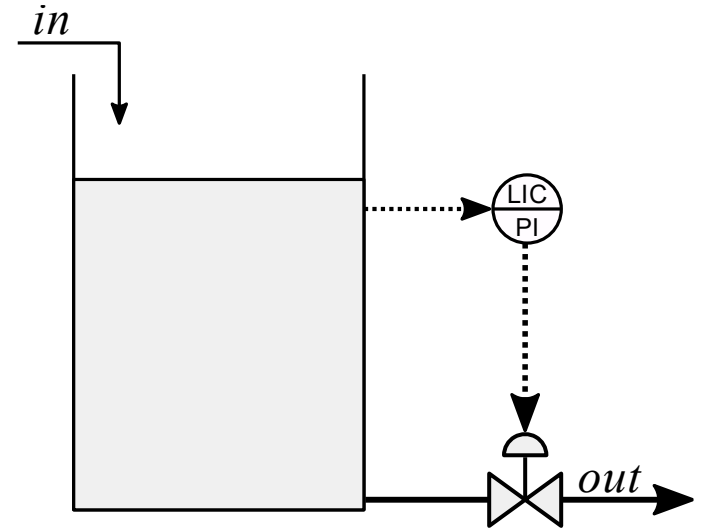
$$\varepsilon = h - h_{sp}$$

$$A_p = K_p \varepsilon$$

$$AC = A_p + A_I + A_0$$

$$x = \max(0, \min(1, AC))$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \varepsilon$$

## Ejemplo numérico

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

$$\varepsilon = h - h_{sp}$$

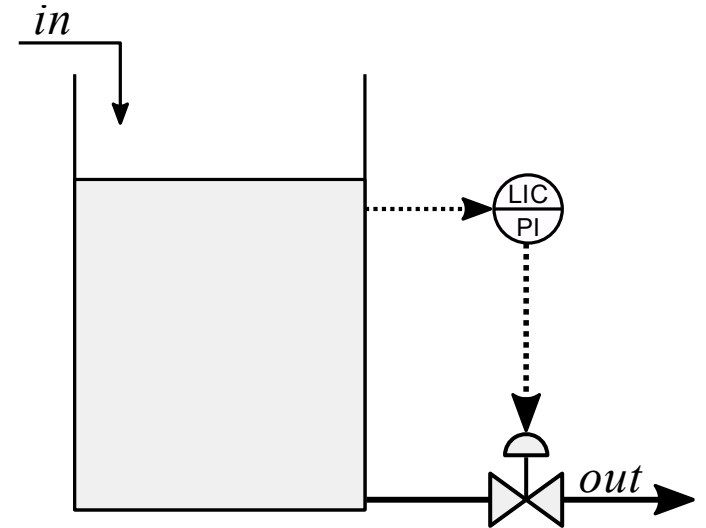
$$A_p = K_p \varepsilon$$

$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \varepsilon$$

$$AC = A_p + A_I + A_0$$

$$x = \max(0, \min(1, AC))$$

$$Q_{out} = x K_{Vmax} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



$$Q_{in} = 0.01 m^3/s \quad G = 1$$

$$A_T = 1 m^2 \quad K_{Vmax} = 400$$

$$h_T = 2 m$$

$$\rho = 1000 kg/m^3$$

## Controladores Proporcionales, Integrales y Derivativos

- La **acción derivativa** ( $A_D$ ) es proporcional a la derivada del error respecto del tiempo. La función de la acción derivativa es mantener el error al mínimo corrigiéndolo proporcionalmente con la misma velocidad que se produce.

$$A_D = K_D \frac{d\varepsilon}{dt}$$

## Ejemplo numérico

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\varepsilon = h - h_{sp} \quad \Delta P = \rho g h$$

$$A_p = K_p \varepsilon$$

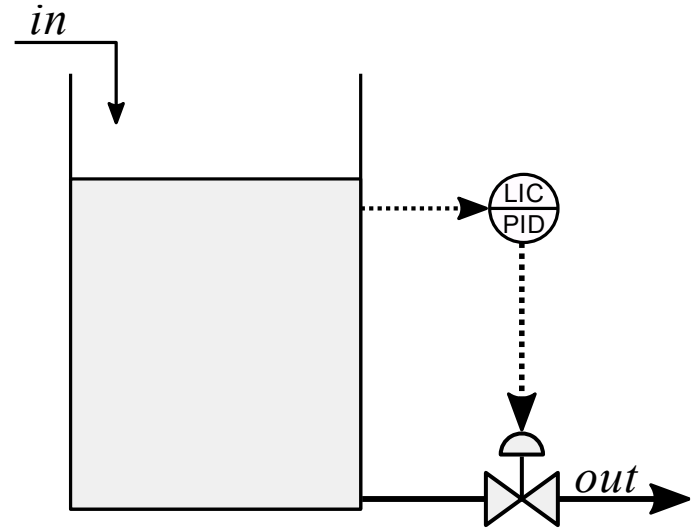
$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \varepsilon$$

$$A_D = K_D \frac{d\varepsilon}{dt} = K_D \frac{d(h - h_{sp})}{dt} = K_D \frac{dh}{dt}$$

$$AC = A_p + A_I + A_D + A_0$$

$$x = \max(0, \min(1, AC))$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



¡Hay que iterar o despejar el valor de la derivada!

## Ejemplo numérico

$$\frac{dh}{dt} - \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T} = 0$$

$$\varepsilon = h - h_{sp} \quad \Delta P = \rho g h$$

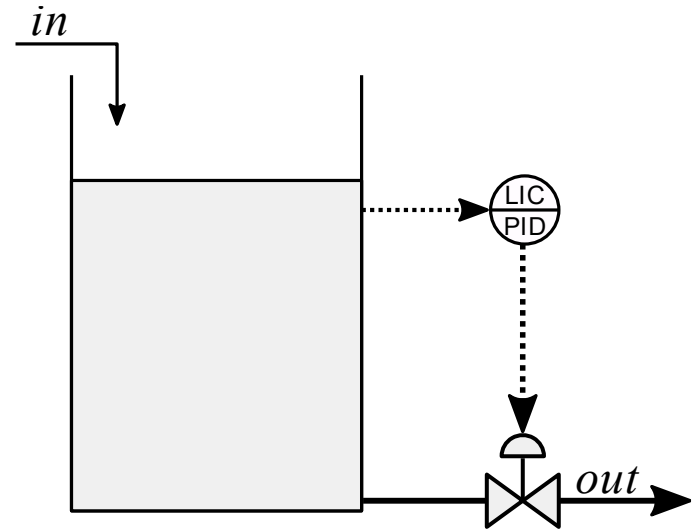
$$A_p = K_p \varepsilon$$

$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \varepsilon \quad A_D = K_D \frac{dh}{dt}$$

$$AC = A_p + A_I + A_D + A_0$$

$$x = \max(0, \min(1, AC))$$

$$Q_{out} = x K_{Vmax} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



$$Q_{in} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \quad G = 1$$

$$A_T = 1 \text{ m}^2 \quad K_{Vmax} = 400$$

$$h_T = 2 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

## Ejemplo numérico. Válvula igual porcentaje

$$\frac{dh}{dt} - \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T} = 0$$

$$\Delta P = \rho g h \quad \varepsilon = h - h_{sp}$$

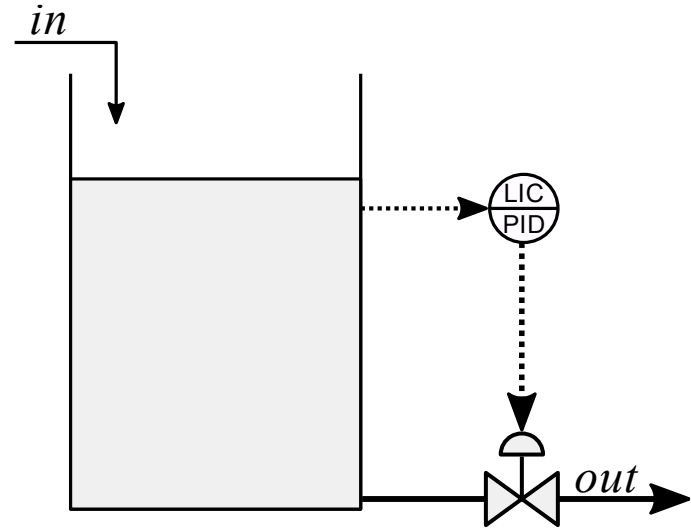
$$A_p = K_p \varepsilon$$

$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \varepsilon \quad A_D = K_D \frac{dh}{dt}$$

$$AC = A_p + A_I + A_D + A_0$$

$$x = \max(0, \min(1, AC))$$

$$Q_{out} = \alpha^{x-1} K_{Vmax} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



$$Q_{in} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \quad G = 1$$

$$A_T = 1 \text{ m}^2 \quad K_{Vmax} = 400$$

$$h_T = 2 \text{ m} \quad \alpha = 50$$

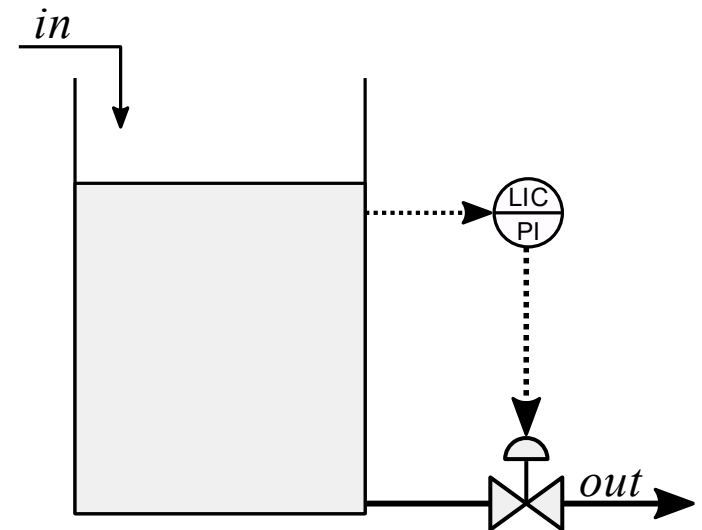
$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$



# Control de nivel contemplando la dinámica de las válvulas

## Hipótesis

- No se producen reacciones químicas.
- Las presiones de descargas son conocidas y constantes.
- Líquido con mezcla perfecta.
- Proceso isotérmico.
- Se considera la dinámica de las válvulas.
- Válvulas de apertura lineal.
- Control PI

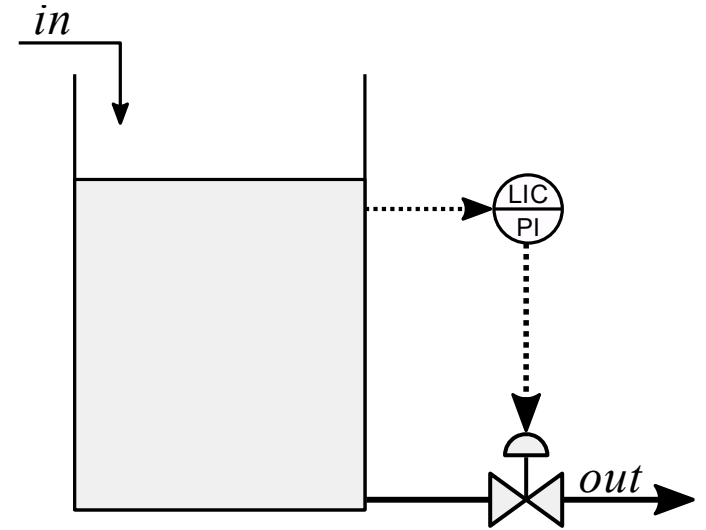


# Control de nivel contemplando la dinámica de las válvulas

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho g h$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$



# Control de nivel contemplando la dinámica de las válvulas

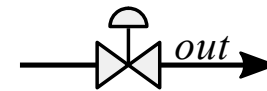
La válvula está manipulada por un mecanismo que modifica la apertura desde la posición actual  $x$  hacia la posición solicitada  $x_d$ .

Este mecanismo requerirá un cierto tiempo para mover la válvula desde la posición actual hacia la deseada.

El modelo mas simple para representar esta dinámica corresponde a:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_d - x}{\tau}$$

“First-Order exponential Lag”



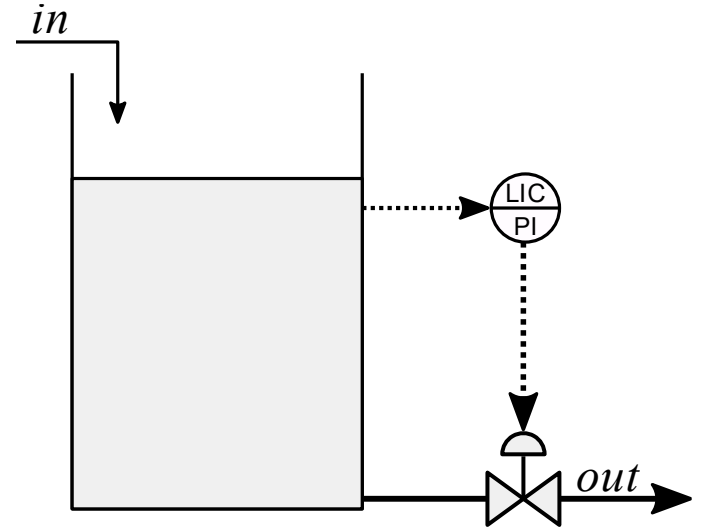
# Control de nivel contemplando la dinámica de las válvulas

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_T}$$

$$\Delta P = \rho gh$$

$$Q_{out} = x K_{V \max} \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_d - x}{\tau}$$



# Control de nivel contemplando la dinámica de las válvulas

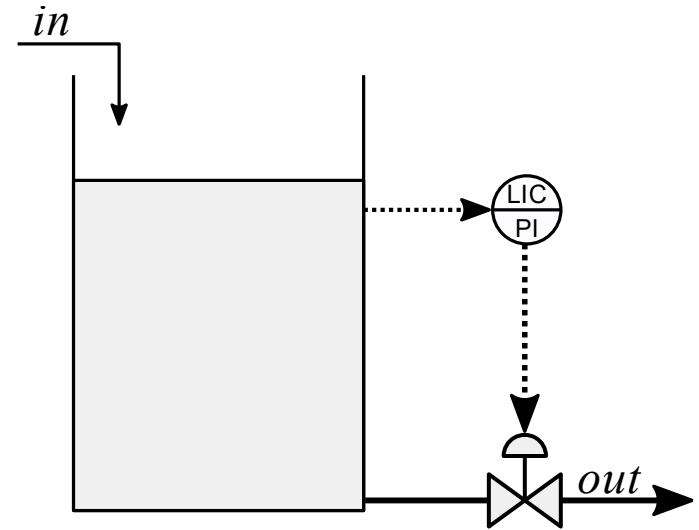
$$\varepsilon = h - h_{sp} \quad \text{Control directo}$$

$$A_P = K_P \varepsilon$$

$$\frac{dA_I}{dt} = K_I \varepsilon$$

$$AC = A_P + A_I + A_0^L$$

$$x_d = \max(0, \min(1, AC))$$



# Control de nivel contemplando la dinámica de las válvulas

Para pensar...

